第2章　圆

专题5　圆周角的综合运用

习题链接

温馨提示：点击 进入讲评

答案呈现

1 $90°$

2

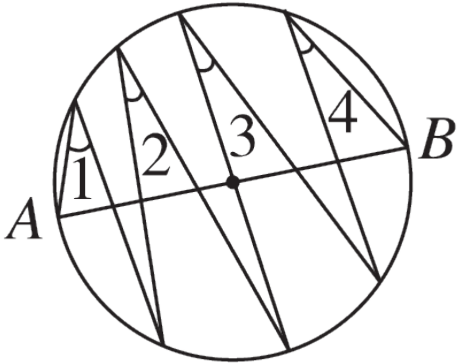
3

4

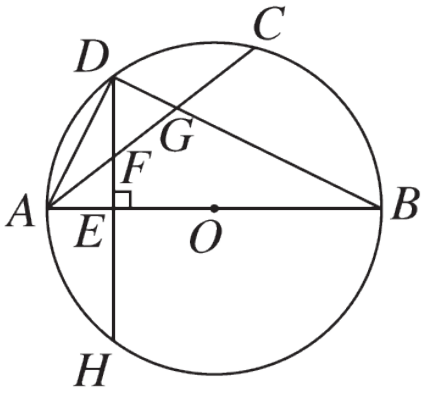
5

6

1．[2024连云港]如图，AB是圆的直径，$\angle 1$，$\angle 2$，$\angle 3$，$\angle 4$的顶点均在AB上方的圆弧上，$\angle 1$，$\angle 4$的一边分别经过点A，B，则$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=$____90°____.



2．[2024哈尔滨道里区校级一模]如图，AB是$\odot O$的直径，AC是一条弦，D是$\overset{\frown}{AC}$的中点，$DH\perp AB$于点E，交AC于点F，交$\odot O$于点H，DB交AC于点G.



(1)求证：$AF=DF$；

【证明】$\because D$ 是$\overset{\frown}{AC}$的中点，$\therefore \overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$.

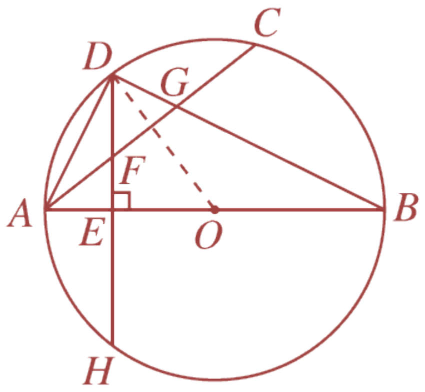
$\because AB\perp DH$，且 AB 是$\odot O$ 的直径，

$\therefore \overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AH}$. $\therefore \overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{AH}$.

$\therefore \angle ADH=\angle CAD$. $\therefore AF=DF$.

(2)当 E 为 OA 的中点时，在不添加辅助线的情况下，写出图中等于$\frac{1}{2}\angle DAB$ 的角．

【解】连接OD，如图．



$\because E$为OA的中点，$DE\perp AB$，

$\therefore DE$垂直平分OA.

$\therefore AD=OD=OA$.

$\therefore \triangle OAD$是等边三角形．$\therefore \angle AOD=\angle DAB=60°$.

$\because OB=OD$，$\therefore \angle B=\angle ODB$.

$\because \angle B+\angle ODB=\angle AOD=\angle DAB$，$\therefore \angle B=\frac{1}{2}\angle DAB=30°$.

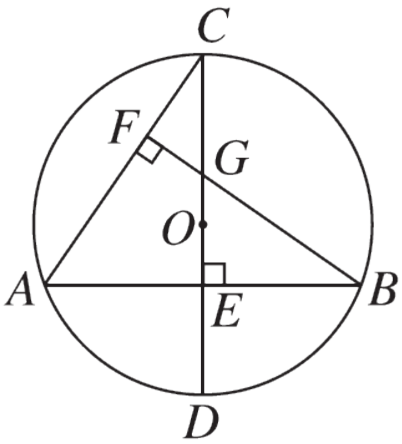
由(1)得，$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AH}=\overset{\frown}{CD}$，

$\therefore \angle ADF=\angle DAF=\angle B=30°=\frac{1}{2}\angle DAB$.

$\therefore \angle CAB=\angle DAB-\angle DAF=30°=\frac{1}{2}\angle DAB$.

$\therefore$等于$\frac{1}{2}\angle DAB$的角有$\angle DAF$，$\angle ADF$，$\angle CAB$，$\angle B$.

3．[2024马鞍山一模]如图，在⊙O中，AB，AC为弦，CD为直径，$AB\perp CD$于点E，$BF\perp AC$于点F，BF与CD相交于点G.



(1)求证：$ED=EG$；

【证明】连接BD. $\because AB\perp CD$于点E，$BF\perp AC$于点F，

$\therefore \angle CFG=\angle GEB=90^{\circ}$.

又$\because \angle CGF=\angle BGE$，$\therefore \angle C=\angle GBE$.

$\because \angle C=\angle DBE$，$\therefore \angle GBE=\angle DBE$.

$\because \angle GEB=90^{\circ}$，$\therefore \angle DEB=90^{\circ}=\angle GEB$.

又$\because BE=BE$，$\therefore \triangle GBE\cong\triangle DBE$. $\therefore ED=EG$.

(2)若 $AB=4\sqrt{5}$,$OG=2$,求⊙O 的半径 .

【解】连接 OA，设 $OA=r$，则 $DG=r+2$，

$\therefore ED=EG=\dfrac{r+2}{2}.\therefore OE=EG-OG=\dfrac{r-2}{2}.$

$\because AB\perp CD$ 于点 E，$AB=4\sqrt{5}$，$\therefore AE=\dfrac{1}{2}AB=2\sqrt{5}.$

在 Rt△OEA 中，$OE^2+AE^2=OA^2$，即$\left(\dfrac{r-2}{2}\right)^2+20=r^2$，解

得 $r=\dfrac{14}{3}$或 $r=-6$(不合题意，舍去)．∴⊙O 的半径为$\dfrac{14}{3}$.

返回

4．[2024衡阳模拟]如图，在锐角三角形ABC中，AC是最短边．以AC为直径的$\odot O$交BC于点D，过O作$OE\parallel BC$，交$\odot O$于点E，连接AD，AE，CE.CE与AD相交于点F.