

新疆阿克苏市农一师高级中学 2024 届高三高考保温金卷数学试题试卷

注意事项

1. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回.
2. 答题前, 请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置.
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符.
4. 作答选择题, 必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑; 如需改动, 请用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案. 作答非选择题, 必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答, 在其他位置作答一律无效.
5. 如需作图, 须用 2B 铅笔绘、写清楚, 线条、符号等须加黑、加粗.

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $a = \sqrt{3}, b = 1, B = 30^\circ$, 则 A 为()

- A. 60° B. 120° C. 60° 或 150° D. 60° 或 120°

2. 设 $a = \log_3 0.5$, $b = \log_{0.2} 0.3$, $c = 2^{0.3}$, 则 a, b, c 的大小关系是()

- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $c < a < b$ D. $c < b < a$

3. 已知方程 $x|x| + y|y| = -1$ 表示的曲线为 $y = f(x)$ 的图象, 对于函数 $y = f(x)$ 有如下结论: ① $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递减; ② 函数 $F(x) = f(x) + x$ 至少存在一个零点; ③ $y = f(|x|)$ 的最大值为 1; ④ 若函数 $g(x)$ 和 $f(x)$ 图象关于原点对称, 则 $y = g(x)$ 由方程 $y|y| + x|x| = 1$ 所确定; 则正确命题序号为()

- A. ①③ B. ②③ C. ①④ D. ②④

4. 若 $a \in [1, 6]$, 则函数 $y = \frac{x^2 + a}{x}$ 在区间 $[2, +\infty)$ 内单调递增的概率是()

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

5. 已知函数 $f(x) = (x - a - 1)e^x$, 若 $2^a = \log_2 b = c$, 则()

- A. $f(a) < f(b) < f(c)$ B. $f(b) < f(c) < f(a)$
C. $f(a) < f(c) < f(b)$ D. $f(c) < f(b) < f(a)$

6. 已知复数 $z = \frac{5}{3 + 4i}$, 则复数 z 的虚部为()

- A. $\frac{4}{5}$ B. $-\frac{4}{5}$ C. $\frac{4}{5}i$ D. $-\frac{4}{5}i$

7. 下列函数中, 既是奇函数, 又是 R 上的单调函数的是()

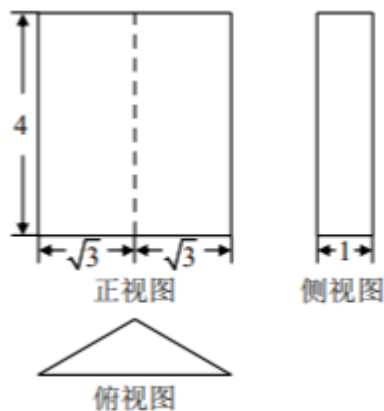
- A. $f(x) = \ln(|x| + 1)$ B. $f(x) = x^{-1}$

$$\text{C. } f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x, & (x \geq 0) \\ -x^2 + 2x, & (x < 0) \end{cases} \quad \text{D. } f(x) = \begin{cases} 2^x, & (x < 0) \\ 0, & (x = 0) \\ -\left(\frac{1}{2}\right)^x, & (x > 0) \end{cases}$$

8. 平行四边形 $ABCD$ 中, 已知 $AB=4$, $AD=3$, 点 E 、 F 分别满足 $\vec{AE} = 2\vec{ED}$, $\vec{DF} = \vec{FC}$, 且 $\vec{AF} \cdot \vec{BE} = -6$, 则向量 $\vec{AD}$ 在 $\vec{AB}$ 上的投影为 ()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{3}{2}$ D. $-\frac{3}{2}$

9. 已知某几何体的三视图如图所示, 则该几何体外接球的表面积为 ()



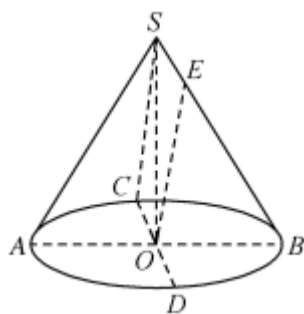
- A. 24π B. 28π C. 32π D. 36π

10. 已知函数 $y = \begin{cases} \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right), & x \in \left[2k\pi - \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{\pi}{2}\right) (k \in \mathbb{Z}), \\ -\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right), & x \in \left[2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{3\pi}{2}\right) (k \in \mathbb{Z}), \end{cases}$ 的图象与直线 $y = m(x+2) (m > 0)$ 恰有四个公共

点 $A(x_1, y_1), B(x_1, y_2), C(x_3, y_3), D(x_4, y_4)$, 其中 $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$, 则 $(x_4 + 2) \tan x_4 =$ ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. $\frac{\sqrt{2}}{2} + 2$

11. 如图, 在圆锥 SO 中, AB, CD 为底面圆的两条直径, $AB \cap CD = O$, 且 $AB \perp CD$, $SO = OB = 3$, $SE = \frac{1}{4}SB$, 异面直线 SC 与 OE 所成角的正切值为 ()



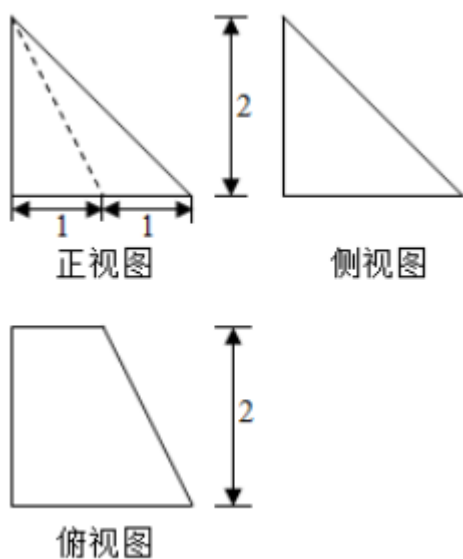
- A. $\frac{\sqrt{22}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C. $\frac{13}{16}$ D. $\frac{\sqrt{11}}{3}$

12. 2021年部分省市将实行“3+1+2”的新高考模式，即语文、数学、英语三科必选，物理、历史二选一，化学、生物、政治、地理四选二，若甲同学选科没有偏好，且不受其他因素影响，则甲同学同时选择历史和化学的概率为

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{4}$
C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{2}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 某几何体的三视图如图所示（单位： cm ），则该几何体的体积是_____ cm^3 ；最长棱的长度是_____ cm 。



14. 函数 $f(x) = \sqrt{\log_{0.5}(4x-3)}$ 的定义域是_____。

15. 已知函数 $f(x) = \frac{x^2 + kx + 1}{x^2 + x + 1}$ ，若对于任意正实数 x_1, x_2, x_3 ，均存在以 $f(x_1), f(x_2), f(x_3)$ 为三边边长的三角形，则实数 k 的取值范围是_____。

16. 在二项式 $(x^2 + 2)^6$ 的展开式中， x^8 的系数为_____。

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12分) 在直角坐标系 xOy 中, 圆 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + 2\cos\alpha \\ y = 2\sin\alpha \end{cases}$ (α 为参数), 以 O 为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求圆 C 的极坐标方程;

(2) 直线 l 的极坐标方程是 $\rho \sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$, 射线 $OM: \theta = \frac{\pi}{6}$ 与圆 C 的交点为 O 、 P , 与直线 l 的交点为 Q ,

求线段 PQ 的长.

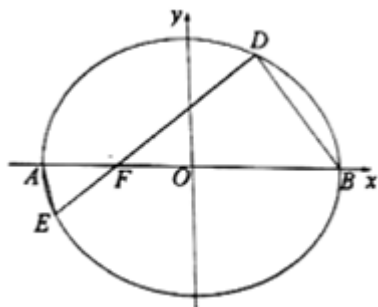
18. (12分) 已知函数 $f(x) = \ln \frac{1}{2x} - ax^2 + x (a \geq 0)$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的极值点的个数;

(2) 若 $f(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 证明 $\frac{f(x_1) + f(x_2)}{x_1 + x_2} > \frac{3}{4} - \ln 2$.

19. (12分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$. 且经过点 $(1, \frac{3}{2})$,

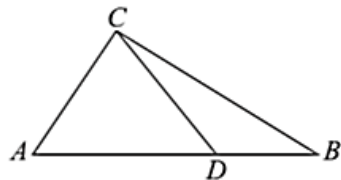
A, B 分别为椭圆 C 的左、右顶点, 过左焦点 F 的直线 l 交椭圆 C 于 D, E 两点 (其中 D 在 x 轴上方).



(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 若 $\triangle AEF$ 与 $\triangle BDF$ 的面积之比为 1:7, 求直线 l 的方程.

20. (12分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = 2$, $\angle A = \frac{\pi}{3}$, 点 D 在线段 AB 上.



(1) 若 $\cos \angle CDB = -\frac{1}{3}$, 求 CD 的长;

(2) 若 $AD = 2DB$, $\sin \angle ACD = \sqrt{7} \sin \angle BCD$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

21. (12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{3}{2}$, 且 $a_n = \frac{a_{n-1}}{2} + \frac{1}{2^{n-1}} (n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*)$.

(1) 求证: 数列 $\{2^n a_n\}$ 是等差数列, 并求出数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

22. (10 分) 已知 $(x+1)^n = a_0 + a_1(x-1) + a_2(x-1)^2 + a_3(x-1)^3 + \dots + a_n(x-1)^n$, (其中 $n \in \mathbf{N}^*$)

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n.$$

(1) 求 S_n ;

(2) 求证: 当 $n \geq 4$ 时, $S_n > (n-2)2^n + 2n^2$.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

由正弦定理可求得 $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 再由角 A 的范围可求得角 A .

【详解】

由正弦定理可知 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$, 所以 $\frac{\sqrt{3}}{\sin A} = \frac{1}{\sin 30^\circ}$, 解得 $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 又 $0^\circ < A < 180^\circ$, 且 $a > b$, 所以 $A = 60^\circ$ 或

120° 。

故选: D.

【点睛】

本题主要考查正弦定理, 注意角的范围, 是否有两解的情况, 属于基础题.

2、A

【解析】

选取中间值 0 和 1, 利用对数函数 $y = \log_3 x$, $y = \log_{0.2} x$ 和指数函数 $y = 2^x$ 的单调性即可求解.

【详解】

因为对数函数 $y = \log_3 x$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增,

所以 $\log_3 0.5 < \log_3 1 = 0$,

因为对数函数 $y = \log_{0.2} x$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减,

所以 $0 = \log_{0.2} 1 < \log_{0.2} 0.3 < \log_{0.2} 0.2 = 1$,

因为指数函数 $y = 2^x$ 在 R 上单调递增,

所以 $2^{0.3} > 2^0 = 1$,

综上所述, $a < b < c$.

故选:A

【点睛】

本题考查利用对数函数和指数函数的单调性比较大小;考查逻辑思维能力和知识的综合运用能力;选取合适的中间值是求解本题的关键;属于中档题、常考题型.

3、C

【解析】

分四类情况进行讨论, 然后画出相对应的图象, 由图象可以判断所给命题的真假性.

【详解】

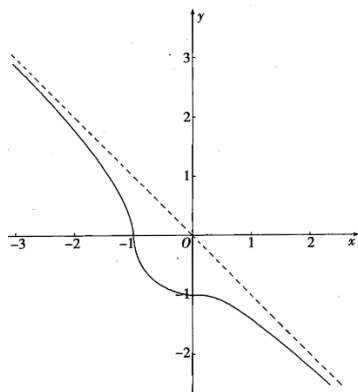
(1) 当 $x \geq 0, y \geq 0$ 时, $x^2 + y^2 = -1$, 此时不存在图象;

(2) 当 $x \geq 0, y < 0$ 时, $y^2 - x^2 = 1$, 此时为实轴为 y 轴的双曲线一部分;

(3) 当 $x < 0, y \geq 0$ 时, $x^2 - y^2 = 1$, 此时为实轴为 x 轴的双曲线一部分;

(4) 当 $x < 0, y < 0$ 时, $x^2 + y^2 = 1$, 此时为圆心在原点, 半径为 1 的圆的一部分;

画出 $y = f(x)$ 的图象,



由图象可得:

对于①, $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递减, 所以①正确;

对于②，函数 $y = f(x)$ 与 $y = -x$ 的图象没有交点，即 $F(x) = f(x) + x$ 没有零点，所以②错误；

对于③，由函数图象的对称性可知③错误；

对于④，函数 $g(x)$ 和 $f(x)$ 图象关于原点对称，则 $x|x| + y|y| = -1$ 中用 $-x$ 代替 x ，用 $-y$ 代替 y ，可得

$y|y| + x|x| = 1$ ，所以④正确.

故选：C

【点睛】

本题主要考查了双曲线的简单几何性质，函数的图象与性质，函数的零点概念，考查了数形结合的数学思想.

4、B

【解析】Q 函数 $y = \frac{x^2 + a}{x}$ 在区间 $[2, +\infty)$ 内单调递增， $\therefore y' = 1 - \frac{a}{x^2} = \frac{x^2 - a}{x^2} \geq 0$ ，在 $[2, +\infty)$ 恒成立， $\therefore a \leq x^2$

在 $[2, +\infty)$ 恒成立， $\therefore a \leq 4$ ，Q $a \in [1, 6]$ ， $\therefore a \in [1, 4]$ ， $\therefore$ 函数 $y = \frac{x^2 + a}{x}$ 在区间 $[2, +\infty)$ 内单调递增的概率是

$\frac{4-1}{6-1} = \frac{3}{5}$ ，故选 B.

5、C

【解析】

利用导数求得 $f(x)$ 在 $(a, +\infty)$ 上递增，结合 $y = c$ 与 $y = 2^x$, $y = \log_2 x$, $y = x$ 图象，判断出 a, b, c 的大小关系，由此比较出 $f(a), f(b), f(c)$ 的大小关系.

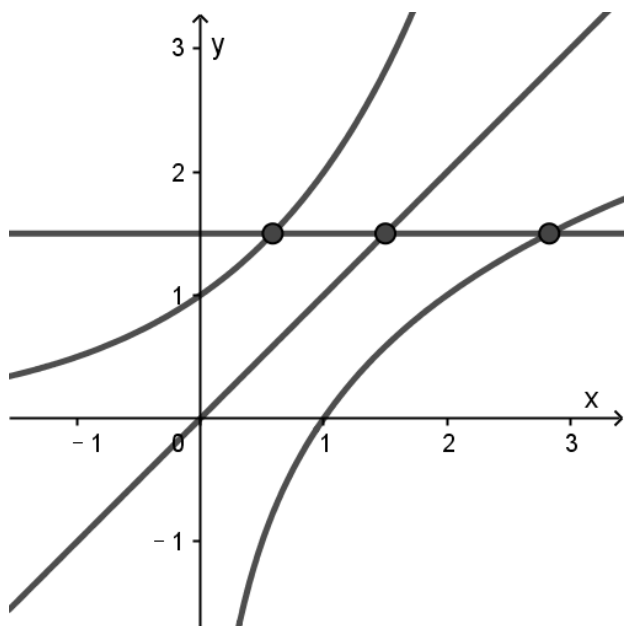
【详解】

因为 $f(x) = (x - a)e^x$ ，所以 $f(x)$ 在 $(a, +\infty)$ 上单调递增；

在同一坐标系中作 $y = c$ 与 $y = 2^x$, $y = \log_2 x$, $y = x$ 图象，

Q $2^a = \log_2 b = c$ ，可得 $a < c < b$ ，故 $f(a) < f(c) < f(b)$.

故选：C



【点睛】

本小题主要考查利用导数研究函数的单调性，考查利用函数的单调性比较大小，考查数形结合的数学思想方法，属于中档题.

6、B

【解析】

利用复数的运算法则、虚部的定义即可得出

【详解】

$$z = \frac{5}{3+4i} = \frac{5(3-4i)}{(3+4i)(3-4i)} = \frac{3}{5} - \frac{4}{5}i,$$

则复数 z 的虚部为 $-\frac{4}{5}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查了复数的运算法则、虚部的定义，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

7、C

【解析】

对选项逐个验证即得答案.

【详解】

对于 A， $f(-x) = \ln(|-x|+1) = \ln(|x|+1) = f(x)$ ， $\therefore f(x)$ 是偶函数，故选项 A 错误；

对于 B， $f(x) = x^{-1} = \frac{1}{x}$ ，定义域为 $\{x|x \neq 0\}$ ，在 R 上不是单调函数，故选项 B 错误；

对于C, 当 $x > 0$ 时, $-x < 0, \therefore f(-x) = -(-x)^2 + 2(-x) = -x^2 - 2x = -(x^2 + 2x) = -f(x)$;

当 $x < 0$ 时, $-x > 0, \therefore f(-x) = (-x)^2 + 2(-x) = x^2 - 2x = -(-x^2 + 2x) = -f(x)$;

又 $x = 0$ 时, $f(-0) = -f(0) = 0$.

综上, 对 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(-x) = -f(x)$, $\therefore f(x)$ 是奇函数.

又 $x \geq 0$ 时, $f(x) = x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1$ 是开口向上的抛物线, 对称轴 $x = -1$, $\therefore f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增,

Q $f(x)$ 是奇函数, $\therefore f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是单调递增函数, 故选项C正确;

对于D, $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递增, 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 但 $f(-1) = \frac{1}{2} > f(1) = -\frac{1}{2}$, $\therefore f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上不是单调函数, 故选项D错误.

故选: C.

【点睛】

本题考查函数的基本性质, 属于基础题.

8、C

【解析】

将 $\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{BE}$ 用向量 $\overrightarrow{AD}$ 和 $\overrightarrow{AB}$ 表示, 代入 $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{BE} = -6$ 可求出 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = 6$, 再利用投影公式 $\frac{\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}$ 可得答案.

【详解】

$$\begin{aligned} \text{解: } \overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{BE} &= (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF}) \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE}) \\ &= \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \cdot \frac{2}{3} \overrightarrow{AD} - \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} \cdot \frac{2}{3} \overrightarrow{AD} \\ &= \frac{4}{3} \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \times 3^2 - \frac{1}{2} \times 4^2 = 6, \end{aligned}$$

得 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = 6$,

则向量 $\overrightarrow{AD}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上的投影为 $\frac{\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.

故选: C.

【点睛】

本题考查向量的几何意义, 考查向量的线性运算, 将 $\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{BE}$ 用向量 $\overrightarrow{AD}$ 和 $\overrightarrow{AB}$ 表示是关键, 是基础题.

9、C

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/558005117134007003>