2024 届北京市房山区房山中学高三第五次模拟考试数学试卷

注意事项

1．考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回.

2．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0．5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置.

3．请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符.

4．作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．作答非选择题，必须用 05 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效.

5．如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗.

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知我市某居民小区户主人数和户主对户型结构的满意率分别如图和如图所示，为了解该小区户主对户型结构的满意程度，用分层抽样的方法抽取 30% 的户主进行调查，则样本容量和抽取的户主对四居室满意的人数分别为

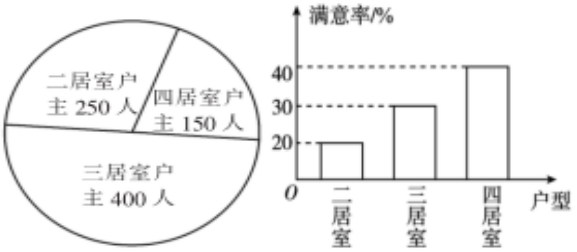


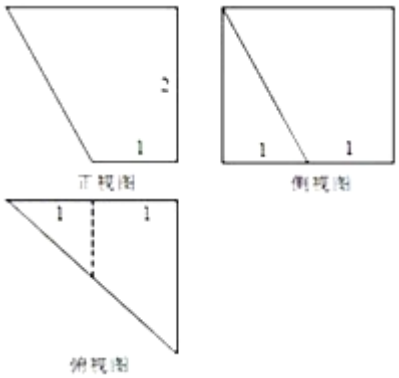
图 1

图 2

A．240，18　　B．200，20

C．240，20　　D．200，18

2．某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为（　　）



A．$\frac{8}{3}$　　B．3　　C．$\frac{11}{3}$　　D．4

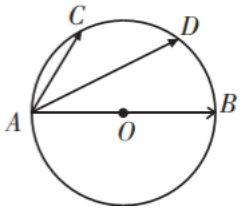
3．若函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+x^2-\frac{2}{3}$ 在区间$(a，a+5)$上存在最小值，则实数 a 的取值范围是

A．[−5，0)　　B．(−5，0)　　C．[−3，0)　　D．(−3，0)

4．已知在平面直角坐标系 xOy 中，圆 C_1：$\left(x-m\right)^2+\left(y-m-6\right)^2=2$ 与圆 C_2：$\left(x+1\right)^2+\left(y-2\right)^2=1$ 交于 A，B 两点，若 $\left|OA\right|=\left|OB\right|$，则实数 m 的值为（　　）

A．1　　B．2　　C．-1　　D．-2

5．如图，$AB=2$ 是圆 O 的一条直径，C,D 为半圆弧的两个三等分点，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)=$（　　）



A．$\frac{5}{2}$　　B．4　　C．2　　D．$1+\sqrt{3}$

6．在 ΔABC 中，$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=0$，$\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{EB}$，$\left|\overrightarrow{AB}\right|=\lambda\left|\overrightarrow{AC}\right|$，若 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=9\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{EC}$，则实数 $\lambda=$(　　)

A．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{6}}{2}$

7.若函数 $f(x)=e^x$ 的图象上两点 M，N 关于直线 $y=x$ 的对称点在 $g(x)=ax-2$ 的图象上，则 a 的取值范围是(　　)

A．$\left(-\infty,\frac{e}{2}\right)$　　B．$(-\infty,e)$　　C．$\left(0,\frac{e}{2}\right)$　　D．$(0,e)$

8．设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 *n* 项和，且 $S_4=a_4+3$，则 $a_2=$(　　)

A．-2　　B．-1　　C．1　　D．2

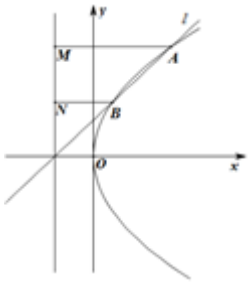
9．已知函数 $f\left(x\right)=\ln x$，$g\left(x\right)=\left(2m+3\right)x+n$，若对任意的 $x\in\left(0,+\infty\right)$ 总有 $f\left(x\right)\le g\left(x\right)$ 恒成立，记 $\left(2m+3\right)n$ 的最小值为 $f\left(m,n\right)$，则 $f\left(m,n\right)$ 最大值为（　　）

A．1　　B．$\frac{1}{e}$　　C．$\frac{1}{e^2}$　　D．$\frac{1}{\sqrt{e}}$

10．已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $S_{2018}<S_{2020}<S_{2019}$，设 $b_n=a_na_{n+1}a_{n+2}$，则数列 $\left\{\frac{1}{b_n}\right\}$ 的前 n 项和 T_n 取最大值时 n 的值为(　　)

A．2020　　B．2019　　C．2018　　D．2017

11．如图，已知直线 $l:y=k\left(x+1\right)\left(k>0\right)$ 与抛物线 $C:y^2=4x$ 相交于 *A*，*B* 两点，且 *A*、*B* 两点在抛物线准线上的投影分别是 *M*，*N*，若 $\left|AM\right|=2\left|BN\right|$，则 k 的值是（　　）



A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　C．$\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　D．$2\sqrt{2}$

12．设F_1，F_2分别为双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的左、右焦点，过点$F_1$作圆$x^2+y^2=b^2$的切线与双曲线的左支交于点$P$，若$|PF_2|=2|PF_1|$，则双曲线的离心率为（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{5}$　　D．$\sqrt{6}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．已知向量$\vec{a}=(1,2),\vec{b}=(x,1),\vec{u}=\vec{a}+2\vec{b},\vec{v}=2\vec{a}-\vec{b}$，且$\vec{u}//\vec{v}$，则实数$x$的值是_____.

14．已知实数x，y满足$\begin{cases}y\le x\\ x-4y-3\le 0\\ 2x+y-6\le 0\end{cases}$，则目标函数$z=x+2y-1$的最小值为_____.

15．已知数列$\{a_n\}$的前n项满足$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n=2C_{n+2}^3\left(n\in N^*\right)$，则$a_n=$_____.

16．已知集合$A=\{1,4\}$，$B=\{a-5,7\}$.若$A\cap B=\{4\}$，则实数a的值是_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）如图1，四边形$ABCD$是边长为2的菱形，$\angle BAD=60°$，E为CD的中点，以BE为折痕将ΔBCE折起到ΔPBE的位置，使得平面$PBE\perp$平面$ABCD$，如图2.

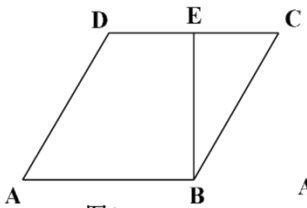


图1

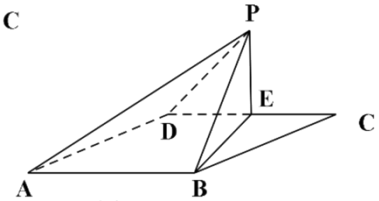


图2

（1）证明：平面$PAB\perp$平面PBE；

（2）求点D到平面PAB的距离.

18．（12分）已知函数$f(x)=2\ln(x+1)+\sin x+1$，函数$g(x)=ax-1-b\ln x$（$a,b\in\mathbf{R},ab\ne 0$）.

（1）讨论$g(x)$的单调性；

（2）证明：当$x\ge 0$时，$f(x)\le 3x+1$.

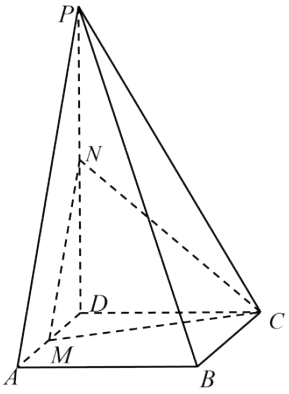
（3）证明：当 $x>-1$ 时，$f(x)<\left(x^2+2x+2\right)\mathrm{e}^{\sin x}$.

19.（12 分）平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C：$(x-1)^2+y^2=1$.直线 l 经过点 $P(m,0)$，且倾斜角为 $\frac{\pi}{6}$，以 O 为极点，x 轴正半轴为极轴，建立极坐标系.

（1）写出曲线 C 的极坐标方程与直线 l 的参数方程；

（2）若直线 l 与曲线 C 相交于 A，B 两点，且 $|PA|\cdot|PB|=1$，求实数 m 的值.

20.（12 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PD=2AD$，$PD\perp DA$，$PD\perp DC$，底面 $ABCD$ 为正方形，M、N 分别为 AD、PD 的中点.



（1）求证：$PA//$ 平面 MNC；

（2）求直线 PB 与平面 MNC 所成角的正弦值.

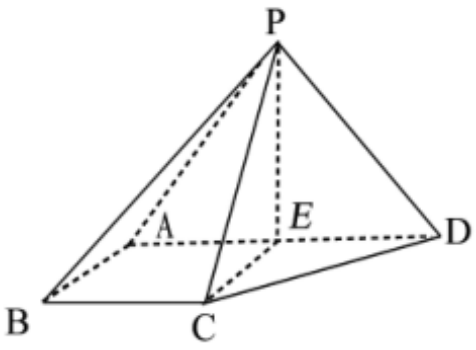
21.（12 分）在 ΔABC 中，内角 A,B,C 的边长分别为 a,b,c，且 $c=2$.

（1）若 $\mathrm{A}=\frac{\pi}{3}$，$b=3$，求 $\sin C$ 的值；

（2）若 $\sin A\cos^2\frac{B}{2}+\sin B\cos^2\frac{A}{2}=3\sin C$，且 ΔABC 的面积 $S=\frac{25}{2}\sin C$，求 a 和 b 的值.

22.（10 分）如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为直角梯形，

$AB\perp AD$，$\angle ADC=45°$，$AD\parallel BC$，$AD=2AB=2$，$\triangle ADP$ 为等边三角形，平面 $PAD\perp$ 底面 $ABCD$，E 为 AD 的中点.



（1）求证：平面$PBC\perp$平面PCE；

（2）点F在线段CD上，且$\frac{CF}{FD}=\frac{3}{2}$，求平面$PAD$与平面$PBF$所成的锐二面角的余弦值.

参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

利用统计图结合分层抽样性质能求出样本容量，利用条形图能求出抽取的户主对四居室满意的人数.

【详解】

样本容量为：（150+250+400）×30%＝240，

∴抽取的户主对四居室满意的人数为：$240\times\frac{150}{150+250+400}\times40\%=18.$

故选A.

【点睛】

本题考查样本容量和抽取的户主对四居室满意的人数的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意统计图的性质的合理运用.

2、C

【解析】

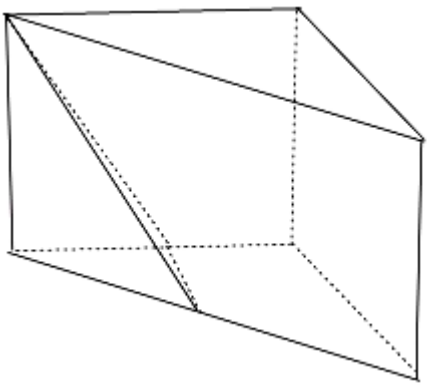
首先把三视图转换为几何体，该几何体为由一个三棱柱体，切去一个三棱锥体，由柱体、椎体的体积公式进一步求出几何体的体积.

【详解】

解：根据几何体的三视图转换为几何体为：

该几何体为由一个三棱柱体，切去一个三棱锥体，

如图所示：



故：$V=\frac{1}{2}\times2\times2\times2-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1\times1\times2=\frac{11}{3}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查了由三视图求几何体的体积、需熟记柱体、椎体的体积公式，考查了空间想象能力，属于基础题.

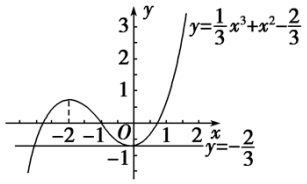
3、C

【解析】

求函数导数，分析函数单调性得到函数的简图，得到 a 满足的不等式组，从而得解.

【详解】

由题意，$f'(x)=x^2+2x=x(x+2)$，故 $f(x)$在$(-\infty,-2)$，$(0,+\infty)$上是增函数，在$(-2,0)$上是减函数，作出其图象如图所示.



令$\frac{1}{3}x^3+x^2-\frac{2}{3}=-\frac{2}{3}$，得 $x=0$ 或 $x=-3$，

则结合图象可知，$\begin{cases}-3\le a<0\\ a+5>0\end{cases}$解得 $a\in[-3,0)$，

故选 C.

【点睛】

本题主要考查了利用函数导数研究函数的单调性，进而研究函数的最值，属于常考题型.

4、D

【解析】

由$|OA|=|OB|$可得，O 在 AB 的中垂线上，结合圆的性质可知 O 在两个圆心的连线上，从而可求.

【详解】

因为$|OA|=|OB|$，所以 O 在 AB 的中垂线上，即 O 在两个圆心的连线上，$O(0,0)$，$C_1(m,m+6)$，$C_2(-1,2)$三点共线，所以$\frac{m+6}{m}=-2$，得$m=-2$，故选 D.

【点睛】

本题主要考查圆的性质应用，几何性质的转化是求解的捷径.

5、B

【解析】

连接CD、OD，即可得到$\angle CAB=\angle DOB=60^{\circ}$，$AC=1$，再根据平面向量的数量积及运算律计算可得；

【详解】

解：连接CD、OD，

QC，D是半圆弧的两个三等分点，$\therefore CD//AB$，且$AB=2CD$，$\angle CAB=\angle DOB=60^{\circ}$

所以四边形$AODC$为棱形，

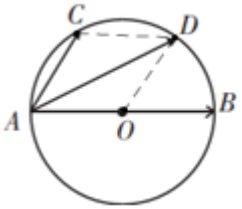
$\therefore \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AC}|\cdot|\overrightarrow{AB}|\cos\angle BAC=1\times2\times\frac{1}{2}=1$

$\therefore \overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD})=\overrightarrow{AB}\cdot\left[\overrightarrow{AC}+\left(\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right)\right]=\overrightarrow{AB}\cdot\left(2\overrightarrow{AC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right)$

$=2\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}^2$.

$=2\times1+\frac{1}{2}\times2^2=4$

故选：B



【点睛】

本题考查平面向量的数量积及其运算律的应用，属于基础题.

6、D

【解析】

将$\overrightarrow{AO}$、$\overrightarrow{EC}$用$\overrightarrow{AB}$、$\overrightarrow{AC}$表示，再代入$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=9\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{EC}$中计算即可.

【详解】

由$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，知$O$为$\Delta ABC$的重心，

所以$\overrightarrow{AO}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$，又$\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{EB}$，

所以$\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AC}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$，$9\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{EC}=3(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})\cdot(\overrightarrow{AC}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB})$

$=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}-2\overrightarrow{AB}^2+3\overrightarrow{AC}^2=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$，所以$2\overrightarrow{AB}^2=3\overrightarrow{AC}^2$，$\lambda=\frac{|\overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{AC}|}=\sqrt{\frac{3}{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

故选：D

【点睛】

本题考查平面向量基本定理的应用，涉及到向量的线性运算，是一道中档题.

7、D

【解析】

由题可知，可转化为曲线$g(x)=ax-2$与$y=\ln x$有两个公共点，可转化为方程$ax-2=\ln x$有两解，构造函数$h(x)=\frac{2+\ln x}{x}$，利用导数研究函数单调性，分析即得解

【详解】

函数$f(x)=e^x$的图象上两点M，N关于直线$y=x$的对称点在$y=\ln x$上，

即曲线$g(x)=ax-2$与$y=\ln x$有两个公共点，

即方程$ax-2=\ln x$有两解，

即$a=\frac{2+\ln x}{x}$有两解，

令$h(x)=\frac{2+\ln x}{x}$，

则$h'(x)=\frac{-1-\ln x}{x^2}$，

则当$0<x<\frac{1}{e}$时，$h'(x)>0$；当$x>\frac{1}{e}$时，$h'(x)<0$，

故$x=\frac{1}{e}$时$h(x)$取得极大值$h\left(\frac{1}{e}\right)=e$，也即为最大值，

当$x\to 0$时，$h(x)\to-\infty$；当$x\to+\infty$时，$h(x)\to 0$，

所以$0<a<e$满足条件.

故选：D

【点睛】

本题考查了利用导数研究函数的零点，考查了学生综合分析，转化划归，数形结合，数学运算的能力，属于较难题.

8、C

【解析】

利用等差数列的性质化简已知条件，求得a_2的值.

【详解】

由于等差数列$\{a_n\}$满足$S_4=a_4+3$，所以$a_1+a_2+a_3+a_4=a_4+3$，$a_1+a_2+a_3=3$，$3a_2=3,a_2=1$.

故选：C

【点睛】

本小题主要考查等差数列的性质，属于基础题.

9、C

【解析】

对任意的$x\in(0,+\infty)$总有$f(x)\le g(x)$恒成立，因为$\ln x\le(2m+3)x+n$，对$x\in(0,+\infty)$恒成立，可得$2m+3>0$，

令$y=\ln x-(2m+3)x-n$，可得$y'=\dfrac{1}{x}-(2m+3)$，结合已知，即可求得答案.

【详解】

Q对任意的$x\in(0,+\infty)$总有$f(x)\le g(x)$恒成立

$\therefore \ln x\le(2m+3)x+n$，对$x\in(0,+\infty)$恒成立，

$\therefore 2m+3>0$

令$y=\ln x-(2m+3)x-n$，

可得$y'=\dfrac{1}{x}-(2m+3)$

令$y'=0$，得$x=\dfrac{1}{2m+3}$

当$x>\dfrac{1}{2m+3}$，$y'<0$

当$0<x<\dfrac{1}{2m+3}$ $y'>0$

$\therefore x=\dfrac{1}{2m+3}$，$y_{\max}=\ln\dfrac{1}{2m+3}-1-n\le0$，$2m+3\ge e^{-1-n}$

故$(2m+3)n\ge\dfrac{n}{e^{n+1}}=f(m,n)$

Q $f'(m,n)=\dfrac{1-n}{e^{n+1}}$

令$\dfrac{1-n}{e^{n+1}}=0$，得 $n=1$

$\therefore$当$n>1$时，$f'(m,n)<0$

当$n<1$，$f'(m,n)>0$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/556004032112010110