

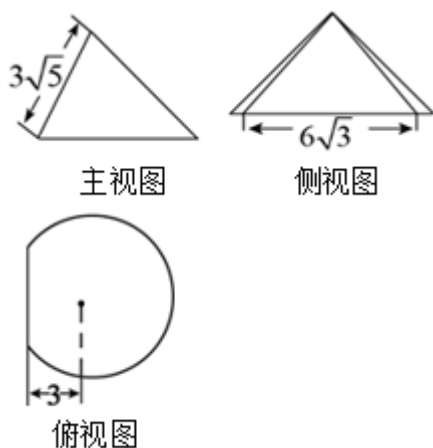
宁夏回族自治区银川市第二中学 2023-2024 学年高考数学一模试卷

考生请注意：

1. 答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。
2. 第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。
3. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 木匠师傅对一个圆锥形木件进行加工后得到一个三视图如图所示的新木件，则该木件的体积（ ）



- A. $24\pi + 9\sqrt{3}$ B. $48\pi + 9\sqrt{3}$ C. $48\pi + 18\sqrt{3}$ D. $144\pi + 18\sqrt{3}$

2. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB=3$ ， $AC=2$ ， $\angle BAC=60^\circ$ ，点 D ， E 分别在线段 AB ， CD 上，且 $BD=2AD$ ， $CE=2ED$ ，则 $\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{AB} =$ ().

- A. -3 B. -6 C. 4 D. 9

3. 函数 $f(x) = \sin 2x + m \sin x + 3x$ 在 $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ 上单调递减的充要条件是 ()

- A. $m \leq -3$ B. $m \leq -4$ C. $m \leq -\frac{8\sqrt{3}}{3}$ D. $m \leq 4$

4. 若 θ 是第二象限角且 $\sin \theta = \frac{12}{13}$ ，则 $\tan(\theta + \frac{\pi}{4}) =$

- A. $-\frac{17}{7}$ B. $-\frac{7}{17}$ C. $\frac{17}{7}$ D. $\frac{7}{17}$

5. 若 $a < b < 0$ ，则下列不等式不能成立的是 ()

- A. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ B. $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{a}$ C. $|a| > |b|$ D. $a^2 > b^2$

6. 设 $a, b \in \mathbb{R}^+$ ，数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$ ， $a_{n+1} = a \cdot a_n^2 + b$ ， $n \in \mathbb{N}^*$ ，则 ()

- A. 对于任意 a ，都存在实数 M ，使得 $a_n < M$ 恒成立

B. 对于任意 b ，都存在实数 M ，使得 $a_n < M$ 恒成立

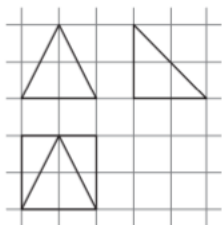
C. 对于任意 $b \in (2-4a, +\infty)$ ，都存在实数 M ，使得 $a_n < M$ 恒成立

D. 对于任意 $b \in (0, 2-4a)$ ，都存在实数 M ，使得 $a_n < M$ 恒成立

7. 已知函数 $f(x) = \frac{e^x}{|x|}$ ，关于 x 的方程 $f^2(x) + (m+1)f(x) + m+4 = 0 (m \in \mathbf{R})$ 有四个相异的实数根，则 m 的取值范围是()

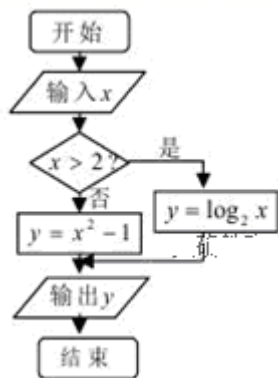
A. $\left(-4, -e - \frac{4}{e+1}\right)$ B. $(-4, -3)$ C. $\left(-e - \frac{4}{e+1}, -3\right)$ D. $\left(-e - \frac{4}{e+1}, -\infty\right)$

8. 如图所示，网格纸上小正方形的边长为 1，粗线画出的是某几何体的三视图，则该几何体的体积是()



A. $\frac{8}{3}$ B. $\frac{16}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. 8

9. 执行如图所示的程序框图，若输出的结果为 3，则可输入的实数 x 值的个数为()

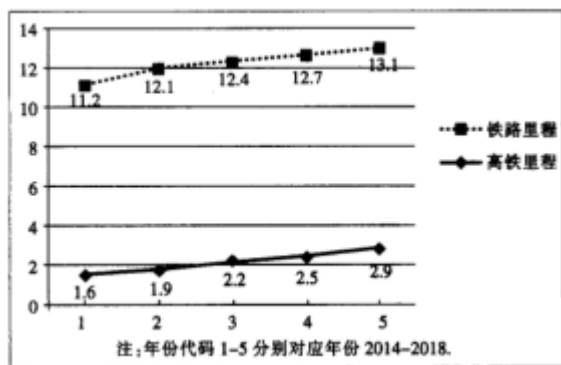


A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

10. 已知盒中有 3 个红球，3 个黄球，3 个白球，且每种颜色的三个球均按 A ， B ， C 编号，现从中摸出 3 个球（除颜色与编号外球没有区别），则恰好不同时包含字母 A ， B ， C 的概率为()

A. $\frac{17}{21}$ B. $\frac{19}{28}$ C. $\frac{7}{9}$ D. $\frac{23}{28}$

11. 中国铁路总公司相关负责人表示，到 2018 年底，全国铁路营业里程达到 13.1 万公里，其中高铁营业里程 2.9 万公里，超过世界高铁总里程的三分之二，下图是 2014 年到 2018 年铁路和高铁运营里程（单位：万公里）的折线图，以下结论不正确的是()



- A. 每相邻两年相比较，2014 年到 2015 年铁路运营里程增加最显著
- B. 从 2014 年到 2018 年这 5 年，高铁运营里程与年价正相关
- C. 2018 年高铁运营里程比 2014 年高铁运营里程增长 80% 以上
- D. 从 2014 年到 2018 年这 5 年，高铁运营里程数依次成等差数列

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 对任意的 $n \in N^*$ 有 $a_{n+1} = a_n - \frac{1}{n(n+1)} + 1$ 成立，若 $a_1 = 1$ ，则 a_{10} 等于 ()

- A. $\frac{101}{10}$ B. $\frac{91}{10}$ C. $\frac{111}{11}$ D. $\frac{122}{11}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

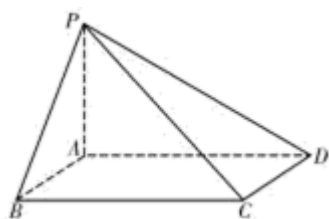
13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x} - \frac{3}{2}, & x \geq 0 \\ 2^x - \frac{3}{2}, & x < 0 \end{cases}$ ，若 $f(3m-1) > f(2-m)$ ，则实数 m 的取值范围为_____.

14. 已知矩形 ABCD，AB=4，BC=3，以 A, B 为焦点，且过 C, D 两点的双曲线的离心率为_____.

15. 过动点 M 作圆 $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$ 的切线 MN，其中 N 为切点，若 $|MN| = |MO|$ (O 为坐标原点)，则 $|MN|$ 的最小值是_____.

16. 在《九章算术》中，将底面为矩形且有一条侧棱与底面垂直的四棱锥称之为阳马。如图，若四棱锥 $P-ABCD$ 为阳马，侧棱 $PA \perp$ 底面 ABCD，且 $PA=3$ ， $BC=AB=4$ ，设该阳马的外接球半径为 R ，内切球半径为 r ，则

$$\frac{R}{r} = \underline{\hspace{2cm}}.$$



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = m \ln(1+x) - x$ ， $g(x) = mx - \sin x$ 。

(1) 若函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减, 且函数 $g(x)$ 在 $(0, \frac{1}{2}]$ 上单调递增, 求实数 m 的值;

(2) 求证: $(1 + \sin 1) \left(1 + \sin \frac{1}{1 \times 2} \right) \left(1 + \sin \frac{1}{2 \times 3} \right) \cdots \left(1 + \sin \frac{1}{(n-1) \times n} \right) < e^2$ ($n \in \mathbb{N}^*$, 且 $n \geq 2$).

18. (12 分) 在平面直角坐标系中, 曲线 $C_1: x^2 - y^2 = 2$, 曲线 C_2 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + 2 \cos \theta \\ y = 2 \sin \theta \end{cases}$

(θ 为参数). 以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求曲线 C_1 、 C_2 的极坐标方程;

(2) 在极坐标系中, 射线 $\theta = \frac{\pi}{6}$ 与曲线 C_1 , C_2 分别交于 A 、 B 两点 (异于极点 O), 定点 $M(3, 0)$, 求 $\triangle MAB$ 的面积

19. (12 分) 选修 4-5: 不等式选讲

设函数 $f(x) = |2x + a| - |x - 2|$ ($x \in \mathbb{R}, a \in \mathbb{R}$).

(1) 当 $a = -1$ 时, 求不等式 $f(x) > 0$ 的解集;

(2) 若 $f(x) \geq -1$ 在 $x \in \mathbb{R}$ 上恒成立, 求实数 a 的取值范围.

20. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 与 x 轴负半轴交于 $A(-2, 0)$, 离心率 $e = \frac{1}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设直线 $l: y = kx + m$ 与椭圆 C 交于 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$ 两点, 连接 AM, AN 并延长交直线 $x=4$ 于

$E(x_3, y_3), F(x_4, y_4)$ 两点, 若 $\frac{1}{y_1} + \frac{1}{y_2} = \frac{1}{y_3} + \frac{1}{y_4}$, 直线 MN 是否恒过定点, 如果是, 请求出定点坐标, 如果不是,

请说明理由.

21. (12 分) 设 $f(x) = xe^x - ax^2$, $g(x) = \ln x + x - x^2 + 1 - \frac{e}{a}$ ($a > 0$)

(1) 求 $g(x)$ 的单调区间;

(2) 设 $h(x) = f(x) - ag(x) \geq 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

22. (10 分) 健身馆某项目收费标准为每次 60 元, 现推出会员优惠活动: 具体收费标准如下:

消费次数	第 1 次	第 2 次	第 3 次	不少于 4 次
收费比例	0.95	0.90	0.85	0.80

现随机抽取了 100 为会员统计它们的消费次数, 得到数据如下:

消费次数	1 次	2 次	3 次	不少于 4 次
频数	60	25	10	5

假设该项目的成本为每次 30 元，根据给出的数据回答下列问题：

- (1) 估计 1 位会员至少消费两次的概率
- (2) 某会员消费 4 次，求这 4 次消费获得的平均利润；
- (3) 假设每个会员每星期最多消费 4 次，以事件发生的频率作为相应事件的概率，从会员中随机抽取两位，记从这两位会员的消费获得的平均利润之差的绝对值为 X ，求 X 的分布列及数学期望 $E(X)$

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

由三视图知几何体是一个从圆锥中截出来的锥体，圆锥底面半径为 $r = \sqrt{3^2 + (\frac{6\sqrt{3}}{2})^2}$ ，圆锥的高 $h = \sqrt{(3\sqrt{5})^2 - 3^2}$ ，截去的底面劣弧的圆心角为 $\frac{2\pi}{3}$ ，底面剩余部分的面积为 $S = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r^2 + \frac{1}{2} r^2 \sin \frac{2\pi}{3}$ ，利用锥体的体积公式即可求得。

【详解】

由已知中的三视图知圆锥底面半径为 $r = \sqrt{3^2 + (\frac{6\sqrt{3}}{2})^2} = 6$ ，圆锥的高 $h = \sqrt{(3\sqrt{5})^2 - 3^2} = 6$ ，圆锥母线

$l = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$ ，截去的底面弧的圆心角为 120° ，底面剩余部分的面积为

$S = \frac{2}{3} \pi r^2 + \frac{1}{2} r^2 \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{2}{3} \pi \times 6^2 + \frac{1}{2} \times 6^2 \times \sin \frac{2\pi}{3} = 24\pi + 9\sqrt{3}$ ，故几何体的体积为：

$V = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \times (24\pi + 9\sqrt{3}) \times 6 = 48\pi + 18\sqrt{3}$ 。

故选 C。

【点睛】

本题考查了三视图还原几何体及体积求解问题，考查了学生空间想象，数学运算能力，难度一般。

2、B

【解析】

根据题意，分析可得 $AD=1$ ，由余弦定理求得 DC 的值，由

$$\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DE}) \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AB} \text{ 可得结果.}$$

【详解】

根据题意， $AB=3, BD=2AD$ ，则 $AD=1$

在 $\triangle ADC$ 中，又 $AC=2, \angle BAC=60^\circ$

$$\text{则 } DC^2 = AD^2 + AC^2 - 2AD \cdot DC \cos \angle BAC = 3$$

$$\text{则 } DC = \sqrt{3}$$

则 $CD \perp AB$

$$\text{则 } \overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DE}) \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AB} = 3 \times 2 \times \cos 180^\circ = -6$$

故选：B

【点睛】

此题考查余弦定理和向量的数量积运算，掌握基本概念和公式即可解决，属于简单题目。

3、C

【解析】

先求导函数，函数在 $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ 上单调递减则 $f'(x) \leq 0$ 恒成立，对导函数不等式换元成二次函数，结合二次函数的性质和图象，列不等式组求解可得。

【详解】

$$\text{依题意， } f'(x) = 2 \cos 2x + m \cos x + 3 = 4 \cos^2 x + m \cos x + 1,$$

$$\text{令 } \cos x = t, \text{ 则 } t \in [\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}], \text{ 故 } 4t^2 + mt + 1 \leq 0 \text{ 在 } [\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}] \text{ 上恒成立;}$$

$$\text{结合图象可知, } \begin{cases} 4 \times \frac{1}{4} + m \times \frac{1}{2} + 1, 0 \\ 4 \times \frac{3}{4} + m \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1, 0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} m, -4 \\ m, -\frac{8\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

$$\text{故 } m \leq -\frac{8\sqrt{3}}{3}.$$

故选：C.

【点睛】

本题考查求三角函数单调区间. 求三角函数单调区间的两种方法:

(1)代换法: 就是将比较复杂的三角函数含自变量的代数式整体当作一个角 u (或 t), 利用基本三角函数的单调性列不等式求解;

(2)图象法: 画出三角函数的正、余弦曲线, 结合图象求它的单调区间.

4、B

【解析】

由 θ 是第二象限角且 $\sin\theta = \frac{12}{13}$ 知: $\cos\theta = -\sqrt{1-\sin^2\theta} = -\frac{5}{13}$, $\tan\theta = -\frac{12}{5}$.

所以 $\tan(\theta + \frac{\pi}{4}) = \frac{\tan\theta + \tan 45^\circ}{1 - \tan\theta \tan 45^\circ} = -\frac{7}{17}$.

5、B

【解析】

根据不等式的性质对选项逐一判断即可.

【详解】

选项 A: 由于 $a < b < 0$, 即 $ab > 0$, $b - a > 0$, 所以 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab} > 0$, 所以 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, 所以成立;

选项 B: 由于 $a < b < 0$, 即 $a - b < 0$, 所以 $\frac{1}{a-b} - \frac{1}{a} = \frac{b}{a(a-b)} < 0$, 所以 $\frac{1}{a-b} < \frac{1}{a}$, 所以不成立;

选项 C: 由于 $a < b < 0$, 所以 $-a > -b > 0$, 所以 $|a| > |b|$, 所以成立;

选项 D: 由于 $a < b < 0$, 所以 $-a > -b > 0$, 所以 $|a| > |b|$, 所以 $a^2 > b^2$, 所以成立.

故选: B.

【点睛】

本题考查不等关系和不等式, 属于基础题.

6、D

【解析】

取 $a = b = 1$, 可排除 AB; 由蛛网图可得数列 $\{a_n\}$ 的单调情况, 进而得到要使 $a_n < M$, 只需 $2 < \frac{1+\sqrt{1-4ab}}{2a}$, 由此

可得到答案.

【详解】

取 $a = b = 1$, $a_{n+1} = a_n^2 + 1$, 数列 $\{a_n\}$ 恒单调递增, 且不存在最大值, 故排除 AB 选项;

由蛛网图可知, $ax^2 + b = x$ 存在两个不动点, 且 $x_1 = \frac{1-\sqrt{1-4ab}}{2a}$, $x_2 = \frac{1+\sqrt{1-4ab}}{2a}$,



因为当 $0 < a_1 < x_1$ 时，数列 $\{a_n\}$ 单调递增，则 $a_n < x_1$ ；

当 $x_1 < a_1 < x_2$ 时，数列 $\{a_n\}$ 单调递减，则 $x_1 < a_n \leq a_1$ ；

所以要使 $a_n < M$ ，只需要 $0 < a_1 < x_2$ ，故 $2 < \frac{1 + \sqrt{1 - 4ab}}{2a}$ ，化简得 $b < 2 - 4a$ 且 $b > 0$ 。

故选：D。

【点睛】

本题考查递推数列的综合运用，考查逻辑推理能力，属于难题。

7、A

【解析】

$$f(x) = \frac{e^x}{|x|} = \begin{cases} \frac{e^x}{x}, & x > 0 \\ -\frac{e^x}{x}, & x < 0 \end{cases}, \text{当 } x > 0 \text{ 时 } f'(x) = \frac{e^x(x-1)}{x^2} = 0, x=1, x \in (0,1) \text{ 时, } f(x) \text{ 单调递减, } x \in (1, +\infty) \text{ 时,}$$

$f(x)$ 单调递增, 且当 $x \in (0,1)$ 时, $f(x) \in (e, +\infty)$, 当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $f(x) \in (e, +\infty)$, 当 $x < 0$ 时,

$$f'(x) = -\frac{e^x(x-1)}{x^2} > 0 \text{ 恒成立, } x \in (-\infty, 0) \text{ 时, } f(x) \text{ 单调递增且 } f(x) \in (0, +\infty), \text{ 方程}$$

$f^2(x) + (m+1)f(x) + m+4 = 0 (m \in \mathbf{R})$ 有四个相异的实数根. 令 $f(x) = t, t^2 + (m+1)t + m+4 = 0$ 则

$$0 < t_1 < e, t_2 > e, \therefore e^2 + (m+1)e + m+4 < 0, \text{ 且 } 0^2 + (m+1)0 + m+4 > 0, \text{ 即 } m \in \left(-4, -e - \frac{4}{e+1}\right).$$

8、A

【解析】

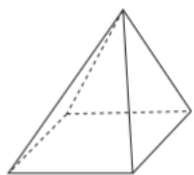
由三视图还原出原几何体，得出几何体的结构特征，然后计算体积。

【详解】

由三视图知原几何体是一个四棱锥，四棱锥底面是边长为 2 的正方形，高为 2，

直观图如图所示， $V = \frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times 2 = \frac{8}{3}$.

故选：A.



【点睛】

本题考查三视图，考查棱锥的体积公式，掌握基本几何体的三视图是解题关键.

9、C

【解析】

试题分析：根据题意，当 $x \leq 2$ 时，令 $x^2 - 1 = 3$ ，得 $x = \pm 2$ ；当 $x > 2$ 时，令 $\log_2 x = 3$ ，得

$x = 9$ ，故输入的实数 x 值的个数为 1.

考点：程序框图.

10、B

【解析】

首先求出基本事件总数，则事件“恰好不同时包含字母 A ， B ， C ”的对立事件为“取出的 3 个球的编号恰好为字母 A ， B ， C ”，记事件“恰好不同时包含字母 A ， B ， C ”为 E ，利用对立事件的概率公式计算可得；

【详解】

解：从 9 个球中摸出 3 个球，则基本事件总数为 $C_9^3 = 84$ （个），

则事件“恰好不同时包含字母 A ， B ， C ”的对立事件为“取出的 3 个球的编号恰好为字母 A ， B ， C ”

记事件“恰好不同时包含字母 A ， B ， C ”为 E ，则 $P(E) = 1 - \frac{3^3}{C_9^3} = \frac{19}{28}$.

故选：B

【点睛】

本题考查了古典概型及其概率计算公式，考查了排列组合的知识，解答的关键在于正确理解题意，属于基础题.

11、D

【解析】

由折线图逐项分析即可求解

【详解】

选项 A ， B 显然正确；

对于 C , $\frac{2.9-1.6}{1.6} > 0.8$, 选项 C 正确;

1.6, 1.9, 2.2, 2.5, 2.9 不是等差数列, 故 D 错.

故选: D

【点睛】

本题考查统计的知识, 考查数据处理能力和应用意识, 是基础题

12、 B

【解析】

观察已知条件, 对 $a_{n+1} = a_n - \frac{1}{n(n+1)} + 1$ 进行化简, 运用累加法和裂项法求出结果.

【详解】

已知 $a_{n+1} = a_n - \frac{1}{n(n+1)} + 1$, 则 $a_{n+1} - a_n = -\frac{1}{n(n+1)} + 1 = -(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}) + 1 = 1 - (\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1})$, 所以有 $a_2 - a_1 = 1 - (\frac{1}{1} - \frac{1}{2})$,

$$a_3 - a_2 = 1 - (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}),$$

$$a_4 - a_3 = 1 - (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}),$$

L

$$a_{10} - a_9 = 1 - (\frac{1}{9} - \frac{1}{10}), \text{ 两边同时相加得 } a_{10} - a_1 = 9 - (1 - \frac{1}{10}), \text{ 又因为 } a_1 = 1, \text{ 所以 } a_{10} = 1 + 9 - (1 - \frac{1}{10}) = \frac{91}{10}.$$

故选: B

【点睛】

本题考查了求数列某一项的值, 运用了累加法和裂项法, 遇到形如 $\frac{1}{n(n+1)}$ 时就可以采用裂项法进行求和, 需要掌握数列中的方法, 并能熟练运用对应方法求解.

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13、 $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4})$

【解析】

画图分析可得函数是偶函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上单调递减, 利用偶函数性质 $f(x) = f(|x|)$ 和单调性可解.

【详解】

作出函数 $f(x)$ 的图如下所示,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/548033132045006076>