

2024 届高三下学期开学摸底考（全国甲卷、乙卷通用）

文科数学

（考试时间：120 分钟 试卷满分：150 分）

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。
4. 考试范围：**高考全部内容**。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M = [-3, 4]$ ， $N = \{x | x^2 - 2x - 8 < 0\}$ ，则 $M \cap N =$ ()

- A. $[-3, 4]$ B. $[-2, 4)$ C. $[-3, 4)$ D. $[-2, 4]$

2. 已知复数 z 满足 $\frac{1}{z} = 2 + 3i$ ，则 $|z| =$ ()

- A. 3 B. $\sqrt{13}$ C. 7 D. 13

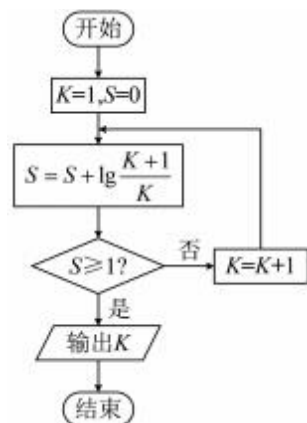
3. 若实数 x, y 满足 $\begin{cases} |x - y| + 5 > 0 \\ y \geq 5 \end{cases}$ ，则 $z = x + y$ 的最大值为 ()

- A. 5 B. 7 C. 9 D. 6

4. 已知角 α, β 满足 $\frac{\tan \alpha}{\tan \beta} = -5$ ， $\sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{3}$ ，则 $\sin(\alpha - \beta) =$ ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{2}{3}$

5. 执行下面的程序框图，则输出的 K 的值为 ()



- A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

6. 某人统计了甲、乙两家零售商店在周一到周五的营业额（单位：百元）情况，得到了如下的茎叶图（其中茎表示十位数，叶表示个位数），关于这 5 天的营业额情况，下列结论正确的是（ ）

甲		乙
87	2	68
762	3	024

- A. 甲、乙两家商店营业额的极差相同
 B. 甲、乙两家商店营业额的中位数相同
 C. 从营业额超过 3000 元的天数所占比例来看，甲商店较高
 D. 甲商店营业额的方差小于乙商店营业额的方差

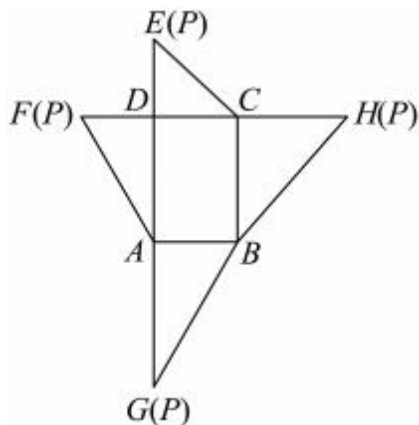
7. 已知 $a = 6^{\log_2 3.4}$, $b = 6^{\log_4 3.6}$, $c = \left(\frac{1}{6}\right)^{\log_3 0.3}$, 则 ()

- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $a > c > b$ D. $c > a > b$

8. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, $f\left(x + \frac{1}{2}\right)$ 为偶函数, $f(2-x) + f(x) = 0$, $f\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{2}$, 则 $f\left(\frac{16}{3}\right) =$ ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. 0 D. $-\frac{1}{2}$

9. 如图是四棱锥 $P-ABCD$ 的平面展开图, 四边形 $ABCD$ 是矩形, $ED \perp DC$, $FD \perp DA$, $DA = 3$, $DC = 2$, 经 $FAD = 30^\circ$, 则在四棱锥 $P-ABCD$ 中, BP 与平面 PDC 所成角的正切值为 ()



- A. $-\frac{3}{2}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $-\frac{\sqrt{7}}{3}$ D. $-\frac{3\sqrt{7}}{7}$

10. 若 a, b 是函数 $f(x) = x^2 - mx + n (m > 0, n > 0)$ 的两个不同的零点, 且 $a, b, -1$ 这三个数可适当排序后成等比数列, 也可适当排序后成等差数列, 则关于 x 的不等式 $\frac{x-m}{x-n} > 0$ 的解集为 ()

- A. $\{x | x < 2 \text{ 或 } x \geq 5\}$ B. $\{x | x < 2 \text{ 或 } x \geq 5\}$
 C. $\{x | x < 1 \text{ 或 } x \geq \frac{5}{2}\}$ D. $\{x | x < 1 \text{ 或 } x \geq \frac{5}{2}\}$

11. 等腰三角形 ABC 内接于半径为 2 的圆 O 中, $AB = AC = 2$, 且 M 为圆 O 上一点, $\overline{MB} \cdot \overline{MC}$ 的最大值为 ()

A. 2

B. 6

C. 8

D. 10

12. 已知点 $P(x, y)$ 在曲线 $y = \frac{x^2}{4}$ 上, 那么 $\frac{x+y+1}{\sqrt{x^2+(y+1)^2}}$ 的取值范围是 ()

- A. $\left[0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ B. $[0, 1]$ C. $\left[0, \frac{\sqrt{6}}{2}\right]$ D. $[0, \sqrt{2}]$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分

13. 已知函数 $f(x) = (x - e) \ln x$, 若直线 $y = (1 - e)x + b$ 与曲线 $y = f(x)$ 相切, 则 $b =$ _____.

14. 已知具有公共焦点 F_1, F_2 的椭圆 C_1 与双曲线 C_2 在第一象限的交点为 P , 若 $\angle F_1PF_2 = \frac{\pi}{2}$, 椭圆 C_1 与双曲线 C_2 的离心率分别记作 e_1, e_2 , 则 $4e_1^2 + e_2^2$ 的最小值为 _____.

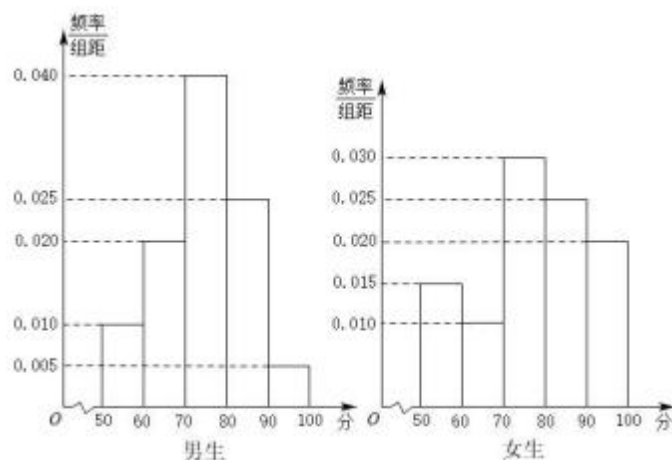
15. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点均在同一球面上, $PC \perp$ 平面 ABC , $PC = BC = \sqrt{6}$, $AB = 2\sqrt{6}$, 且 PA 与平面 ABC 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{6}$, 则该球的表面积为 _____.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $a \cos C - c \cos A = b - c$, 且 $a + c = 1$, 则当边 c 取得最大值时, $\triangle ABC$ 的周长为 _____.

三、解答题: 本大题共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (12 分) 某高中组织学生参加线上新冠肺炎防控知识竞答活动, 现从参与答题的男生、女生中分别随机抽取 20 名学生的得分情况 (满分 100 分), 得到如下统计图:



性别			
成绩	男生	女生	合计
80 分以上			

80 分以下			
--------	--	--	--

合计	20	20	40
----	----	----	----

(1)学校对得分 80 分以上的学生，颁发“知识达人”荣誉称号.根据直方图补全 2×2 列联表，并判断是否有 90%

的把握认为是否为“知识达人”与性别有关.

(2)从成绩在 $[50, 60)$ 不 $[80, 90)$ 的学生中，按分层抽样抽取 6 人，再从 6 人中随机抽取 3 人，求恰有 1 人成绩在 $[50, 60)$ 的概率.

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, \text{ 其中 } n = a + b + c + d.$$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

18. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $S_{n+1} + S_n = 2n^2 + 2n + 1$ ， $n \in \mathbf{N}^*$.

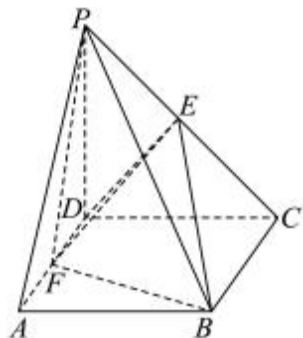
(1)求 $S_{21} - S_5$ 的值；

(2)若 $a_1 = 1$ ，求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

19. (12 分) 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是正方形，侧棱 $PD \perp$ 底面 $ABCD$, E 、 F 分别是 PC 、 AD 中点.

(1)判断直线 DE 与平面 PFB 的位置关系；

(2)若 PB 与平面 $ABCD$ 所成角为 45° ， $AB = 2$ ，求 E 到平面 PFB 的距离.



20. (12 分) 已知函数 $f(x) = e^x - a \ln(x+1)$.

(1)当 $a = 1$ 时，求 $f(x)$ 的最小值；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/548047032021006050>