

2023-2024 学年人教版八年级数学下学期期末模拟试卷 02

满分：120 分 测试范围：八下全部内容

一、选择题。(共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分)

1. 若二次根式 $\sqrt{x-3}$ 有意义，则 x 的取值范围是()

- A. $x > 3$ B. $x \geq 3$ C. $x < 3$ D. $x \leq 3$

【分析】二次根式的被开方数 $x-3 \geq 0$.

【解答】解：根据题意，得

$$x-3 \geq 0,$$

解得 $x \geq 3$;

故选：B.

【点评】本题考查了二次根式的意义和性质. 概念：式子 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 叫二次根式. 性质：二次根式中的被开方数必须是非负数，否则二次根式无意义.

2. 下列根式是最简二次根式的()

- A. $-\sqrt{3}$ B. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ C. $\sqrt{0.5}$ D. $\sqrt{8}$

【分析】当二次根式满足：①被开方数不含开的尽方的数或式；②根号内面没有分母. 即为最简二次根式，由此即可求解.

【解答】解：A 选项： $-\sqrt{3}$ ，是最简二次根式，故该选项符合题意；

B 选项： $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，不是最简二次根式，故该选项不符合题意；

C 选项： $\sqrt{0.5} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，不是最简二次根式，故该选项不符合题意；

D 选项： $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ ，不是最简二次根式，故该选项不符合题意.

故选：A.

【点评】本题考查了最简二次根式，掌握最简二次根式的定义是关键.

3. 下列计算正确的是()

- A. $\sqrt{2} + \sqrt{9} = \sqrt{11}$ B. $3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{5} \div \sqrt{10} = 2\sqrt{5}$ D. $\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$

【分析】根据二次根式的加减法法则以及二次根式的乘除法法则逐项分析即可.

【解答】解：A. $\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{9} = 3$ 不是同类二次根式，不能合并，不正确，故不符合题意；

B. $3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ ，原计算正确，故符合题意；

C. $2\sqrt{5} \div \sqrt{10} = 2\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$ ，原计算不正确，故不符合题意；

D. $\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 1$ ，原计算不正确，故不符合题意；

故选：B.

【点评】本题考查了二次根式的加减法，以及二次根式的乘除法运算，熟练掌握运算法则是解答本题的关键.

4. 某射击队准备挑选运动员参加射击比赛，下表是其中一名运动员 10 次射击的成绩（单位：环），则该名运动员射击成绩的平均数是（ ）

成绩	8	8.5	9	10
频数	3	2	4	1

A. 8.9

B. 8.7

C. 8.3

D. 8.2

【分析】根据加权平均数公式计算即可.

【解答】解：该名运动员射击成绩的平均数是： $\frac{1}{10} \times (8 \times 3 + 8.5 \times 2 + 9 \times 4 + 10 \times 1) = 8.7$ （环），

故选：B.

【点评】本题考查了加权平均数以及频数分布表，掌握加权平均数的计算公式是解答本题的关键.

5. 若点 $A(-2, y_1)$ ， $B(3, y_2)$ ， $C(1, y_3)$ 在一次函数 $y = -2x + b$ (b 是常数) 的图象上，则 y_1 ， y_2 ， y_3 的大小关系是（ ）

A. $y_3 < y_2 < y_1$

B. $y_2 < y_3 < y_1$

C. $y_1 < y_3 < y_2$

D. $y_2 < y_1 < y_3$

【分析】由 $k = -2 < 0$ ，利用一次函数的性质，可得出 y 随 x 的增大而减小，再结合 $-2 < 1 < 3$ ，即可得出 $y_2 < y_3 < y_1$.

【解答】解： $\because k = -2 < 0$ ，

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小，

又 $\because$ 点 $A(-2, y_1)$ ， $B(3, y_2)$ ， $C(1, y_3)$ 在一次函数 $y = -2x + b$ (b 是常数) 的图象上，且 $-2 < 1 < 3$ ，

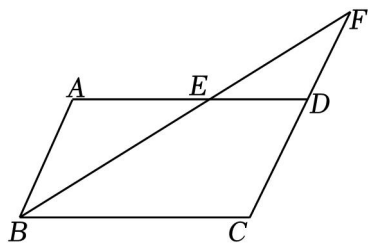
$\therefore y_2 < y_3 < y_1$.

故选：B.

【点评】本题考查了一次函数的性质，牢记“ $k > 0$ ， y 随 x 的增大而增大； $k < 0$ ， y 随 x 的增大而减小”是解题的关键.

6. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB = 3$ ， $AD = 5$ ， $\angle ABC$ 的平分线交 AD 于 E ，交 CD 的延长线于点 F ，

则 $DF = (\quad)$



A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

【分析】 根据平行四边形的性质得到 $AB \parallel CD$ ， $AD \parallel BC$ ，结合角平分线的性质推出 $\angle AEB = \angle ABE = \angle F = \angle DEF$ ，得到 $AE = AB = 3$ ，即可求出 $DE = DF = AD - AE = 5 - 3 = 2$ 。

【解答】 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB \parallel CD$ ， $AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle ABF = \angle F$ ， $\angle AEB = \angle CBE$ ，

$\because BE$ 平分 $\angle ABC$ ，

$\therefore \angle ABE = \angle CBE$ ，

$\therefore \angle AEB = \angle ABE = \angle F = \angle DEF$ ，

$\therefore AE = AB = 3$ ，

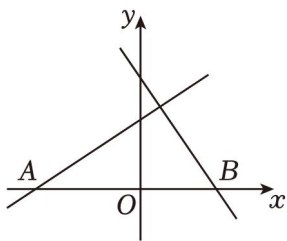
$\therefore DF = DE = AD - AE = 5 - 3 = 2$ ，

故选：C。

【点评】 此题考查了平行四边形的性质，角平分线的计算，熟练掌握平行四边形的性质是解题的关键。

7. 如图，直线 $y = \frac{2}{3}x + b$ 和 $y = kx + 3$ 分别与 x 轴交于点 $A(-3, 0)$ ，点 $B(2, 0)$ ，则不等式组 $\begin{cases} \frac{2}{3}x + b < 0 \\ kx + 3 > 0 \end{cases}$ 的解

集为 ()



A. $x > 2$

B. $x < -3$

C. $x < -3$ 或 $x > 2$

D. $-3 < x < 2$

【分析】 把 $A(-3, 0)$ ，点 $B(2, 0)$ 代入不等式组，依据图象直接得出答案即可。

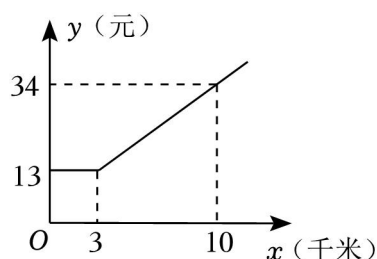
【解答】 解： $\because$ 直线 $y = \frac{2}{3}x + b$ 和 $y = kx + 3$ 分别与 x 轴交于点 $A(-3, 0)$ ，点 $B(2, 0)$ ，

$$\therefore \begin{cases} \frac{2}{3}x + b < 0 \\ kx + 3 > 0 \end{cases} \text{ 的解集为 } x < -3,$$

故选：B.

【点评】本题考查了一次函数与一元一次不等式的知识，解题的关键是根据两条直线与 x 轴的交点坐标及直线的位置确定不等式组的解集.

8. 图中反映某网约车平台收费 y (元) 与所行驶的路程 x (千米) 的函数关系，根据图中的信息，当小明通过该网约车从家到机场共收费 64 元，若车速始终保持 60 千米/时不变，不考虑其它因素 (红绿灯、堵车等)，他从家到机场需要 ()



- A. 10 分钟 B. 15 分钟 C. 18 分钟 D. 20 分钟

【分析】根据题意可得当 $x > 3$ 时， y 与 x 的函数关系式，再把 $y = 64$ 代入函数关系式求出 x 的值，然后根据网约车的速度可得答案.

【解答】解：根据图象可知，收费 64 元，行程已超过 3 千米，
 设当 $x > 3$ 时， y 与 x 的函数关系式为 $y = kx + b$,

$$\text{根据题意，得：} \begin{cases} 3k + b = 13 \\ 10k + b = 34 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 3 \\ b = 4 \end{cases},$$

$$\therefore y = 3x + 4 (x > 3),$$

$$\text{当 } y = 64 \text{ 时, } 3x + 4 = 64,$$

$$\text{解得 } x = 20,$$

$$20 \div 60 \times 60 = 20 \text{ (分钟)}.$$

故选：D.

【点评】本题考查了一次函数的应用，求出相关函数关系式是解答本题的关键.

9. 已知一次函数 $y = kx + 3k - 2$ ($k \neq 0$, k 是常数)，则下列结论正确的是 ()

- A. 若点 $A(2, 8)$ 在一次函数 $y = kx + 3k - 2$ 的图象上，则它的图象与两个坐标轴围成的三角形面积是 2

B. 若 $3k-2>0$ ，则一次函数 $y=kx+3k-2$ 图象上任意两点 $E(a_1, b_1)$ 和 $F(a_2, b_2)$ 满足：

$$(a_1 - a_2)(b_1 - b_2) < 0$$

C. 一次函数 $y=kx+3k-2$ 的图象不一定经过第三象限

D. 若对于一次函数 $y=tx+7(t \neq 0)$ 和 $y=kx+3k-2$ ，无论 x 取任何实数，总有 $tx+7 > kx+3k-2$ ，则 k 的取值范围是 $0 < k < 3$ 或 $k < 0$

【分析】A、利用待定系数法求得解析式，即可求得与坐标轴的交点，从而求得图象与两个坐标轴围成的三角形面积，即可判断；

B、根据一次函数的性质即可判断；

C、求得一次函数 $y=kx+3k-2$ 的图象过定点 $(-3, -2)$ 即可判断；

D、由题意可知两直线平行，当 $k > 0$ 时，则 $3k-2 < 7$ ，当 $k < 0$ 时， $3k-2 < 7$ 一定成立，解不等式即可求得 k 的取值，即可判断。

【解答】解：A、 $\because A(2, 8)$ 在一次函数 $y=kx+3k-2$ 的图象上，

$$\therefore 8 = 2k + 3k - 2,$$

$$\therefore k = 2,$$

$$\therefore \text{一次函数为 } y = 2x + 4,$$

$$\therefore \text{它的图象与两个坐标轴的交点为 } (-2, 0), (0, 4),$$

$$\therefore \text{图象与两个坐标轴围成的三角形面积是 } \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4, \text{ 故 A 错误, 不合题意;}$$

$$B、\because 3k-2 > 0,$$

$$\therefore k > \frac{2}{3},$$

$$\therefore y \text{ 随 } x \text{ 的增大而增大,}$$

$$\therefore (a_1 - a_2)(b_1 - b_2) > 0, \text{ 故 B 错误, 不合题意;}$$

$$C、\because y = kx + 3k - 2 = k(x + 3) - 2,$$

$$\therefore \text{一次函数 } y = kx + 3k - 2 \text{ 的图象过定点 } (-3, -2),$$

$$\therefore \text{一次函数 } y = kx + 3k - 2 \text{ 的图象一定经过第三象限, 故 C 错误, 不合题意;}$$

$$D、\because \text{对于一次函数 } y = tx + 7 (t \neq 0) \text{ 和 } y = kx + 3k - 2, \text{ 无论 } x \text{ 取任何实数, 总有 } tx + 7 > kx + 3k - 2,$$

$$\therefore \text{直线 } y = tx + 7 \text{ 与直线 } y = kx + 3k - 2 \text{ 平行,}$$

$$\therefore \text{一次函数 } y = kx + 3k - 2 \text{ 的图象过定点 } (-3, -2),$$

$$\therefore \text{当 } k > 0 \text{ 时, } 3k - 2 < 7,$$

$$\text{解得 } 0 < k < 3,$$

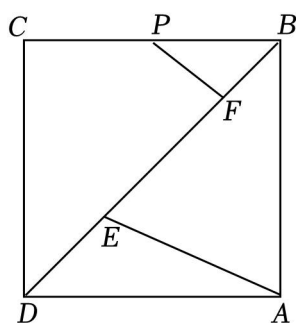
当 $k < 0$ 时, $3k - 2 < 7$ 一定成立,

$\therefore k$ 的取值范围是 $0 < k < 3$ 或 $k < 0$, 故 D 正确, 符合题意.

故选: D .

【点评】 本题考查了一次函数与不等式的相关知识, 是难点和易错点, 解答此题关键是熟知一次函数图象上点的坐标特征, 确定函数与系数之间的关系.

10. 如图, 在边长为 10 的正方形 $ABCD$ 对角线上有 E 、 F 两个动点, $AB = \sqrt{2}EF$, 点 P 是 BC 中点, 连接 AE 、 PF , 则 $AE + PF$ 的最小值为 ()



A. $5\sqrt{5}$

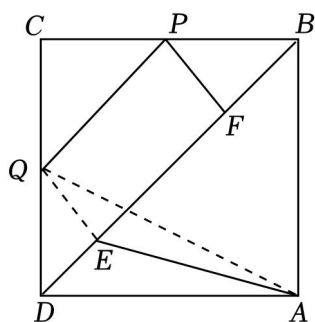
B. $10\sqrt{5}$

C. $5\sqrt{2}$

D. 10

【分析】 设 CD 的中点 Q , 连接 PQ , EQ , 先求出 $BD = 10\sqrt{2}$, 证 PQ 是 $\triangle CBD$ 的中位线, 得 $PQ \parallel BD$, $PQ = \frac{1}{2}BD = 5\sqrt{2}$, 再结合已知条件可判定四边形 $PQEF$ 为平行四边形, 进而得求 $AE + PF$ 就是求 $AE + QE$ 的最小值, 然后根据线段的性质可得 $AE + EQ$ 为最小即为线段 AQ 的长, 最后运用勾股定理求出 AQ 即可.

【解答】 解: 设 CD 的中点 Q , 连接 PQ , EQ , 如图所示:



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形, 且边长为 10,

$\therefore AB = BC = CD = AD = 10$, $\angle ADC = \angle DAB = 90^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $AB = AD = 10$,

由勾股定理得: $BD = \sqrt{AD^2 + AB^2} = 10\sqrt{2}$,

$\because$ 点 P 为 BC 的中点, 点 Q 为 DC 的中点,

$\therefore PQ$ 是 $\triangle CBD$ 的中位线,

$$\therefore PQ \parallel BD, \quad PQ = \frac{1}{2}BD = 5\sqrt{2},$$

$$\text{又} \because AB = \sqrt{2}EF,$$

$$\therefore EF = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2},$$

$$\therefore PQ = EF,$$

$\therefore$ 四边形 $PQEF$ 为平行四边形,

$$\therefore PF = EQ,$$

要求 $AE + PF$ 的最小值, 只需求出 $AE + QE$ 的最小值即可,

根据“两点之间线段最短”得: $AE + EQ \geq AQ$,

$\therefore$ 当 A, E, Q 在同一条直线上时, $AE + EQ$ 为最小, 最小值为线段 AQ 的长,

$\therefore BD = 10$, 点 Q 为 CD 的中点,

$$\therefore DQ = 5,$$

在 $\text{Rt}\triangle ADQ$ 中, $DQ = 5$, $AD = 10$,

$$\text{由勾股定理得, } AQ = \sqrt{AD^2 + DQ^2} = 5\sqrt{5}.$$

故选: A .

【点评】 此题主要考查了正方形的性质, 平行四边形的判定和性质, 三角形的中位线定理, 线段的性质, 勾股定理等, 解答此题的关键是熟练掌握正方形的性质, 以及平行四边形的判定和性质, 理解三角形的中位线平行第三边并且等于第三边的一半, 难点是根据线段的性质确定当 A, E, Q 在同一条直线上时, $AE + EQ$ 为最小, 最小值为线段 AQ 的长.

二、填空题。(共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11. 已知函数 $y = (m-1)x^{m^2-1}$ 是一次函数, 则 $m = \underline{0}$.

【分析】 根据一次函数的定义进行解答即可.

【解答】 解: 根据一次函数 $y = kx + b$ 中 $k \neq 0$, 自变量次数是 1 得:

$$m-1 \neq 0,$$

$$\text{即 } m \neq 1, \text{ 且 } m^2-1=1,$$

$$\text{解得 } m=0.$$

故答案为: 0.

【点评】 本题考查了一次函数的定义, 掌握一次函数的定义是解答本题的关键.

12. 一组数据 1, 2, 4, 6, x 的中位数和平均数相等, 则 x 的值是 -3 或 7 或 $\frac{13}{4}$.

【分析】根据中位数、平均数的意义列方程求解即可.

【解答】解: 由于数据 1, 2, 4, 6, x 的中位数可能为 2、4、 x , 且这组数据 1, 2, 4, 6, x 的中位数和平均数相等,

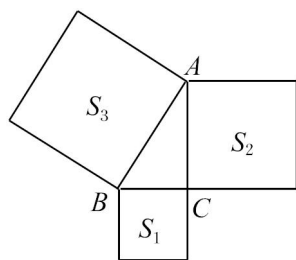
$$\text{所以 } \frac{1+2+4+6+x}{5} = 2, \text{ 或 } \frac{1+2+4+6+x}{5} = 4, \text{ 或 } \frac{1+2+4+6+x}{5} = x,$$

$$\text{解得 } x = -3 \text{ 或 } x = 7 \text{ 或 } x = \frac{13}{4},$$

故答案为: -3 或 7 或 $\frac{13}{4}$.

【点评】本题考查中位数、算术平均数, 掌握中位数、算术平均数的计算方法是正确解答的前提.

13. 如图, 以直角 $\triangle ABC$ 的三边为边向外作正方形, 其面积分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 , 且 $S_1 < S_2 < S_3$, 若 $S_1 = 9$, $S_3 = 25$, 则 S_2 为 16.



【分析】直接根据勾股定理的几何意义即可得出结论.

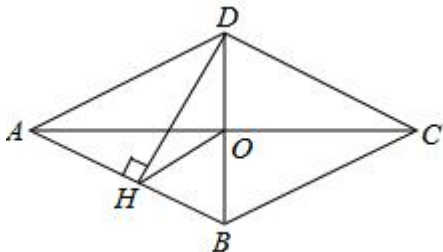
【解答】解: $\because \triangle ABC$ 是直角三角形, $S_1 = 9$, $S_3 = 25$,

$$\therefore S_2 = S_3 - S_1 = 25 - 9 = 16.$$

故答案为: 16.

【点评】本题考查的是勾股定理, 熟知在任何一个直角三角形中, 两条直角边长的平方之和一定等于斜边长的平方是解题的关键.

14. 如图, 四边形 $ABCD$ 为菱形, 对角线 AC , BD 相交于点 O , $DH \perp AB$ 于点 H , 连接 OH , $\angle CAD = 25^\circ$, 则 $\angle DHO$ 的度数是 25° .



【分析】由菱形的性质可得 $AD = AB$, $BO = OD$, $\angle DAO = \angle BAO = 25^\circ$, $AC \perp BD$, 可求 $\angle ABD = 65^\circ$,

由直角三角形的性质可求解.

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore AD = AB, \quad BO = OD, \quad \angle DAO = \angle BAO = 25^\circ, \quad AC \perp BD,$$

$$\therefore \angle ABD = 65^\circ,$$

$$\because DH \perp AB, \quad BO = DO,$$

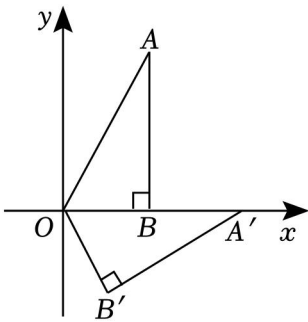
$$\therefore HO = DO,$$

$$\therefore \angle DHO = \angle BDH = 90^\circ - \angle ABD = 25^\circ,$$

故答案为 25° .

【点评】本题考查菱形的性质, 直角三角形斜边中线定理等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于中考常考题型.

15. 如图, 含 30° 角的直角三角形纸片 AOB 在平面直角坐标系中放置, 将该纸片绕着原点 O 按顺时针方向旋转 60° 得到 $\triangle A'OB'$, 连结 AA' , BB' , M , N 分别为 AA' , BB' 的中点, 若 $OB = 2$, 则直线 MN 与 y 轴的交点坐标为 $(0, -2\sqrt{3})$.



【分析】通过解直角三角形, 可求出 OA , AB 的长, 进而可得出点 A 的坐标, 结合旋转的性质, 可得出点 A' 的坐标及 $\triangle OBB'$ 为等边三角形, 由点 M 为线段 AA' 的中点, 可求出点 M 的坐标, 过点 B' 作 $B'D \perp x$ 轴于点 D , 利用勾股定理, 可求出 $B'D$ 的长度, 进而可得出点 B' 的坐标, 由点 N 为线段 BB' 的中点, 可求出点 N 的坐标, 利用待定系数法, 可求出直线 MN 的函数解析式, 再利用一次函数图象上点的坐标特征, 即可求出直线 MN 与 y 轴的交点坐标.

【解答】解: 在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $\angle OAB = 30^\circ$, $\angle OBA = 90^\circ$, $OB = 2$,

$$\therefore OA = 2OB = 2 \times 2 = 4, \quad \text{点 } B \text{ 的坐标为 } (2, 0),$$

$$\therefore AB = \sqrt{OA^2 - OB^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{点 } A \text{ 的坐标为 } (2, 2\sqrt{3}).$$

由旋转的性质可知: $OA' = OA = 4$, $OB' = OB = 2$, $\angle A'OB' = 60^\circ$,

$\therefore$ 点 A' 的坐标为 $(4, 0)$, $\triangle OBB'$ 为等边三角形.

∵ 点 M 为线段 AA' 的中点,

∴ 点 M 的坐标为 $(3, \sqrt{3})$.

过点 B' 作 $B'D \perp x$ 轴于点 D , 如图所示,

∵ $\triangle OBB'$ 为等边三角形,

$$\therefore OD = \frac{1}{2}OB = \frac{1}{2} \times 2 = 1,$$

$$\therefore B'D = \sqrt{OB'^2 - OD^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3},$$

∴ 点 B' 的坐标为 $(1, -\sqrt{3})$.

∵ 点 N 为线段 BB' 的中点,

∴ 点 N 的坐标为 $(\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$.

设直线 MN 的解析式为 $y = kx + b (k \neq 0)$,

$$\text{将 } M(3, \sqrt{3}), N(\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}) \text{ 代入 } y = kx + b \text{ 得: } \begin{cases} 3k + b = \sqrt{3} \\ \frac{3}{2}k + b = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

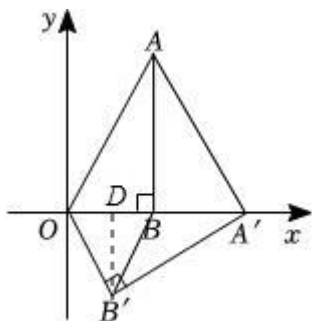
$$\text{解得: } \begin{cases} k = \sqrt{3} \\ b = -2\sqrt{3} \end{cases},$$

∴ 直线 MN 的解析式为 $y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3}$.

当 $x = 0$ 时, $y = \sqrt{3} \times 0 - 2\sqrt{3} = -2\sqrt{3}$,

∴ 直线 MN 与 y 轴的交点坐标为 $(0, -2\sqrt{3})$.

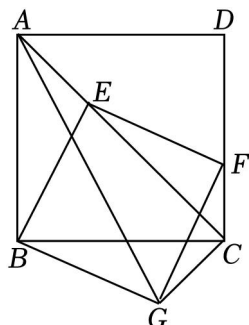
故答案为: $(0, -2\sqrt{3})$.



【点评】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征、含 30° 角的直角三角形、旋转、勾股定理以及待定系数法求一次函数解析式, 根据点 M , N 的坐标, 利用待定系数法求出直线 MN 的解析式是解题的关键.

16. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 2, 点 E 为对角线 AC 上一动点 (点 E 不与 A 、 C 重合), 过点 E 作 $EF \perp BE$

交直线 CD 于 F ，将线段 EF 绕点 F 逆时针旋转 90° 得到线段 GF ，连接 GA ， GB ， GC ，下列结论：① $EB = EF$ ；
② $AC \perp GC$ ；③ $CE + CG = \sqrt{2}CB$ ；④ $GA + GB$ 的最小值为 $2\sqrt{5}$ ，其中正确的是 ①②③④。（填写所有正确结论的序号）



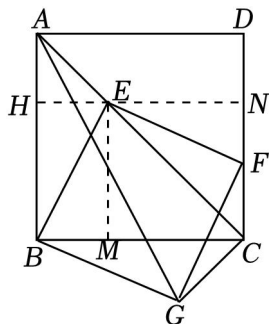
【分析】 过 E 作 $EM \perp BC$ ， $EN \perp CD$ ，可证 $\triangle BEM \cong \triangle FEN$ 得 $BE = EF$ ，故①正确；

可证四边形 $BEFG$ 是正方形，得 $\angle EBG = 90^\circ$ ， $BE = BG$ ，可证 $\angle ABE = \angle CBG$ ，进而得到 $\triangle ABE \cong \triangle CBG$ ，所以 $\angle BAE = \angle BCG$ ，得 $\angle BCA + \angle BCG = 90^\circ$ ，即 $\angle ACG = 90^\circ$ ，可证②正确；

由②可知， $\triangle ABE \cong \triangle CBG$ ，所以 $AE = CG$ ，而 $CG + CE = AE + CE = AC$ 可求，③正确。

由“ SAS ”可证 $\triangle BCG \cong \triangle HCG$ ，可得 $BG = GH$ ，当点 G ，点 A ，点 H 三点共线时， $AG + GH$ 有最小值，由勾股定理可求 AH 的长，故④正确，即可求解。

【解答】 解：过 E 作 $EM \perp BC$ 于点 M ，作 $EN \perp CD$ 于点 N ，作 $EH \perp AB$ 于 H ，连接 BG ，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形， AC 平分 $\angle BCD$ ，

$\therefore EM = EN$ ，

$\because \angle EMC = \angle MCN = \angle ENC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle MEN = 90^\circ$ ，

$\because EF \perp BE$ ，

$\therefore \angle BEM + \angle MEF = \angle FEN + \angle MEF = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BEM = \angle FEN$ ，

$\because \angle EMB = \angle ENF = 90^\circ$ ， $EM = EN$ ，

$\therefore \triangle BEM \cong \triangle FEN(ASA)$ ，

$\therefore BE = EF$, 故①正确;

$\therefore \angle BEF = \angle EFG = 90^\circ$, $EF = FG$, $BE = EF$,

$\therefore BE = FG$, $BE \parallel FG$,

$\therefore$ 四边形 $BEFG$ 是平行四边形,

$\therefore \angle BEF = 90^\circ$, $BE = EF$,

$\therefore$ 四边形 $BEFG$ 是正方形,

$\therefore \angle EBG = 90^\circ$, $BE = BG$,

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABE + \angle EBC = \angle EBC + \angle CBG = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABE = \angle CBG$,

又 $\therefore AB = BC$, $BE = BG$,

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBG(SAS)$,

$\therefore \angle BAE = \angle BCG = 45^\circ$,

$\therefore \angle BAE + \angle BCA = 90^\circ$,

$\therefore \angle BCA + \angle BCG = 90^\circ$, 即 $\angle ACG = 90^\circ$,

$\therefore AC \perp GC$, 故②正确;

由②可知, $\triangle ABE \cong \triangle CBG$,

$\therefore AE = CG$,

$\therefore CG + CE = AE + CE = AC$,

$\therefore \angle ACB = 45^\circ$,

$\therefore AC = \sqrt{2}BC$,

$\therefore CG + CE = \sqrt{2}BC$, 故③正确,

如图, 延长 DC 至 H , 使 $CH = BC = 2$, 连接 BG , GH ,

$\therefore \angle BCG = 45^\circ$, $\angle BCH = 90^\circ$,

$\therefore \angle BCG = \angle GCH = 45^\circ$,

又 $\therefore BC = CH$, $CG = CG$,

$\therefore \triangle BCG \cong \triangle HCG(SAS)$,

$\therefore BG = GH$,

$\therefore AG + BG = AG + GH$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/555221322213011232>