

专题 7.7 平行四边形二十个必考点

【北师大版】

题型先知

【考点 1 利用平行四边形的性质求线段长度】	1
【考点 2 利用平行四边形的性质求角度】	2
【考点 3 利用平行四边形的性质进行证明】	3
【考点 4 格点中利用无刻度直尺作平行四边形】	4
【考点 5 判断能否构成平行四边形】	5
【考点 6 添加条件构成平行四边形】	6
【考点 7 数图形中平行四边形的个数】	8
【考点 8 求与已知三点组成平行四边形的点的个数】	9
【考点 9 利用平行四边形的判定证明平行四边形】	10
【考点 10 利用平行四边形的判定与性质求面积】	11
【考点 11 利用平行四边形的判定与性质求长度】	12
【考点 12 利用平行四边形的判定与性质求角度】	13
【考点 13 利用平行四边形的判定与性质求最值】	15
【考点 14 利用动点判断平行四边形】	16
【考点 15 平行四边形的判定与性质的实际应用】	18
【考点 16 多边形的对角线】	19
【考点 17 多边形中多(少)算一个角问题】	20
【考点 18 求截角后多边形的边数或内角和】	20
【考点 19 多边形的内角和与外角和的综合运用】	21
【考点 20 三角形的中位线】	22

举一反三

【考点 1 利用平行四边形的性质求线段长度】

【例 1】(2022 春·浙江杭州·八年级校考期中)在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle A$ 的平分线把 BC 分成长度是 3, 4 的两部分, 则平行四边形 $ABCD$ 的周长是_____.

【变式 1-1】(2022 春·浙江杭州·八年级校考期中)平行四边形的两条对角线长分别为 3 和 5, 则其中一条长为整数的边可以是_____.

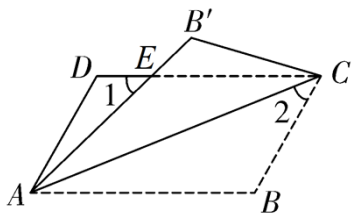
【变式 1-2】(2022 春·浙江杭州·八年级校考期中)在 $\square ABCD$ 中, BE, CF 分别平分 $\angle ABC, \angle BCD$, 交 AD 于点 E, F , 若 $AD = 6, EF = 2$, 则 AB 的长为_____.

【变式 1-3】(2022 春·四川绵阳·八年级校考期中)在面积为 15 的平行四边形 $ABCD$ 中, 过点 A 作 AE 垂直于直线 BC 于点 E , 作 AF 垂直于直线 CD 于点 F , 若 $AB = 5, BC = 6$, 则 $CE + CF$ 的值为 ()

- A. $11 + \frac{11\sqrt{3}}{2}$ B. $11 - \frac{11\sqrt{3}}{2}$ C. $11 + \frac{11\sqrt{3}}{2}$ 或 $11 - \frac{11\sqrt{3}}{2}$ D. $11 + \frac{11\sqrt{3}}{2}$ 或 $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

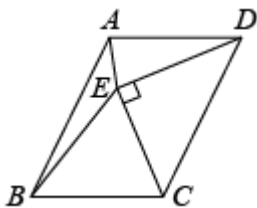
【考点 2 利用平行四边形的性质求角度】

【例 2】（2022 春·吉林长春·八年级校考期中）如图，将平行四边形 $ABCD$ 沿对角线 AC 折叠，使点 B 落在点 B' 处，若 $\angle 1 = 48^\circ$ ， $\angle 2 = 32^\circ$ ，则 $\angle B$ 的度数为（ ）。



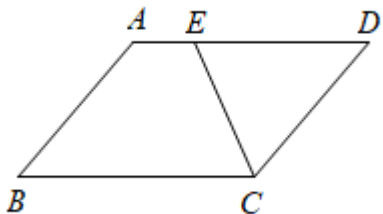
- A. 124° B. 114° C. 104° D. 56°

【变式 2-1】（2022 春·江苏南京·八年级校考期中）如图，以平行四边形 $ABCD$ 的边 CD 为斜边向内作等腰直角 $\triangle CDE$ ，使 $AD = DE = CE$ ， $\angle DEC = 90^\circ$ ，且点 E 在平行四边形内部，连接 AE 、 BE ，则 $\angle AEB$ 的度数是（ ）。

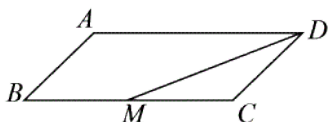


- A. 130° B. 135° C. 150° D. 125°

【变式 2-2】（2014 春·江苏无锡·八年级统考期中）如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = 130^\circ$ ，在 AD 上取 $DE = DC$ ，则 $\angle ECB$ 的度数是_____度。

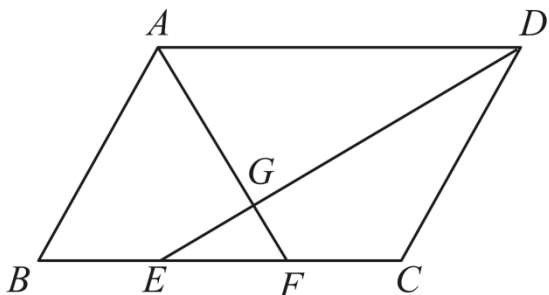


【变式 2-3】（2022 春·湖南永州·八年级校考期中）如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB:BC$ 为 $1:2$ ，取长边 BC 的中点 M ， $\angle B = 60^\circ$ ，则 $\angle CDM =$ __。



【考点 3 利用平行四边形的性质进行证明】

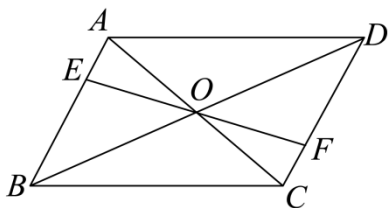
【例 3】（2022 秋·辽宁葫芦岛·八年级校考期末）如图，在 $\square ABCD$ 中， $\angle BAD$ ， $\angle ADC$ 的平分线 AF ， DE 分别与线段 BC 交于点 F ， E ， AF 与 DE 交于点 G 。



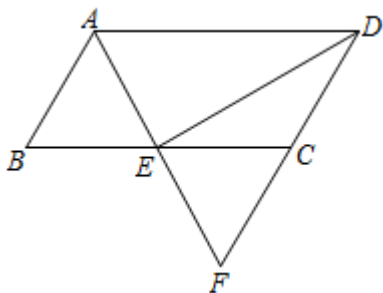
(1) 求证： $AF \perp DE$ ， $BF = CE$ 。

(2) 若 $AD = 10$ ， $AB = 6$ ， $AF = 8$ ，求 DE 的长度。

【变式 3-1】（2022 春·黑龙江鸡西·九年级鸡西市第四中学校考期中）如图，平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O ， EF 过点 O 与 AB 、 CD 分别相交于点 E 、 F ，求证： $OE = OF$ 。



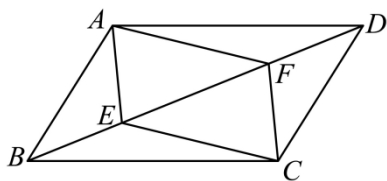
【变式 3-2】（2022 春·陕西汉中·八年级统考期末）如图，在 $\square ABCD$ 中，点 E 为 BC 上一点，连接 AE 并延长交 DC 的延长线于点 F ， $AD = DF$ ，连接 DE 。



(1) 求证： AE 平分 $\angle BAD$ ；

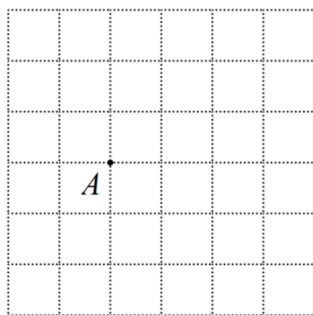
(2) 若点 E 为 BC 中点， $\angle B = 60^\circ$ ， $AD = 4$ ，求 $\square ABCD$ 的面积。

【变式 3-3】（2022 春·山西晋城·八年级统考期末）如图，平行四边形 $ABCD$ 中， E 、 F 分别是对角线 BD 上的两点，且 $BE = DF$ ，连接 AE 、 AF 、 CE 、 CF 。求证： $AE \parallel CF$ 。

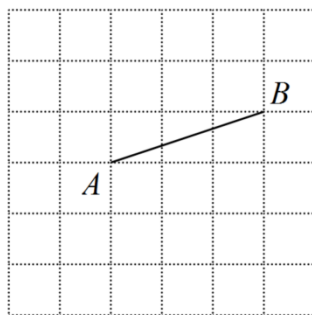


【考点 4 格点中利用无刻度直尺作平行四边形】

【例 4】（2022 春·吉林长春·八年级校考期末）如图，在 6×6 网格中，每个小正方形的边长为 1，点 A, B 在格点上。请根据条件画出符合要求的图形。



图甲



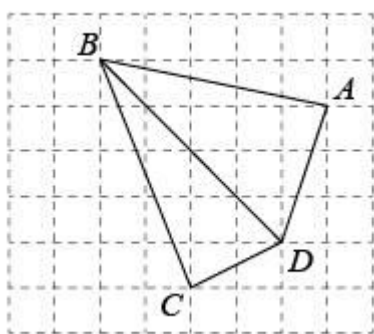
图乙

(1) 在图甲中画出以点 A 为顶点且一边长为 $\sqrt{5}$ 的平行四边形。要求：各顶点均在格点上。

(2) 在图乙中画出线段 AB 的中点 O 。

要求：① 仅用无刻度直尺，且不能用直尺中的直角；② 保留作图痕迹。

【变式 4-1】（2022 春·内蒙古呼伦贝尔·八年级校考期末）如图，每个小正方形的边长都是 1， A, B, C, D 均在网格的格点上。



(1) $\angle BCD$ 是直角吗？请证明你的判断。

(2) 找到格点 E ，并画出四边形 $ABED$ （一个即可），使得其面积与四边形 $ABCD$ 面积相等。

【变式 4-2】（2022 春·浙江湖州·八年级统考期末）如图，在 10×10 的正方形网格中（每个正方形的边长为 1），点 A 和点 B 都在格点上，仅用无刻度的直尺，分别按以下要求作图。

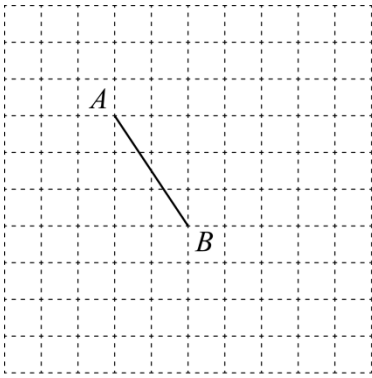


图1

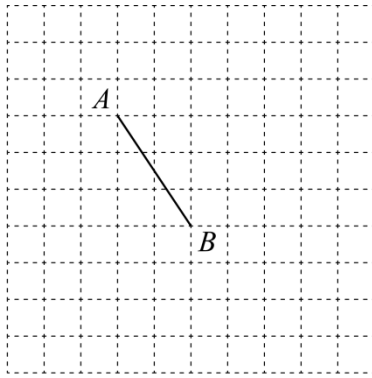


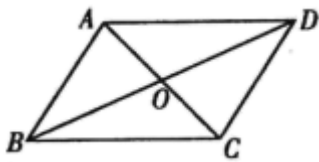
图2

(1)图 1 中，以 AB 为边作一平行四边形，要求顶点都在格点上，且其面积为 6；

(2)图 2 中，以 AB 为对角线作一平行四边形，要求顶点都在格点上，且其面积为 10.

【考点 5 判断能否构成平行四边形】

【例 5】（2022 春·山东临沂·八年级统考期中）如图，四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 和 BD 相交于点 O ，下列不能判定四边形 $ABCD$ 为平行四边形的条件是（ ）



- A. $OA = OC, AB \parallel DC$
- B. $\angle ABC = \angle ADC, AD \parallel BC$
- C. $\angle ABD = \angle ADB, \angle BAO = \angle DCO$
- D. $AB = DC, AD = BC$

【变式 5-1】（2022 春·重庆潼南·八年级校联考期中）下列命题中，真命题是（ ）

- A. 一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形
- B. 有一组对边和一组对角分别相等的四边形是平行四边形
- C. 两组对角分别相等的四边形是平行四边形
- D. 两条对角线互相垂直且相等的四边形是平行四边形

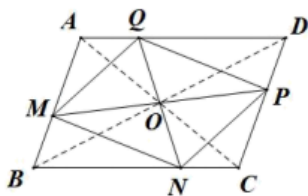
【变式 5-2】（2022 春·湖北武汉·八年级校联考期中）已知，四边形 $ABCD$ ， AC ， BD 交于点 O ，请从给定四个条件

- ① $AB = CD$;
- ② $AD \parallel BC$;
- ③ $\angle BAD = \angle BCD$;
- ④ $BO = DO$ 中

选择两个，使得四边形 $ABCD$ 可判定为平行四边形，你的选择是（ ）

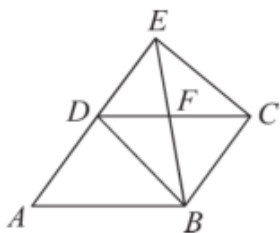
- A. ①② B. ②④ C. ①③ D. ①④

【变式 5-3】（2022 春·北京·八年级北京市师达中学校考期中）如图， $\square ABCD$ 的对角线交于点 O ，点 M ， N ， P ， Q 分别是 $\square ABCD$ 四条边上不重合的点。下列条件：① $AQ = CN$ ， $AM = CP$ ；② MP ， NQ 均经过点 O ；③ NQ 经过点 O ， $AQ = CN$ 。能判定四边形 $MNPQ$ 是平行四边形的有_____（填序号）。



【考点 6 添加条件构成平行四边形】

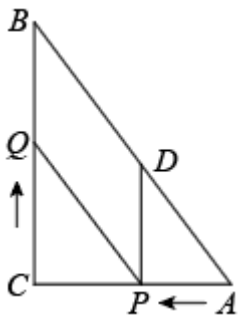
【例 6】（2022 春·河南信阳·八年级统考期末）如图， E 是平行四边形 $ABCD$ 的边 AD 的延长线上一点，连接 BE 交 CD 于点 F ，连接 CE ， BD 。添加下列一个条件后，仍不能判定四边形 $BCED$ 为平行四边形的是（ ）



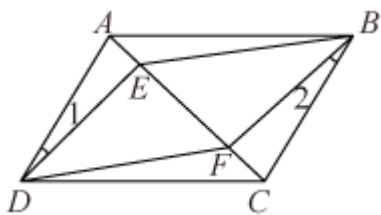
- A. $\angle ABD = \angle DCE$ B. $\angle AEC = \angle CBD$ C. $EF = BF$ D. $\angle AEB = \angle BCD$

【变式 6-1】（2022 春·浙江湖州·八年级校考期中）如图，在 $Rt \triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 8$ ， $AC = 6$ ，动点 P 从点 A 开始，沿边 AC 向点 C 以每秒 1 个单位长度的速度运动，动点 D 从点 A 开始，沿边 AB 向点 B 以每秒 $\frac{5}{3}$ 个单位长度的速度运动，且恰好能始终保持连结两动点的直线 $PD \perp AC$ ，动点 Q 从点 C 开始，沿边 CB 向点 B 以每秒 2 个单位长度的速度运动，连结 PQ 。点 P ， D ， Q 分别从点 A ， C 同时出发，当其中一点到达端点时，另两个点也随之停止运动，设运动时间为 t 秒（ $t \geq 0$ ）。

- (1) 当 t 为何值时，四边形 $BQPD$ 的面积为 $\triangle ABC$ 面积的一半？
- (2) 是否存在 t 的值，使四边形 $PDBQ$ 为平行四边形？若存在，求出 t 的值；若不存在，说明理由。



【变式 6-2】（2022 春·山东枣庄·八年级统考期末）如图，平行四边形 $ABCD$ 中， E, F 是对角线 AC 上的两点，如果添加一个条件使四边形 $BEDF$ 是平行四边形，则添加的条件不能是（ ）



- A. $DE = BF$ B. $AE = FC$ C. $AF = CE$ D. $\angle 1 = \angle 2$

【变式 6-3】（2022 春·北京·八年级北京八中校考期中）小云学习了平行四边形的判定后，想利用平行四边形的判定方法探究下列问题。

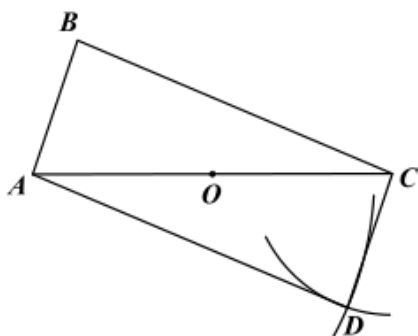


图 1

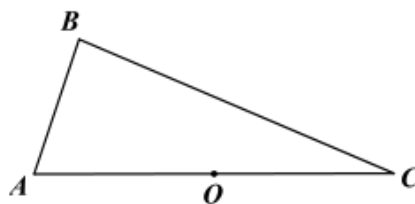


图 2

(1) 利用平行四边形的判定方法作平行四边形，作法是：如图 1，在 $\triangle ABC$ 中，分别以点 A, C 为圆心， BC, AB 为半径画弧，两弧交于点 D ，连接 AD, CD ，四边形 $ABCD$ 就是平行四边形。小云判定四边形 $ABCD$ 平行四边形的依据是_____；

(2) 探究：“四边形 $ABCD$ 中，若 $AB = CD$ ，对角线 AC 与 BD 交于点 O ，且 $AO = CO$ ，四边形 $ABCD$ 是平行四边形吗？”

① 在图 2 中作出符合条件的图形（尺规作图，保留作图痕迹）；

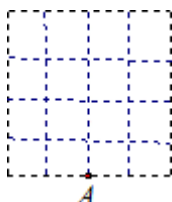
② 结合所作图形，符合条件的四边形 $ABCD$ _____（填写“是”、“不是”或“不一定是”）平行四边形。

(3) 探究：“四边形 $ABCD$ 中，若 $AB = CD$ ，对角线 AC 与 BD 交于点 O ，且 $AO = CO$ ， $\angle AOB = 45^\circ$ ，当 AB 与 AO

满足什么条件时，四边形 $ABCD$ 一定是平行四边形？”直接写出 AB 与 AO 满足的条件是：_____。

【考点 7 数图形中平行四边形的个数】

【例 7】（2022 春·江苏无锡·八年级无锡市第一女子中学校考期中）如图：在 4×4 的正方形（每个小正方形的边长均为 1）网格中，以 A 为顶点，其他三个顶点都在格点（网格的交点）上，且面积为 2 的平行四边形共有多少个？（ ）



- A. 12 B. 16 C. 24 D. 25

【变式 7-1】（2022 春·内蒙古通辽·八年级校考期中）由两个全等三角形用各种不同的方法拼成四边形，在这些拼成的四边形中是平行四边形的个数是（ ）。

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

【变式 7-2】（2022 春·河北石家庄·八年级统考期中）在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ 于点 D ，点 E 为 AC 边的中点，过点 A 作 $AF \parallel BC$ ，交 DE 的延长线于点 F ，连接 CF 。

（1）如图 1，求证：四边形 $ADCF$ 是矩形；

（2）如图 2，当 $AB = AC$ 时，取 AB 的中点 G ，连接 DG 、 EG ，在不添加任何辅助线和字母的条件下，请直接写出图中所有的平行四边形（不包括矩形 $ADCF$ ）。

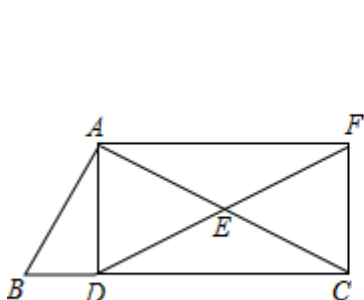


图1

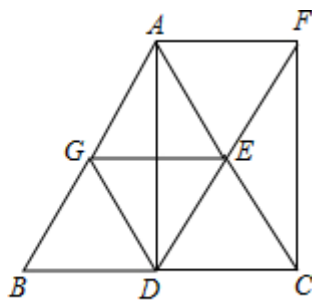
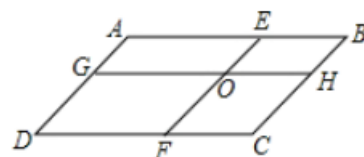


图2

【变式 7-3】（2022 春·内蒙古巴彦淖尔·八年级校考期中）如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $EF \parallel AD$ ， $GH \parallel AB$ ，则图中的平行四边形的个数共有（ ）个。



- A. 12 个 B. 9 个 C. 5 D. 7

【考点 8 求与已知三点组成平行四边形的点的个数】

【例 8】（2022 春·湖北武汉·八年级统考期中）如图，正方形网格中每个小正方形边长均为 1，每个小正方形的顶点叫格点。以格点为顶点按下列要求画图：

- (1) 请你在图 1 中画一个直角三角形满足它是轴对称图形；
- (2) 请你在图 2 中画一个以格点为顶点， $\sqrt{5}$ 为直角边的直角三角形；
- (3) 若点 A 的坐标为 $(0, 1)$ 。请你在图 3 中建立平面直角坐标系，找出格点 D ，使以 A 、 B 、 C 、 D 四个点为顶点的四边形为平行四边形，则满足条件的 D 点的坐标是：_____。

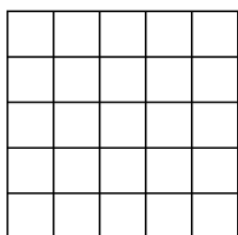


图1

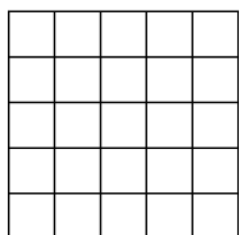


图2

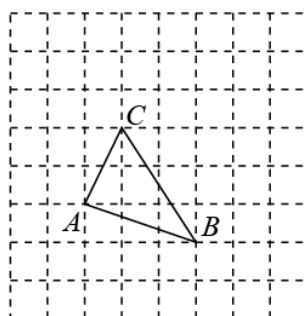


图3

【变式 8-1】（2022 春·新疆乌鲁木齐·八年级新疆生产建设兵团第一中学校考期中）如图，在 8×8 的正方形网格中，若小正方形的边长为 1， $\triangle ABC$ 的顶点 A 、 B 、 C 在网格的格点上。

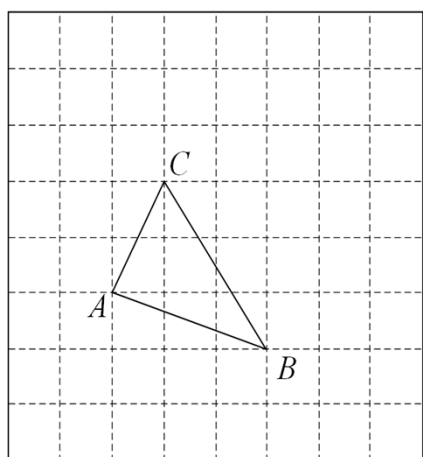


图1

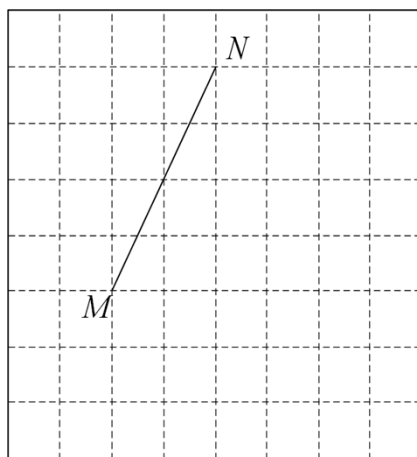


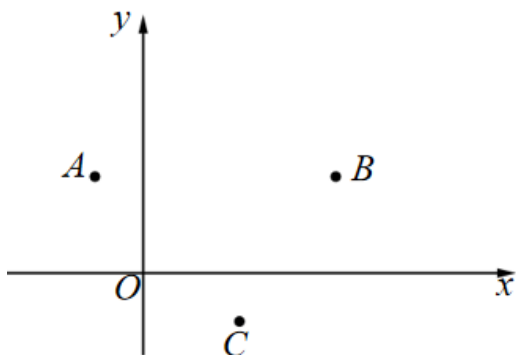
图2

- (1) 图 1 中 $\triangle ABC$ 的周长为_____。（结果保留根号）
- (2) 若点 A 的坐标为 $(0, -1)$ ，请你在图中找出一一点 D ，使 A 、 B 、 C 、 D 四个点为顶点的四边形为平行四边形，则满足条件的 D 点坐标是_____。
- (3) 在图 2 中画出以 MN 为一边长，另外两边长分别为 $\sqrt{10}$ 和 $\sqrt{26}$ 的格点 $\triangle MNE$ 。

【变式 8-2】（2022 春·浙江衢州·八年级统考期中）已知平面上有三个点，点 $A(2, 0)$ 、 $B(5, 2)$ 、 $C(3, 4)$ ，以点

A, 点B,点C为顶点画平行四边形, 则第四个顶点D的坐标为_____.

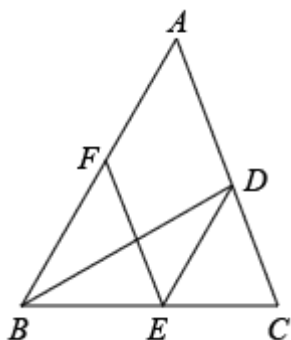
【变式 8-3】 (2022 春·山西临汾·八年级统考期中) 如图,在平面直角坐标系中,A、B、C三点的坐标分别是 $(-1,2)$ 、 $(4,2)$ 、 $(2,-1)$,若以A、B、C、D为顶点的四边形为平行四边形,则点D的坐标不可能是 ()



- A. $(7,-1)$ B. $(-3,-1)$ C. $(1,5)$ D. $(2,5)$

【考点 9 利用平行四边形的判定证明平行四边形】

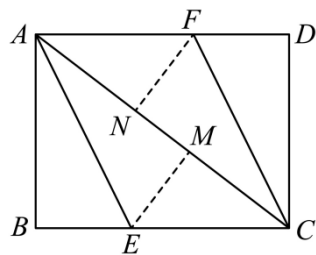
【例 9】 (2022 春·浙江杭州·八年级杭州英特外国语学校校考期中) 如图, BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 点 E, F 分别在 BC, AB 上, 且 $DE \parallel AB, BE = AF$.



(1) 求证: 四边形 $ADEF$ 是平行四边形

(2) 若 $\angle ABC = 60^\circ, BD = 2\sqrt{3}$, 求平行四边形 $ADEF$ 的面积.

【变式 9-1】 (2022 秋·江苏盐城·八年级校考期中) 如图, AC 为矩形 $ABCD$ 的对角线, 将边 AB 沿 AE 折叠, 使点 B 落在 AC 上的点 M 处, 将边 CD 沿 CF 折叠, 使点 D 落在 AC 上的点 N 处.

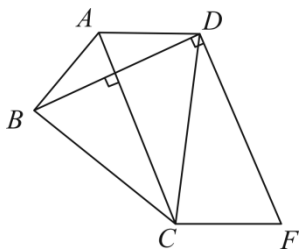


(1) 求证: 四边形 $AECF$ 是平行四边形;

(2) 若 $AB = 6, AC = 10$, 求四边形 $AECF$ 的面积.

【变式 9-2】（2022 春·江苏南京·八年级校考期中）如图，已知 AC 垂直平分 BD ， $DF \perp BD$ ，

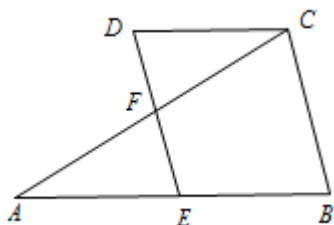
$\angle ABC = \angle DCF$ 。



(1) 求证：四边形 $ACFD$ 是平行四边形。

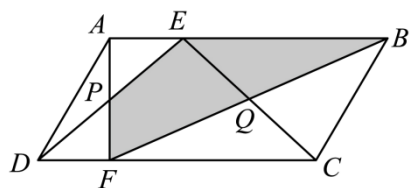
(2) 若 $DF = CF = 5$ ， $CD = 6$ ，求 BD 的长。

【变式 9-3】（2022 秋·陕西西安·九年级统考期中）如图，已知在四边形 $BCDE$ 中， $CD \parallel BE$ ，点 F 是 DE 的中点，连接 CF 交 BE 于点 A ，且点 E 是 AB 的中点，求证：四边形 $BCDE$ 是平行四边形。



【考点 10 利用平行四边形的判定与性质求面积】

【例 10】（2022 春·重庆渝中·八年级重庆巴蜀中学校考期末）如图， F 是 $\square ABCD$ 的边 CD 上的点， Q 是 BF 中点，连接 CQ 并延长交 AB 于点 E ，连接 AF 与 DE 相交于点 P ，若 $S_{\triangle APD} = 2\text{cm}^2$ ， $S_{\triangle BQC} = 8\text{cm}^2$ ，则阴影部分的面积为（ ） cm^2 。



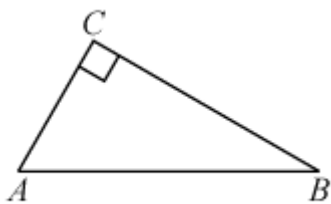
A. 24

B. 17

C. 18

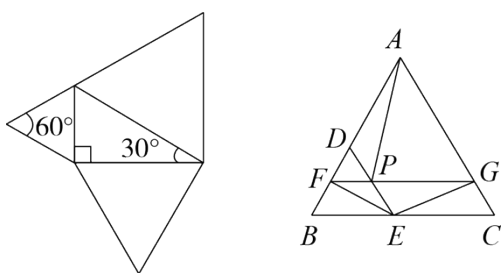
D. 10

【变式 10-1】（2022 秋·福建泉州·九年级统考期末）如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle CAB = 60^\circ$ ， $AC = 4$ 。作出 $\triangle ABC$ 关于点 A 成中心对称的 $\triangle AB'C'$ ，其中点 B 对应点为 B' ，点 C 对应点为 C' ，则四边形 $CB'CB$ 的面积是（ ）



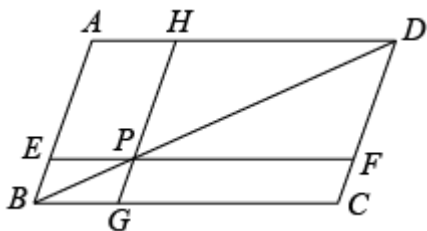
- A. 128 B. $64\sqrt{3}$ C. 64 D. $32\sqrt{3}$

【变式 10-2】（2022 秋·浙江宁波·八年级校考期末）如图，分别以直角三角形的三边向外作等边三角形，然后将较小的两个等边 $\triangle AFG$ 和 $\triangle BDE$ 放在最大的等边 $\triangle ABC$ 内（如图）， DE 与 FG 交于点 P ，连结 AP ， FE 。欲求 $\triangle GEC$ 的面积，只需要知道下列哪个三角形的面积即可（ ）



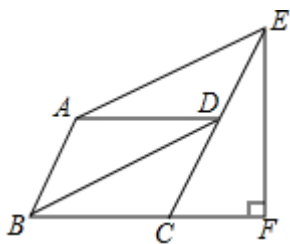
- A. $\triangle APG$ B. $\triangle ADP$ C. $\triangle DFP$ D. $\triangle FEG$

【变式 10-3】（2022 春·全国·八年级专题练习）如图，在 $\square ABCD$ 中，过对角线 BD 上一点 P 作 $EF \parallel BC$ ， $GH \parallel AB$ ，且 $CG = 3BG$ ， $S_{\square BEPG} = 1.5$ ，则 $S_{\square AEPH} = \underline{\quad}$ 。



【考点 11 利用平行四边形的判定与性质求长度】

【例 11】（2022·辽宁丹东·校考一模）如图，在 $\square ABCD$ 中， $\angle BAD = 120^\circ$ ，连接 BD ，作 $AE \parallel BD$ 交 CD 延长线于点 E ，过点 E 作 $EF \perp BC$ 交 BC 的延长线于点 F ，且 $CF = 1$ ，则 AB 的长是（ ）



- A. 2 B. 1 C. 3 D. $\sqrt{2}$

【变式 11-1】（2022 春·江苏无锡·八年级统考期末）如图， $\angle ABC = 45^\circ$ ， $AB = 2$ ， $BC = 2\sqrt{2}$ ，点 P 为 BC 上

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/558045071133007003>