

**2024-2025学年湖南省长沙市高三上学期第四次月考数学
检测试题**

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 若复数 z 满足 $z = \frac{1-2i}{2-i}$ (i 为虚数单位)，则 z 的模 $|z| =$ ()

- A. 1 B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\frac{5}{3}$

【答案】A

【解析】

【分析】先将 z 化简，再根据模长的运算公式以及性质求解即可.

【详解】因为 $z = \frac{1-2i}{2-i} = \frac{(1-2i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{4-3i}{5} = \frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$,

$$\text{所以 } |z| = \sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(-\frac{3}{5}\right)^2} = 1.$$

故选：A.

2. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, 2^{x-1} < 0$ ；命题 $q: \exists x \in \mathbf{Z}, x^2 + 1$ 是质数，则 ()

- A. p, q 均是真命题 B. $\neg p, q$ 均是真命题
C. $p, \neg q$ 均是真命题 D. $\neg p, \neg q$ 均是真命题

【答案】B

【解析】

【分析】根据指数函数的性质得到 p 是假命题，举出反例得到 q 为真命题，得到答案.

【详解】由指数函数的性质可得 $\forall x \in \mathbf{R}, 2^{x-1} > 0$ ， p 是假命题，则 $\neg p$ 是真命题；

当 $x=1$ 时， $x^2 + 1 = 2$ 是质数，故 q 为真命题， $\neg q$ 为假命题.

故选：B.

3. 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 2\sqrt{3}$ ，且 $\vec{a} \perp (\vec{a} + \vec{b})$ ，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

【答案】D

【解析】

【分析】由数量积公式可得 $\vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，由夹角公式即可得结果.

【详解】 $\because \vec{a} \perp (\vec{a} + \vec{b}), |\vec{a}| = 3, \therefore \vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = |\vec{a}|^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} = 0,$

$\therefore \vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}|^2 = -9, \therefore \cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = -\frac{\sqrt{3}}{2},$ 故夹角为 $\frac{5\pi}{6}$.

故选：D.

4. 有一组数据，按从小到大排列为：1, 2, 3, 6, 7, 9, m ，这组数据的50%分位数等于他们的平均数，则 m 为
()

A. 10

B. 12

C. 14

D. 16

【答案】C

【解析】

【分析】根据百分位数概念，求出50%分位数，也求出平均值，构造方程计算即可.

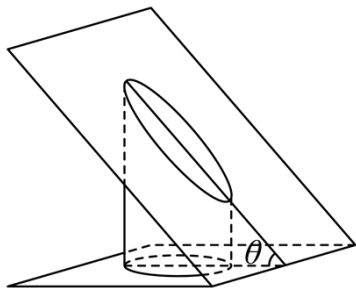
【详解】因为该组数据共7个，且 $7 \times 50\% = 3.5$ ，所以这组数据的50%分位数为从小到大第4个数，即6，

又组数据的平均数为 $\frac{1+2+3+6+7+9+m}{7}$ ，则 $6 = \frac{1+2+3+6+7+9+m}{7}$ ，解得 $m = 14$.

故选：C.

5. 如图所示，用一个与圆柱底面成 $\theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2} \right)$ 的平面截圆柱，截面是一个椭圆. 若圆柱的底面圆半径为

1, $\theta = \frac{\pi}{3}$ ，则下列结论正确的是 ()



A. 椭圆的长轴长等于2

B. 椭圆的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. 椭圆的标准方程可以是 $\frac{y^2}{4} + x^2 = 1$

D. 椭圆上的点到焦点的距离的最小值为 $4 - 2\sqrt{3}$

【答案】C

【解析】

【分析】设椭圆的长半轴长为 a ，短半轴长为 b ，半焦距为 c ，依题意可得 $a = 2$ 、 $b = 1$ ，从而求出 c ，再一一判断即可.

【详解】设椭圆的长半轴长为 a ，短半轴长为 b ，半焦距为 c ，椭圆长轴在圆柱底面上的投影为圆柱底面圆直径，

则由截面与圆柱底面所成锐二面角 $\theta = \frac{\pi}{3}$ 得 $2a = \frac{2}{\cos \theta} = 4$ ，解得 $a = 2$ ，故 A 不正确；

显然 $b = 1$ ，则 $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{3}$ ，离心率 $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，故 B 不正确；

当以椭圆长轴所在直线为 y 轴，短轴所在直线为 x 轴建立平面直角坐标系时，

椭圆的标准方程为 $\frac{y^2}{4} + x^2 = 1$ ，故 C 正确；

椭圆上的点到焦点的距离的最小值为 $a - c = 2 - \sqrt{3}$ ，故 D 不正确.

故选：C

6. 已知函数 $f(x) = 2^x + 2^{-x}$ ，则下列函数的图象关于直线 $x = 1$ 对称的是 ()

A. $f(x-1) + \cos \frac{\pi}{2}x$

B. $f(x+1) + \sin \frac{\pi}{2}x$

C. $f(x-1) + \sin \frac{\pi}{2}x$

D. $f(x+1) + \cos \frac{\pi}{2}x$

【答案】C

【解析】

【分析】首先判断 $f(x)$ 的奇偶性和对称性，再由图象的平移和正弦函数、余弦函数的对称性，可得结论.

【详解】因为函数 $f(x) = 2^x + 2^{-x}$ 的定义域为 $\mathbf{R}$ ，且 $f(-x) = 2^{-x} + 2^x = f(x)$ ，故函数

$f(x) = 2^x + 2^{-x}$ 为偶函数，图象关于 y 轴对称，

函数 $f(x-1)$ 的图象为函数 $f(x)$ 的图象向右平移 1 个单位长度得到，故函数 $f(x-1)$ 的图象关于直线

$x=1$ 对称,

而函数 $f(x+1)$ 的图象为函数 $f(x)$ 的图象向左平移 1 个单位长度得到, 故函数 $f(x+1)$ 的图象关于直线 $x=-1$ 对称, 则可排除 B,D 选项;

又函数 $y=\sin \frac{\pi}{2} x$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称, 因此函数 $f(x-1)+\sin \frac{\pi}{2} x$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称.

而又函数 $y=\cos \frac{\pi}{2} x$ 的图象关于点 $(1,0)$ 对称, 故排除 A 选项.

故选: C.

7. 已知三棱锥 $A-BCD$ 内接于直径为 $\sqrt{5}$ 的球 O , $AB=CD=2$, 则三棱锥 $A-BCD$ 的体积的最大值为

()

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{2}{3}$

C. 1

D. $\frac{4}{3}$

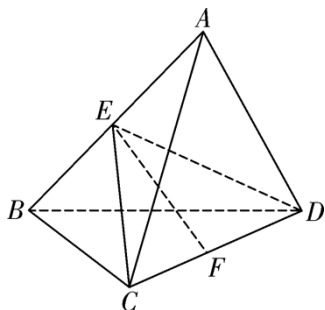
【答案】B

【解析】

【分析】过 CD 作平面 ECD , 使 $AB \perp$ 平面 ECD , 交 AB 于点 E , 设点 E 到 CD 的距离为 EF , 分析出当球心在 EF 上时, EF 最大, 此时 E, F 分别为 AB, CD 的中点, 且球心 O 为 EF 的中点, 进而直接求解体积即可.

【详解】如图, 过 CD 作平面 ECD , 使 $AB \perp$ 平面 ECD , 交 AB 于点 E ,
设点 E 到 CD 的距离为 EF , 当球心在 EF 上时, EF 最大,
此时 E, F 分别为 AB, CD 的中点, 且球心 O 为 EF 的中点,

所以 $EF=1$, 所以 $V_{\max} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 1 \times 2 = \frac{2}{3}$.



故选: B

8. 关于 x 的方程 $(25-x)(5+x)=-2024$ 恰有两个根为 x_1, x_2 , 且 x_1, x_2 分别满足 $3^{x_1} = a - 3x_1$ 和

$\log_3(x_2-1)^3 = a - 3x_2$, 则 $x_1 + x_2 + a$ 的值为 ()

A. $77+a$ B. $57+a$

C. 57

D. 77

【答案】D

【解析】

【分析】先根据对数和指数的运算性质化简可知 $t_1 = x_1 - 1$ 与 $t_2 = x_2 - 1$ 分别是函数 $y = 3^t$ 与 $y = \log_3 t$ 和 $y = \frac{a}{3} - 1 - t$ 的两交点的横坐标，结合韦达定理即可求解.【详解】因为 $(25-x)(5+x) = -2024$ ，展开化简得 $-x^2 + 20x + 25 \times 5 + 2024 = 0$ ，故 $x_1 + x_2 = 20$ ，又 $3^{x_1} = a - 3x_1, \log_3(x_2 - 1)^3 = a - 3x_2$ ，所以 $3^{x_1-1} = \frac{a}{3} - x_1, \log_3(x_2 - 1) = \frac{a}{3} - x_2$ ，即 $3^{x_1-1} = \frac{a}{3} - 1 - (x_1 - 1), \log_3(x_2 - 1) = \frac{a}{3} - 1 - (x_2 - 1)$ ，所以 $t_1 = x_1 - 1$ 与 $t_2 = x_2 - 1$ 分别是函数 $y = 3^t$ 与 $y = \log_3 t$ 和 $y = \frac{a}{3} - 1 - t$ 的两交点的横坐标，所以由对称性可得 $x_1 - 1 + x_2 - 1 = \frac{a}{3} - 1$ ，即 $x_1 + x_2 = \frac{a}{3} + 1 = 20$ ，解得 $a = 57$ ，所以 $x_1 + x_2 + a = 20 + 57 = 77$ ，

故选：D

二、多选题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. 已知函数 $f(x) = \sin x$ 与 $g(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ ，下列说法正确的是 ()A. 将 $f(x)$ 的图象上所有点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$ ，并向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位可以得到 $g(x)$ 的图象B. $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象存在相同的对称中心C. $f(x)$ 与 $g(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8}\right]$ 上单调性相同D. 当 $x \in [0, 2\pi]$ 时， $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象有且仅有 4 个交点

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据三角函数图像平移，正弦函数的对称中心和单调性，以及化简求值，即可逐个选项判断.

【详解】对于 A，将 $f(x)$ 的图象上所有点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$ ，得到 $y = \sin 2x$ ，

再将 $y = \sin 2x$ 向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位，得 $y = \sin 2\left(x + \frac{\pi}{8}\right) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的图象，A 正确；

对于 B， $f(x) = \sin x$ 的图象对称中心的横坐标满足 $x = k\pi, k \in \mathbf{Z}$ ，

又 $g(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的图象对称中心横坐标满足 $2x + \frac{\pi}{4} = k\pi, k \in \mathbf{Z}$ ，

解得 $x = -\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}$ ，两个方程无公共解，

所以两个函数图象不存在相同的对称中心，选项 B 错误；

对于 C，令 $-\frac{\pi}{8} \leq x \leq \frac{\pi}{8}$ ，则 $0 \leq 2x + \frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi}{2}$ ，

则 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8}\right]$ 上均单调递增，故选项 C 正确；

对于 D，令 $\sin x = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$ ，得 $x = 2x + \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ 或 $x + 2x + \frac{\pi}{4} = \pi + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}$ ，

解得 $x = -\frac{\pi}{4} - 2k\pi$ 或 $x = \frac{\pi}{4} + \frac{2k\pi}{3}, k \in \mathbf{Z}$ ，

所以 $x \in [0, 2\pi]$ 时，零点有 $\frac{\pi}{4}, \frac{11\pi}{12}, \frac{19\pi}{12}, \frac{7\pi}{4}$ ，共有 4 个，选项 D 正确。

故选：ACD

10. 已知三次函数 $f(x) = ax^3 - ax^2 + bx (a, b \in \mathbf{R}, a \neq 0)$ ，则 ()

A. 当 $a = b$ 时，函数 $f(x)$ 为单调递增函数

B. 当 $2a = 9b$ 时，函数 $y = f(x)$ 的图象关于 $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$ 对称

C. 存在 a, b ，使得函数 $y = f(x)$ 图象关于直线 $x = b$ 对称

D. 函数 $f(x)$ 有三个零点的一个充分条件是 $a < 4b < 0$

【答案】BD

【解析】

【分析】对于 A，给出一个反例即可；对于 B，验证 $f\left(\frac{2}{3} - x\right) = -f(x)$ 即可；对于 C，使用反证法证明

满足条件的 a, b 不存在即可；对于 D，利用零点存在定理证明 $f(x)$ 存在三个零点即可。

【详解】对于 A，由于当 $a = b = -1$ 时，有 $f(x) = -x^3 + x^2 - x$ ，但此时由 $f(1) = -1 < 0 = f(0)$ 可知 $f(x)$ 并不单调递增，故 A 错误；

对于 B，当 $2a = 9b$ 时，有 $b = \frac{2a}{9}$ ，故 $f(x) = ax^3 - ax^2 + bx = ax^3 - ax^2 + \frac{2a}{9}x = \frac{a}{9}(9x^3 - 9x^2 + 2x)$
 $= \frac{a}{9}(9x^3 - 3x^2 - 6x^2 + 2x) = \frac{a}{9}(3x^2(3x-1) - 2x(3x-1)) = \frac{a(3x-1)}{9}(3x^2 - 2x) = \frac{a(3x-1)}{9}\left(\frac{1}{3}(3x-1)^2 - \frac{1}{3}\right)$ 。

所以 $f\left(\frac{2}{3}-x\right) = \frac{a\left(3\left(\frac{2}{3}-x\right)-1\right)}{9}\left(\frac{1}{3}\left(3\left(\frac{2}{3}-x\right)-1\right)^2 - \frac{1}{3}\right) = \frac{a(1-3x)}{9}\left(\frac{1}{3}(1-3x)^2 - \frac{1}{3}\right) = -f(x)$ 。

这表明 $y = f(x)$ 的图象关于 $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$ 对称，故 B 正确；

对于 C，假设存在 a, b 使得 $y = f(x)$ 的图象关于 $x = b$ 对称，则 $f(b+x) = f(b-x)$ 恒成立。

此即 $a(b+x)^3 - a(b+x)^2 + b(b+x) = a(b-x)^3 - a(b-x)^2 + b(b-x)$ 。

整理得 $6ab^2x + 2ax^3 + 2bx = 4abx$ ，即 $3ab^2x + ax^3 + bx = 2abx$ ，此即

$ax^3 = 2abx - 3ab^2x - bx = bx(2a - 3ab - 1)$ 。

故对任意实数 x 均有 $|a||x|^3 = |ax^3| = |bx(2a - 3ab - 1)| = |b||x||2a - 3ab - 1| \leq |b||x|(2|a| + 3|ab| + 1)$ 。

从而对任意 $x \neq 0$ 均有 $|x|^2 \leq \frac{|b|}{|a|}(2|a| + 3|ab| + 1)$ ，但当 $x > \sqrt{\frac{|b|}{|a|}(2|a| + 3|ab| + 1)}$ 时，该式显然不成立，

矛盾。

所以不存在 a, b 使得 $y = f(x)$ 的图象关于 $x = b$ 对称，故 C 错误；

对于 D，当 $a < 4b < 0$ 时，直接计算可得 $f(0) = 0$ ， $f\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{b^3}{a^2} < 0$ ， $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4b-a}{8} > 0$ ，

$f(1) = b < 0$ 。

而 $0 < \frac{b}{a} < \frac{1}{4} < \frac{1}{2} < 1$ ，故根据零点存在定理，可知 $f(x)$ 存在零点 $x = 0$ ，且在 $\left(\frac{b}{a}, \frac{1}{2}\right)$ 和 $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ 上分别有一个零点。

所以 $f(x)$ 一定有三个零点，故 D 正确。

故选：BD。

11. 已知点 F 为抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, O 为坐标原点, 过 y 轴左侧一点 P 作抛物线 C 的两条切线, 切点为 A, B , PA, PB 分别交 y 轴于 M, N 两点, 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则下列结论一定正确的是 ()

A. $k_{PA} \cdot k_{PB} = \frac{p^2}{y_1 y_2}$

B. P, N, F, M 四点共圆

C. $\frac{|OM|}{|ON|} = \frac{|MA|}{|MP|}$

D. $\frac{|OM|}{|ON|} = \frac{|FA|}{|FB|}$

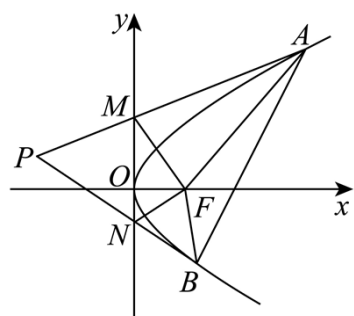
【答案】ABC

【解析】

【分析】求出切线斜率得出斜率之积判断 A, 证明 $\angle PMF = \frac{\pi}{2}$ 可判断 B, 计算 $\frac{|MA|}{|MP|}$ 的值可判断 C, 当满足条件时求出直线方程, 可知直线过焦点或与 x 轴垂直, 不符合题意判断 D 错误.

【详解】如图, 对于 A, 由题, $A(x_1, y_1)$ 为抛物线 C 上一点 ($x_1 \neq 0$), 则 $y_1^2 = 2px_1$,

过点 A 的切线方程为 $y - y_1 = k(x - x_1)$,



联立方程组 $\begin{cases} y - y_1 = k(x - x_1) \\ y^2 = 2px \end{cases}$, 消去 x 得 $y^2 - \frac{2p}{k}y + \frac{2p}{k}y_1 - y_1^2 = 0$,

令 $\Delta = 0$, 解得 $k = \frac{p}{y_1}$, 即过抛物线上一点 A 的切线的斜率为 $\frac{p}{y_1}$,

同理可得过 B 点切线斜率为 $\frac{p}{y_2}$, 所以 $k_{PA} \cdot k_{PB} = \frac{p^2}{y_1 y_2}$, 故 A 正确.

对于 B, 设 $A\left(\frac{y_1^2}{2p}, y_1\right), B\left(\frac{y_2^2}{2p}, y_2\right), (y_1 \neq y_2)$,

所以过点 A 的切线方程为 $y = \frac{p}{y_1}x + \frac{y_1}{2}$, 令 $x = 0$, 可得 $y = \frac{y_1}{2}$, 即 $M\left(0, \frac{y_1}{2}\right)$,

又 $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$, 所以 $k_{MF} = -\frac{y_1}{p}$, 则 $k_{MF}k_{AP} = -1$,

所以 $MF \perp PM$, 即 $\angle PMF = \frac{\pi}{2}$, 同理可得 $\angle PNF = \frac{\pi}{2}$,

则 P, N, F, M 四点共圆, 故 B 正确;

对于 C, 因为 $M\left(0, \frac{y_1}{2}\right), N\left(0, \frac{y_2}{2}\right)$, 可得 $\frac{|OM|}{|ON|} = -\frac{y_1}{y_2}$, 故 $\frac{|OM|^2}{|ON|^2} = \frac{y_1^2}{y_2^2}$,

$$\text{联立方程组} \begin{cases} y = \frac{p}{y_1}x + \frac{y_1}{2}, \\ y = \frac{p}{y_2}x + \frac{y_2}{2}, \end{cases} \text{解得 } x = \frac{y_1 y_2}{2p}, y = \frac{y_1 + y_2}{2}, \text{ 即 } P\left(\frac{y_1 y_2}{2p}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right),$$

$$\text{则 } \frac{|MA|^2}{|MP|^2} = \frac{\frac{y_1^4}{4p^2} + \frac{y_1^2}{4}}{\frac{y_1^2 y_2^2}{4p^2} + \frac{y_2^2}{4}} = \frac{y_1^2(y_1^2 + p^2)}{y_2^2(y_1^2 + p^2)} = \frac{y_1^2}{y_2^2}, \text{ 所以 } \frac{|OM|}{|ON|} = \frac{|MA|}{|MP|}, \text{ 故 C 正确.}$$

对于 D, 由 $M\left(0, \frac{y_1}{2}\right), N\left(0, \frac{y_2}{2}\right)$,

$$\text{可得 } \frac{|OM|}{|ON|} = -\frac{y_1}{y_2}, \frac{|FA|}{|FB|} = \frac{x_1 + \frac{p}{2}}{x_2 + \frac{p}{2}} = \frac{\frac{y_1^2}{2p} + \frac{p}{2}}{\frac{y_2^2}{2p} + \frac{p}{2}} = \frac{y_1^2 + p^2}{y_2^2 + p^2},$$

$$\text{若 } \frac{|OM|}{|ON|} = \frac{|FA|}{|FB|}, \text{ 可得 } -\frac{y_1}{y_2} = \frac{y_1^2 + p^2}{y_2^2 + p^2},$$

则 $y_1 y_2^2 + y_1 p^2 = -y_1^2 y_2 - y_2 p^2$, 所以 $y_1 y_2 = -p^2$ 或 $y_1 + y_2 = 0$,

设直线 $y = k\left(x - \frac{p}{2}\right)$, 代入抛物线方程 $y^2 = 2px$,

$$\text{可得 } y^2 - \frac{2p}{k}y - p^2 = 0, \text{ 可得 } y_1 y_2 = -p^2,$$

所以当直线过抛物线焦点时, 两交点的纵坐标之积为 $-p^2$,

又当直线与 x 轴垂直时 $y_1 + y_2 = 0$, 而直线 AB 不一定过焦点或与 x 轴垂直, 故 D 错误;

故选: ABC.

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 已知 α, β , 且 $(1 - \tan \alpha)(1 + \tan \beta) = 2$, 则 $\alpha - \beta =$ _____.

【答案】 $k\pi - \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$

【解析】

【分析】 由两角差的正切公式即可求解.

【详解】 $\because (1 - \tan \alpha)(1 + \tan \beta) = 1 - \tan \alpha + \tan \beta - \tan \alpha \tan \beta = 2$,

即 $\tan \beta - \tan \alpha = 1 + \tan \alpha \tan \beta$,

$$\therefore \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = 1,$$

即 $\tan(\beta - \alpha) = 1, \therefore \alpha - \beta = k\pi - \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$.

故答案为: $k\pi - \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$

13. 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $\{S_n\}$ 是首项为 4, 公比为 2 的等比数列, 则 $\{a_n\}$ 的前 n 项积为_____.

【答案】 $2^{\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n + 1}$

【解析】

【分析】 利用等比数列表示出数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 再根据 a_n 与 S_n 之间的关系式得到 a_n , 即可直接求出结果.

【详解】 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,

$$\text{则 } S_n = 4 \times 2^{n-1} = 2^{n+1},$$

$$\text{因为 } a_n = S_n - S_{n-1} \ (n \geq 2),$$

$$\text{则 } a_n = \begin{cases} 2^n, & n \geq 2 \\ 4, & n = 1 \end{cases},$$

$$\text{故 } \{a_n\} \text{ 的前 } n \text{ 项积为 } T_n = 4 \times 2^2 \times 2^3 \times \cdots \times 2^n = 2^{\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n + 1}.$$

故答案为: $2^{\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n + 1}$

14. 现有质量分别为 1, 2, 3, 4, 5, 7 千克的六件货物, 将它们随机打包装入三个不同的箱子, 每个箱子装入两件货物, 每件货物只能装入一个箱子. 则第一、二个箱子的总质量均不小于第三个箱子的总质量的概率是_____.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/548116105112007012>