

2024-2025 学年山东省淄博市沂源县高二上学期 11 月阶段性考试数学

检测试题

注意事项:

1. 答卷时, 考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡指定位置上.
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.

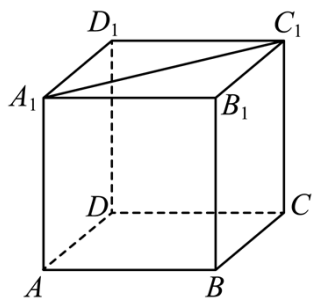
一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知点 $A(2, \sqrt{3}), B(1, 0)$, 则直线 AB 的斜率是 ()
A. $\sqrt{3}$ B. $-\sqrt{3}$ C. 1 D. -1
2. 圆 $C_1: x^2 + y^2 = 9$ 与 $C_2: x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$ 的位置关系为 ()
A. 外切 B. 内切 C. 相交 D. 外离
3. 设 $a \in \mathbb{R}$, 则“ $a > 2$ ”是“方程 $x^2 + y^2 + ax - 2y + 2 = 0$ 的曲线是圆”的 ()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 甲、乙两人比赛, 每局甲获胜的概率为 $\frac{1}{3}$, 各局的胜负之间是独立的, 某天两人要进行一场三局两胜的比赛, 先赢得两局者为胜, 无平局. 若第一局比赛甲获胜, 则甲获得最终胜利的概率为 ()
A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{5}{9}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{9}$
5. 点 F 是椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的一个焦点, 点 P 在椭圆上, 线段 PF 的中点为 N , 且 $|ON| = 2$ (O 为坐标原点), 则线段 PF 的长为 ()
A. 2 B. 3 C. 4 D. $2\sqrt{3}$
- 6.

《周髀算经》《九章算术》《海岛算经》《孙子算经》《缉古算经》是我国古代数学中的 5 部著名数学著作，其中《周髀算经》《九章算术》产生于汉代.某中学拟从这 5 部专著中选择 2 部作为“数学文化”校本课程学习内容，则所选 2 部专著中恰好有一部是汉代时期专著的概率为()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{7}{10}$ D. $\frac{9}{10}$

7. 如图所示，在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，下列各组向量的夹角为 45° 的是 ()



- A. $\vec{AB}$ 与 $\vec{A_1C_1}$ B. $\vec{AB}$ 与 $\vec{C_1A_1}$ C. $\vec{AB}$ 与 $\vec{A_1D_1}$ D. $\vec{AB}$ 与 $\vec{B_1A_1}$

8. 已知点 $A(2,3)$ ， $B(3,-1)$ ，若直线 l 过点 $P(0,1)$ 且与线段 AB 相交，则直线 l 的斜率 k 的取值范围是 ()

- A. $k \leq -\frac{2}{3}$ 或 $k \geq 1$ B. $k \leq -\frac{2}{3}$ 或 $0 \leq k \leq 1$
C. $-\frac{2}{3} \leq k \leq 0$ 或 $k \geq 1$ D. $-\frac{2}{3} \leq k \leq 1$

二、多选题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 下列各组中的两个向量，互相平行的有 ()

- A. $\vec{a} = (1, -2, 3)$, $\vec{b} = (1, 2, 1)$ B. $\vec{a} = (0, -3, 3)$, $\vec{b} = (0, 1, -1)$
C. $\vec{a} = (0, -3, 2)$, $\vec{b} = \left(0, 1, -\frac{3}{2}\right)$ D. $\vec{a} = \left(1, -\frac{1}{2}, 3\right)$, $\vec{b} = (-2, 1, -6)$

10. 已知事件 A ， B 满足 $P(A) = 0.7$ ， $P(B) = 0.2$ ，则下列结论正确的是 ()

- A. $P(AB) = 0.14$ B. 如果 $B \subseteq A$ ，那么 $P(A \cup B) = 0.7$
C. 如果 A 与 B 互斥，那么 $P(A + B) = 0.9$ D. 如果 A 与 B 相互独立，那么

$$P(\overline{A} \cdot \overline{B}) = 0.24$$

11. 下列结论错误的是 ()

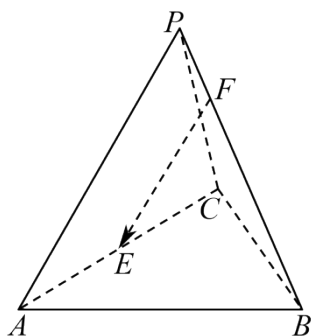
- A. 直线 $(3+m)x + 4y - 3 + 3m = 0 (m \in \mathbb{R})$ 恒过定点 $(-3, -3)$
- B. 直线 $\sqrt{3}x + y + 1 = 0$ 的倾斜角为 150°
- C. 圆 $x^2 + y^2 = 4$ 上有且仅有 3 个点到直线 $l: x - y + \sqrt{2} = 0$ 的距离都等于 1
- D. 与圆 $(x-2)^2 + y^2 = 2$ 相切, 且在 x 轴、 y 轴上的截距相等的直线有两条

第 II 卷 (非选择题)

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 若从 2 个白球, 2 个红球, 1 个黄球这 5 个球中随机取出 2 个球, 则所取 2 个球颜色相同的概率是_____.

13. 如图, 在四面体 $PABC$ 中, E 是 AC 的中点, $\vec{BF} = 3\vec{FP}$, 设 $\vec{PA} = \vec{a}$, $\vec{PB} = \vec{b}$, $\vec{PC} = \vec{c}$, 则 $\vec{FE} =$ _____. (用 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 表示)



14. 若直线 $y = x + b$ 与曲线 $y = 2 - \sqrt{4x - x^2}$ 只有一个公共点, 则实数 b 的取值范围是_____.

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. 已知 $\triangle ABC$ 中, $A(1, 1)$ 、 $B(2, -3)$ 、 $C(3, 5)$, 写出满足下列条件的直线方程.

(1) BC 边上的高线的方程;

(2) BC 边的垂直平分线的方程.

16. 生产同一种产品, 甲机床的废品率为 0.04, 乙机床的废品率为 0.05, 从甲、乙机床生产的产品中各任取 1 件, 求:

(1) 至少有 1 件废品的概率;

(2) 恰有 1 件废品的概率.

17. 光线沿直线 $3x + 4y + 6 = 0$ 射入, 经过 x 轴反射后, 反射光线与以点 $(2, 8)$ 为圆心的圆

C 相切,

(1) 求圆 C 的方程

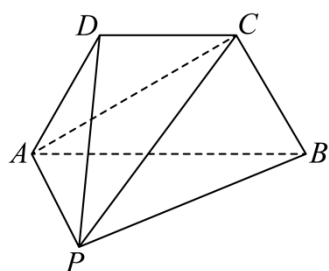
(2) 设 k 为实数, 若直线 $y = kx + 8$ 与圆 C 相交于 M 、 N 两点, 且 $|MN| \geq 2\sqrt{15}$, 求的 k 取值范围.

18. 设椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$, E 上一点 P 到右焦点距离的最小值为 1.

(1) 求椭圆 E 的方程;

(2) 过点 $(0, 2)$ 且倾斜角为 60° 的直线交椭圆 E 于 A , B 两点, 求 $\triangle AOB$ 的面积.

19. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD$, $PA \perp AB$, $AB \parallel CD$, 且 $AB = 2CD = 2AD = 2BC = 2AP = 2$.



(1) 证明: 平面 $PAC \perp$ 平面 PBC ;

(2) 求平面 PAD 与平面 PBC 夹角的正弦值.

2024-2025 学年山东省淄博市沂源县高二上学期 11 月阶段性考试数学

检测试题

注意事项:

1. 答卷时, 考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡指定位置上.
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知点 $A(2, \sqrt{3}), B(1, 0)$, 则直线 AB 的斜率是 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $-\sqrt{3}$ C. 1 D. -1

【正确答案】A

【分析】由斜率的计算公式直接求解即可.

【详解】由题意点 $A(2, \sqrt{3}), B(1, 0)$,

所以直线 AB 的斜率是 $k = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{\sqrt{3} - 0}{2 - 1} = \sqrt{3}$.

故选: A.

2. 圆 $C_1: x^2 + y^2 = 9$ 与 $C_2: x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$ 的位置关系为 ()

- A. 外切 B. 内切 C. 相交 D. 外离

【正确答案】B

【分析】根据圆心距与半径和或半径差的大小关系即可判断.

【详解】圆 C_1 的圆心为 $C_1(0, 0)$, 半径为 $r_1 = 3$,

Q $C_2: x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$,

$\therefore C_2: (x - 2)^2 + y^2 = 1$,

圆 C_2 的圆心为 $C_2(2,0)$ ，半径为 $r_2=1$ ，

$$Q |C_1C_2| = 2 = r_1 - r_2,$$

$\therefore$ 圆 C_1 与圆 C_2 内切.

故选：B.

3. 设 $a \in R$ ，则“ $a > 2$ ”是“方程 $x^2 + y^2 + ax - 2y + 2 = 0$ 的曲线是圆”的（ ）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【正确答案】A

【分析】若方程 $x^2 + y^2 + ax - 2y + 2 = 0$ 的曲线是圆，则有 $D^2 + E^2 - 4F = a^2 + 4 - 8 > 0$ ，

解之得 $a > 2$ 或 $a < -2$ ，再利用充分条件和必要条件的概念即可得解.

【详解】方程 $x^2 + y^2 + ax - 2y + 2 = 0$ 的曲线是圆，则有 $D^2 + E^2 - 4F = a^2 + 4 - 8 > 0$ ，

解之得 $a > 2$ 或 $a < -2$ ，

则“ $a > 2$ ”是“ $a > 2$ 或 $a < -2$ ”的充分不必要条件，

所以“ $a > 2$ ”是“方程 $x^2 + y^2 + ax - 2y + 2 = 0$ 的曲线是圆”的充分不必要条件.

故选：A.

本题考查了圆的一般方程的应用及充分条件、必要条件的概念，属于基础题.

4. 甲、乙两人比赛，每局甲获胜的概率为 $\frac{1}{3}$ ，各局的胜负之间是独立的，某天两人要进行一场三局两胜的比赛，先赢得两局者为胜，无平局. 若第一局比赛甲获胜，则甲获得最终胜利的概率为（ ）

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{5}{9}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{1}{9}$

【正确答案】B

【分析】分两种情况（甲第二局获胜或甲第二局负，第三局获胜）讨论得解.

【详解】解：根据题意知只需考虑剩下两局的情况，

(1) 甲要获胜，则甲第二局获胜，此时甲获得最终胜利的概率为 $\frac{1}{3}$ ；

(2) 甲要获胜, 则甲第二局负, 第三局获胜, 所以甲获得最终胜利的概率为 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$.

故甲获得最终胜利的概率为 $\frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$.

故选: B

5. 点 F 是椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的一个焦点, 点 P 在椭圆上, 线段 PF 的中点为 N , 且 $|ON| = 2$

(O 为坐标原点), 则线段 PF 的长为 ()

A. 2

B. 3

C. 4

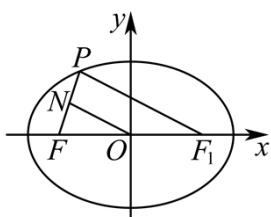
D. $2\sqrt{3}$

【正确答案】A

【分析】利用中位线先求出 $|PF_1|$, 再结合椭圆定义即可求解.

【详解】如下图所示, 连接 PF_1 , Q 为 PF 的中点, 且 $|ON| = 2$, 可得 $|PF_1| = 4$ 由椭圆方

程可知, $2a = 6$, 根据椭圆定义有 $|PF| + |PF_1| = 2a = 6$, $\therefore |PF| = 2$



故选: A

6. 《周髀算经》《九章算术》《海岛算经》《孙子算经》《缉古算经》是我国古代数学中的 5 部著名数学著作, 其中《周髀算经》《九章算术》产生于汉代. 某中学拟从这 5 部专著中选择 2 部作为“数学文化”校本课程学习内容, 则所选 2 部专著中恰好有一部是汉代时期专著的概率为 ()

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{3}{5}$

C. $\frac{7}{10}$

D. $\frac{9}{10}$

【正确答案】B

【分析】利用列举法列出所有的基本事件, 然后利用古典概型的概率公式求解即可

【详解】假设《周髀算经》《九章算术》分别为 1, 2, 《海岛算经》《孙子算经》《缉古算经》

分别为 a, b, c , 则基本事件有 $(1, 2), (1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c),$

$(a, b), (a, c), (b, c)$ 共 10 个,

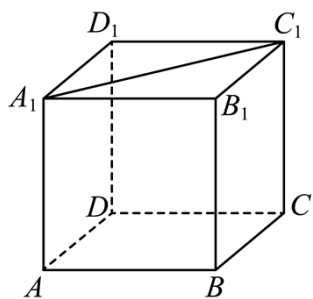
其中恰好有一个是汉代著作的有 $(1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c)$ 共 6 个,

所以所求概率为 $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

故选: B

此题考查古典概型的概率的求法, 利用了列举法, 属于基础题.

7. 如图所示, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 下列各组向量的夹角为 45° 的是 ()



A. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{A_1C_1}$

B. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{C_1A_1}$

C. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{A_1D_1}$

D. $\overrightarrow{AB}$ 与

$\overrightarrow{B_1A_1}$

【正确答案】A

【分析】以 D 为原点, 建立空间直角坐标系, 结合向量的夹角公式, 逐项判定, 即可求解.

【详解】以 D 为原点, 分别以 DA, DC, DD_1 所成在的直线为 x 轴、 y 轴和 z 轴, 建立空间直

角坐标系, 如图所示, 可得 $A(1, 0, 0), B(1, 1, 0), A_1(1, 0, 1), C_1(0, 1, 1), D_1(0, 0, 0),$

则 $\overrightarrow{AB} = (0, 1, 0), \overrightarrow{BA} = (0, -1, 0), \overrightarrow{A_1C_1} = (-1, 1, 0), \overrightarrow{A_1D_1} = (-1, 0, 0),$

$$\text{由 } \cos \langle \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A_1C_1} \rangle = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A_1C_1}}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{A_1C_1}|} = \frac{1}{1 \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

因为 $0^\circ \leq \langle \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A_1C_1} \rangle \leq 180^\circ$, 所以 $\langle \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A_1C_1} \rangle = 45^\circ$, 所以 A 正确;

$$\text{由 } \cos \langle \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{C_1A_1} \rangle = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{C_1A_1}}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{C_1A_1}|} = \frac{-1}{1 \times \sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2},$$

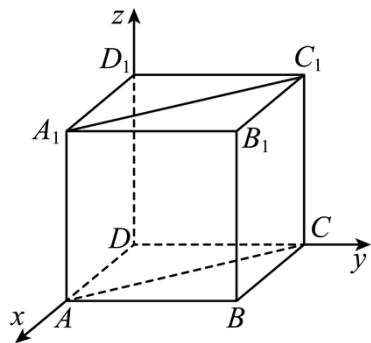
因为 $0^\circ \leq \langle \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{C_1A_1} \rangle \leq 180^\circ$, 所以 $\langle \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{C_1A_1} \rangle = 135^\circ$, 所以 B 不正确;

由 $\cos \langle \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A_1D_1} \rangle = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{A_1D_1}}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{A_1D_1}|} = 0$, 所以 $\langle \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A_1D_1} \rangle = 90^\circ$, 所以 C 不正确;

由 $\cos \langle \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{B_1A_1} \rangle = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{B_1A_1}}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{B_1A_1}|} = -1$,

因为 $0^\circ \leq \langle \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{B_1A_1} \rangle \leq 180^\circ$, 所以 $\langle \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{B_1A_1} \rangle = 180^\circ$, 所以 D 不正确;

故选: A.



8. 已知点 $A(2,3)$, $B(3,-1)$, 若直线 l 过点 $P(0,1)$ 且与线段 AB 相交, 则直线 l 的斜率 k 的取值范围是 ()

A. $k \leq -\frac{2}{3}$ 或 $k \geq 1$

B. $k \leq -\frac{2}{3}$ 或 $0 \leq k \leq 1$

C. $-\frac{2}{3} \leq k \leq 0$ 或 $k \geq 1$

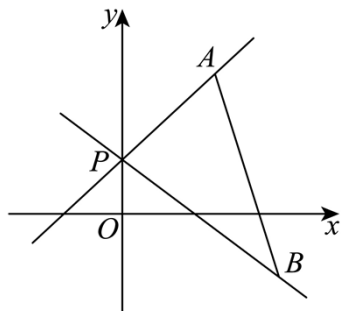
D. $-\frac{2}{3} \leq k \leq 1$

【正确答案】D

【分析】根据两点间斜率公式计算即可.

【详解】直线 PA 的斜率为 $k_{PA} = \frac{3-1}{2-0} = 1$, 直线 PB 的斜率为 $k_{PB} = \frac{-1-1}{3-0} = -\frac{2}{3}$,

结合图象可得直线 l 的斜率 k 的取值范围是 $-\frac{2}{3} \leq k \leq 1$.



故选: D

二、多选题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 下列各组中的两个向量，互相平行的有（ ）

A. $\vec{a} = (1, -2, 3), \vec{b} = (1, 2, 1)$

B. $\vec{a} = (0, -3, 3), \vec{b} = (0, 1, -1)$

C. $\vec{a} = (0, -3, 2), \vec{b} = \left(0, 1, -\frac{3}{2}\right)$

D. $\vec{a} = \left(1, -\frac{1}{2}, 3\right), \vec{b} = (-2, 1, -6)$

【正确答案】BD

【分析】根据共线向量定理直接判断即可。

【详解】在 A 中， $\vec{a} = (1, -2, 3), \vec{b} = (1, 2, 1)$ ，因为 $\frac{1}{1} \neq \frac{-2}{2} \neq \frac{3}{1}$ ，故 A 中两个向量不平行，

故 A 错误；

在 B 中，由 $\vec{a} = (0, -3, 3), \vec{b} = (0, 1, -1)$ ，可得 $\vec{a} = -3\vec{b}$ ，故 B 中两个向量平行，故 B 正确；

在 C 中， $\vec{a} = (0, -3, 2), \vec{b} = \left(0, 1, -\frac{3}{2}\right)$ ，因为 $\frac{-3}{1} \neq \frac{2}{-\frac{3}{2}}$ ，故 C 中两个向量不平行，故 C 错误

在 D 中，由 $\vec{a} = \left(1, -\frac{1}{2}, 3\right), \vec{b} = (-2, 1, -6)$ ，可得 $-2\vec{a} = \vec{b}$ ，故 D 中两个向量平行，故 D 正确。

故选：BD。

10. 已知事件 A，B 满足 $P(A) = 0.7$ ， $P(B) = 0.2$ ，则下列结论正确的是（ ）

A. $P(AB) = 0.14$

B. 如果 $B \subseteq A$ ，那么 $P(A \cup B) = 0.7$

C. 如果 A 与 B 互斥，那么 $P(A + B) = 0.9$

D. 如果 A 与 B 相互独立，那么

$$P(\overline{A} \cdot \overline{B}) = 0.24$$

【正确答案】BCD

【分析】根据独立事件的乘法公式及互斥事件的加法公式判断各选项。

【详解】A 选项：当 A 与 B 相互独立时， $P(AB) = P(A)P(B) = 0.14$ ，A 选项错误；

B 选项：若 $B \subseteq A$ ，则 $P(A \cup B) = P(A) = 0.7$ ，B 选项正确；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/548040031040007005>