江苏省宿迁市重点中学2024届高三下学期第五次调研考试数学试题

注意事项

1．考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回．

2．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用0．5毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置．

3．请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符．

4．作答选择题，必须用2B铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．作答非选择题，必须用05毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效．

5．如需作图，须用2B铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗．

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．正ΔABC的边长为2，将它沿BC边上的高AD翻折，使点B与点C间的距离为$\sqrt{3}$，此时四面体$A-BCD$的外接球表面积为（　　）

A．$\dfrac{10\pi}{3}$　　B．4π　　C．$\dfrac{13\pi}{3}$　　D．7π

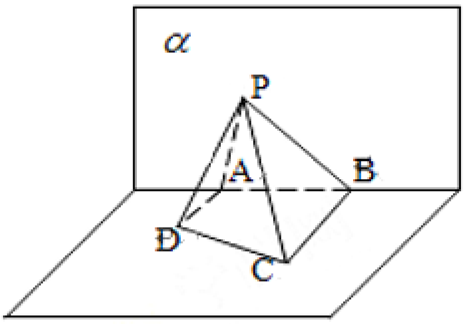
2．已知集合$A=\{0,1,2,3\}$，$B=\{x|-2\le x\le 2\}$，则$A\cap B$等于（　　）

A．$\{0,1,2\}$　　B．$\{-2,-1,0,1,2\}$　　C．$\{-2,-1,0,1,2,3\}$　　D．$\{1,2\}$

3．过抛物线$E:x^2=2py\left(p>0\right)$的焦点$F$作两条互相垂直的弦$AB$，$CD$，设$P$为抛物线上的一动点，$Q(1,2)$，若$\dfrac{1}{|AB|}+\dfrac{1}{|CD|}=\dfrac{1}{4}$，则$|PF|+|PQ|$的最小值是（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

4．如图，已知平面$\alpha\perp\beta$，$\alpha\cap\beta=l$，A、B是直线l上的两点，C、D是平面β内的两点，且$DA\perp l$，$CB\perp l$，$AD=3$，$AB=6$，$CB=6$．P是平面α上的一动点，且直线PD，PC与平面α所成角相等，则二面角$P-BC-D$的余弦值的最小值是（　）



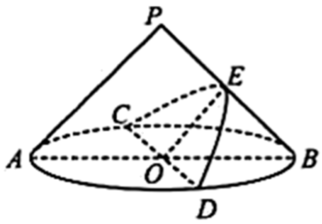
A．$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．1

5．已知a，b是两条不同的直线，α，β是两个不同的平面，且$a\subset\alpha$，$b\subset\beta$，$a//\beta$，$b//\alpha$，则“$a//b$“是“$\alpha//\beta$”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　　　　　　　　　　　　　D．既不充分也不必要条件

6．如图，圆锥底面半径为$\sqrt{2}$，体积为$\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\pi$，AB、CD是底面圆O的两条互相垂直的直径，E是母线PB的中点，已知过CD与E的平面与圆锥侧面的交线是以E为顶点的抛物线的一部分，则该抛物线的焦点到圆锥顶点P的距离等于（　　）



A．$\dfrac{1}{2}$　　　　B．1　　　　C．$\dfrac{\sqrt{10}}{4}$　　　　D．$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

7．2021年某省将实行"$3+1+2$"的新高考模式，即语文、数学、英语三科必选，物理、历史二选一，化学、生物、政治、地理四选二，若甲同学选科没有偏好，且不受其他因素影响，则甲同学同时选择历史和化学的概率为

A．$\dfrac{1}{8}$　　　　B．$\dfrac{1}{4}$　　　　C．$\dfrac{1}{6}$　　　　D．$\dfrac{1}{2}$

8．双曲线$\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$的渐近线方程是（ ）

A．$x\pm2y=0$　　　　B．$2x\pm y=0$　　　　C．$4x\pm y=0$　　　　D．$x\pm4y=0$

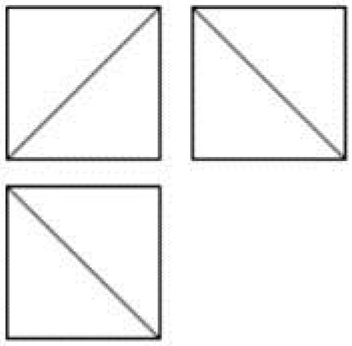
9．设过抛物线$y^2=2px\left(p>0\right)$上任意一点P(异于原点O)的直线与抛物线$y^2=8px\left(p>0\right)$交于A,B两点，直线OP与抛物线$y^2=8px\left(p>0\right)$的另一个交点为Q，则$\dfrac{S_{\triangle ABQ}}{S_{\triangle ABO}}=$（　　）

A．1　　　　B．2　　　　C．3　　　　D．4

10．已知双曲线C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的左右焦点分别为$F_1$，$F_2$，$P$为双曲线$C$上一点，$Q$为双曲线C渐近线上一点，$P$，$Q$均位于第一象限，且$2\overrightarrow{QP}=\overrightarrow{PF_2}$，$\overrightarrow{QF_1}\cdot\overrightarrow{QF_2}=0$，则双曲线$C$的离心率为（　　）

A．$\sqrt{3}-1$　　　　B．$\sqrt{3}+1$　　　　C．$\sqrt{13}+2$　　　　D．$\sqrt{13}-2$

11．一个正方体被一个平面截去一部分后,剩余部分的三视图如下图,则截去部分体积与剩余部分体积的比值为（ ）



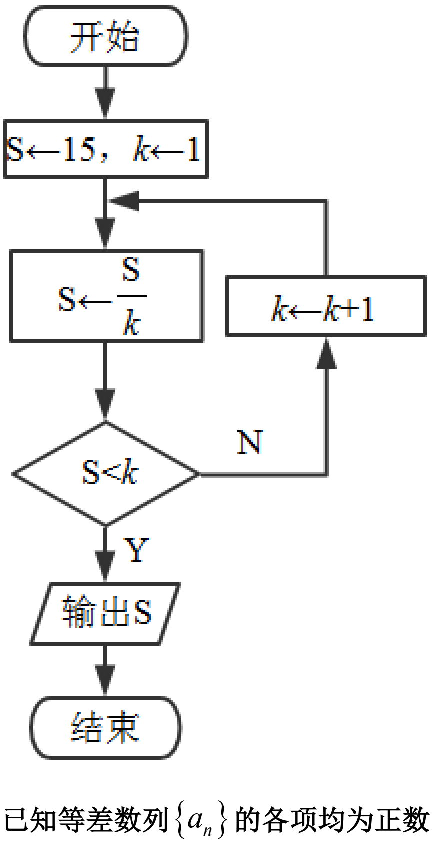
A．$\frac{1}{8}$　　B．$\frac{1}{7}$　　C．$\frac{1}{6}$　　D．$\frac{1}{5}$

12．若复数z满足$z=(2+i)(1-i)$（i是虚数单位），则$|z|=$（　　）

A．$\frac{\sqrt{10}}{2}$　　B．$\sqrt{10}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D．$\sqrt{5}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．下图是一个算法流程图，则输出的S的值是______.



14．已知等差数列$\{a_n\}$的各项均为正数，$a_1=1$，且$a_2+a_6=a_8$，若$p-q=10$，则$a_p-a_q=$________.

15．记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和.若$a_n+S_n=32\left(n\in N^*\right)$，则$S_5=$______.

16．将底面直径为4，高为$\sqrt{3}$的圆锥形石块打磨成一个圆柱，则该圆柱的侧面积的最大值为__________.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）已知函数$f\left(x\right)=e^{x}-2x$．

（1）若曲线$y=f\left(x\right)$的切线方程为$y=ax+1$，求实数a的值；

（2）若函数$\varphi\left(x\right)=mf\left(x\right)+2mx-x^{2}+3$在区间$\left[-2,4\right]$上有两个零点，求实数$m$的取值范围.

18．（12分）在平面直角坐标系xOy中，已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$的左顶点为$A$，右焦点为$F$，$P,Q$为椭圆$C$上两点，圆$O:x^2+y^2=r^2(r>0)$．

（1）若$PF\perp x$轴，且满足直线AP与圆O相切，求圆O的方程；

（2）若圆O的半径为$\sqrt{3}$，点P,Q满足$k_{OP}\cdot k_{OQ}=-\dfrac{3}{4}$，求直线$PQ$被圆$O$截得弦长的最大值.

19．（12分）已知函数$f\left(x\right)=x^{2}-\left(a+2\right)x+a\ln x$（$a$为实常数）．

（1）讨论函数$f\left(x\right)$在$\left[1,e\right]$上的单调性；

（2）若存在$x\in\left[1,e\right]$，使得$f\left(x\right)\le 0$成立，求实数a的取值范围.

20．（12分）在一次电视节目的答题游戏中，题型为选择题，只有“***A***”和“***B***”两种结果，其中某选手选择正确的概率为***p***，选择错误的概率为***q***，若选择正确则加**1**分，选择错误则减**1**分，现记“该选手答完***n***道题后总得分为S_n”.

（1）当$p=q=\dfrac{1}{2}$时，记$\xi=S_3$，求ξ的分布列及数学期望；

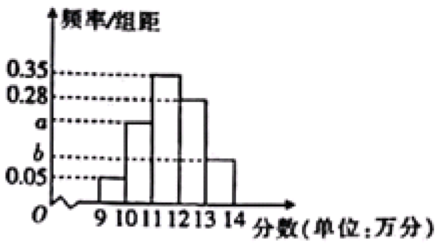
（2）当$p=\dfrac{1}{3}$，$q=\dfrac{2}{3}$时，求$S_8=2$且$S_i\ge 0\left(i=1,2,3,4\right)$的概率.

21．（12分）已知函数$f(x)=x\,|\,x+a\,|,a\in R$．

（1）若$f\left(1\right)+f\left(-1\right)>1$，求$a$的取值范围；

（2）若$a<0$，对$\forall x,y\in(-\infty,-a]$，不等式$f(x)\le\left|y+\dfrac{3}{4}\right|+\left|y+\dfrac{a}{2}\right|$恒成立，求$a$的取值范围.

22．（10分）某芯片公司对今年新开发的一批**5*G***手机芯片进行测评，该公司随机调查了**100**颗芯片，并将所得统计数据分为$\left[9,10\right)\left[10,11\right),\left[11,12\right),\left[12,13\right),\left[13,14\right]$五个小组（所调查的芯片得分均在$\left[9,14\right]$内），得到如图所示的频率分布直方图，其中$a-b=0.18$．



（1）求这 100 颗芯片评测分数的平均数（同一组中的每个数据可用该组区间的中点值代替）.

（2）芯片公司另选 100 颗芯片交付给某手机公司进行测试，该手机公司将每颗芯片分别装在 3 个工程手机中进行初测。若 3 个工程手机的评分都达到 11 万分，则认定该芯片合格；若 3 个工程手机中只要有 2 个评分没达到 11 万分，则认定该芯片不合格；若 3 个工程手机中仅 1 个评分没有达到 11 万分，则将该芯片再分别置于另外 2 个工程手机中进行二测，二测时，2 个工程手机的评分都达到 11 万分，则认定该芯片合格；2 个工程手机中只要有 1 个评分没达到 11 万分，手机公司将认定该芯片不合格．已知每颗芯片在各次置于工程手机中的得分相互独立，并且芯片公司对芯片的评分方法及标准与手机公司对芯片的评分方法及标准都一致（以频率作为概率）．每颗芯片置于一个工程手机中的测试费用均为 300 元，每颗芯片若被认定为合格或不合格，将不再进行后续测试，现手机公司测试部门预算的测试经费为 10 万元，试问预算经费是否足够测试完这 100 颗芯片？请说明理由．

参考答案

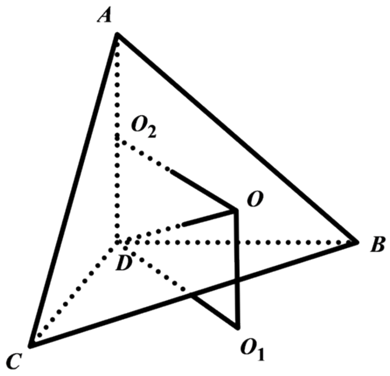
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**D**

【解析】

如图所示，设 AD 的中点为 O_2，ΔBCD 的外接圆的圆心为 O_1，四面体 $A-BCD$ 的外接球的球心为 O，连接 OO_1,OO_2,OD，利用正弦定理可得 $DO_1=1$，利用球心的性质和线面垂直的性质可得四边形 OO_2DO_1 为平行四边形，最后利用勾股定理可求外接球的半径，从而可得外接球的表面积.

【详解】



如图所示，设 AD 的中点为 O_2，ΔBCD 外接圆的圆心为 O_1，四面体 $A-BCD$ 的外接球的球心为 O，连接 OO_1, OO_2, OD，则 $OO_1\perp$ 平面 BCD，$OO_2\perp AD$.

因为 $CD=BD=1, BC=\sqrt{3}$，故 $\cos\angle BDC=\dfrac{2-3}{2\times1\times1}=-\dfrac{1}{2}$，

因为 $\angle BDC\in(0,\pi)$，故 $\angle BDC=\dfrac{2\pi}{3}$.

由正弦定理可得 $2DO_1=\dfrac{\sqrt{3}}{\sin\dfrac{2\pi}{3}}=2$，故 $DO_1=1$，又因为 $AD=\sqrt{3}$，故 $DO_2=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

因为 $AD\perp DB, AD\perp CD, DB\cap CD=D$，故 $AD\perp$ 平面 BCD，所以 $OO_1//AD$，

因为 $AD\perp$ 平面 BCD，$DO_1\subset$ 平面 BCD，故 $AD\perp DO_1$，故 $OO_2//DO_1$，

所以四边形 OO_2DO_1 为平行四边形，所以 $OO_1=DO_2=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

所以 $OD=\sqrt{\dfrac{3}{4}+1}=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$，故外接球的半径为 $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$，外接球的表面积为 $4\pi\times\dfrac{7}{4}=7\pi$.

故选：**D.**

【点睛】

本题考查平面图形的折叠以及三棱锥外接球表面积的计算，还考查正弦定理和余弦定理，折叠问题注意翻折前后的变量与不变量，外接球问题注意先确定外接球的球心的位置，然后把半径放置在可解的直角三角形中来计算，本题有一定的难度.

2、**A**

【解析】

进行交集的运算即可.

【详解】

Q $A=\{0$，**1**，**2**，$3\}$，$B=\{x|-2$„ x„ $2\}$，

$\therefore A$| $B=\{0$，**1**，$2\}$.

故选：A.

【点睛】

本题主要考查了列举法、描述法的定义，考查了交集的定义及运算，考查了计算能力，属于基础题.

3、**C**

【解析】

设直线 ***AB*** 的方程为 $y=kx+\dfrac{p}{2}$，代入 $x^2=2py$ 得：$x^2-2pkx-p^2=0$，由根与系数的关系得 $x_A+x_B=2pk$，$x_Ax_B=-p^2$，从而得到 $|AB|=2p\left(1+k^2\right)$，同理可得 $|CD|=2p(1+\dfrac{1}{k^2})$，再利用 $\dfrac{1}{|AB|}+\dfrac{1}{|CD|}=\dfrac{1}{4}$ 求得 p 的值，当 ***Q***，***P***，***M*** 三点共线时，即可得答案.

【详解】

根据题意，可知抛物线的焦点为 $(0,\dfrac{p}{2})$，则直线 ***AB*** 的斜率存在且不为 **0**，

设直线 ***AB*** 的方程为 $y=kx+\dfrac{p}{2}$，代入 $x^2=2py$ 得：$x^2-2pkx-p^2=0$.

由根与系数的关系得 $x_A+x_B=2pk$，$x_Ax_B=-p^2$，

所以 $|AB|=2p\left(1+k^2\right)$.

又直线 ***CD*** 的方程为 $y=-\dfrac{1}{k}x+\dfrac{p}{2}$，同理 $|CD|=2p(1+\dfrac{1}{k^2})$，

所以 $\dfrac{1}{|AB|}+\dfrac{1}{|CD|}=\dfrac{1}{2p(1+k^2)}+\dfrac{1}{2p(1+\dfrac{1}{k^2})}=\dfrac{1}{2p}=\dfrac{1}{4}$，

所以 $2p=4$.故 $x^2=4y$.过点 ***P*** 作 ***PM*** 垂直于准线，***M*** 为垂足，

则由抛物线的定义可得 $|PF|=|PM|$.

所以 $|PF|+|PQ|=|PM|+|PQ|\geq|MQ|=3$，当 ***Q***，***P***，***M*** 三点共线时，等号成立.

故选：**C.**

【点睛】

本题考查直线与抛物线的位置关系、焦半径公式的应用，考查函数与方程思想、转化与化归思想，考查逻辑推理能力和运算求解能力，求解时注意取最值的条件.

4、**B**

【解析】

$\angle PBA$为所求的二面角的平面角，由$\triangle DAP \sim \triangle CPB$得出$\dfrac{PA}{PB}$，求出$P$在$\alpha$内的轨迹，根据轨迹的特点求出$\angle PBA$的最大值对应的余弦值

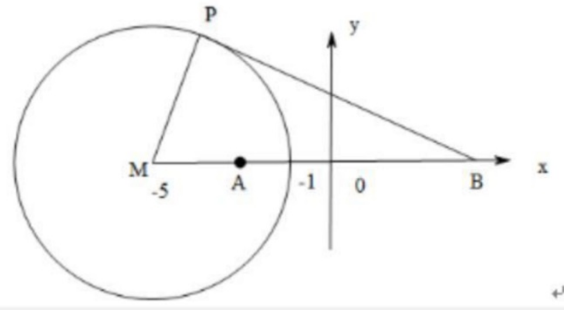
【详解】

$\because DA \perp l$，$\alpha \perp \beta$，$\alpha \cap \beta = l$，$AD \subset \beta$

$\therefore AD \perp \alpha$，同理$BC \perp \alpha$

$\therefore \angle DPA$为直线PD与平面α所成的角，$\angle CPB$为直线PC与平面α所成的角

$\therefore \angle DPA = \angle CPB$，又$\angle DAP = \angle CBP = 90^\circ$



$\therefore \triangle DAP \sim \triangle CPB$，$\dfrac{PA}{PB} = \dfrac{DA}{BC} = \dfrac{1}{2}$

在平面α内，以AB为x轴，以AB的中垂线为y轴建立平面直角坐标系

则$A(-3,0)$，$B(3,0)$，设$P(x,y)(y>0)$

$\therefore 2\sqrt{(x+3)^2+y^2} = \sqrt{(x-3)^2+y^2}$，整理可得：$(x+5)^2+y^2=16$

$\therefore P$在α内的轨迹为$M(-5,0)$为圆心，以4为半径的上半圆

$\because$平面$PBC \cap$平面$\beta = BC$，$PB \perp BC$，$AB \perp BC$

$\therefore \angle PBA$为二面角$P-BC-D$的平面角，

$\therefore$当PB与圆相切时，$\angle PBA$最大，$\cos\angle PBA$取得最小值

此时$PM=4$，$MB=8$，$MP \perp PB$，$PB=4\sqrt{3}$

$$\cos\angle PBA = \frac{PB}{MB} = \frac{4\sqrt{3}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

故选B

【点睛】

本题主要考查了二面角的平面角及其求法，方法有：定义法、三垂线定理及其逆定理、找公垂面法、射影公式、向量法等，依据题目选择方法求出结果．

5、**D**

【解析】

根据面面平行的判定及性质求解即可．

【详解】

解：$a\subset\alpha$，$b\subset\beta$，$a\parallel\beta$，$b\parallel\alpha$，

由 $a\parallel b$，不一定有 $\alpha\parallel\beta$，α 与 β 可能相交；

反之，由 $\alpha\parallel\beta$，可得 $a\parallel b$ 或 a 与 b 异面，

$\therefore a$，b 是两条不同的直线，α，β 是两个不同的平面，且 $a\subset\alpha$，$b\subset\beta$，$a\parallel\beta$，$b\parallel\alpha$，

则"$a\parallel b$"是"$\alpha\parallel\beta$"的既不充分也不必要条件．

故选：D.

【点睛】

本题主要考查充分条件与必要条件的判断，考查面面平行的判定与性质，属于基础题．

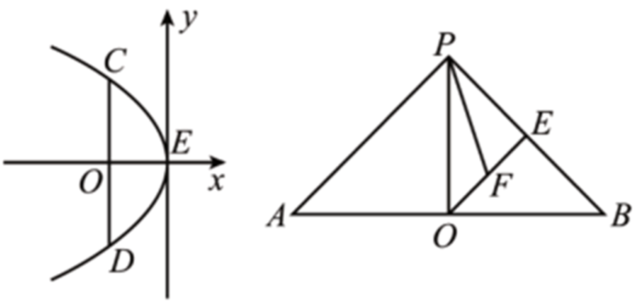
6、**D**

【解析】

建立平面直角坐标系，求得抛物线的轨迹方程，解直角三角形求得抛物线的焦点到圆锥顶点 P 的距离．

【详解】

将抛物线放入坐标系，如图所示，



$\because PO=\sqrt{2}$，$OE=1$，$OC=OD=\sqrt{2}$，

$\therefore C\left(-1,\sqrt{2}\right)$，设抛物线 $y^2=2px$，代入 C 点，

可得 $y^2=-2x$

$\therefore$焦点为$\left(-\frac{1}{2},0\right)$，

即焦点为 OE 中点，设焦点为 F，

$EF=\frac{1}{2}$，$PE=1$，$\therefore PF=\frac{\sqrt{5}}{2}$.