乐成公立寄宿学校 2023-2024 学年高考数学考前最后一卷预测卷

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知函数 $f(x)=(\ln ax-1)\left(x^2+ax-4\right)$，若 $x>0$ 时，$f(x)\geq 0$ 恒成立，则实数 a 的值为（　　）

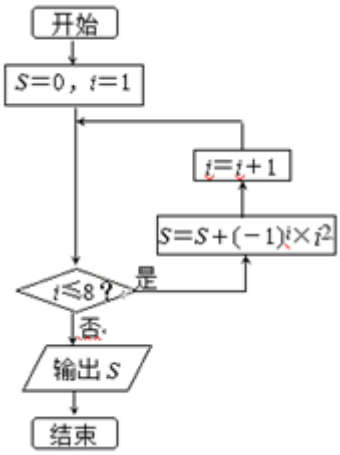
A．$2e$　　B．$4e$　　C．$\frac{e}{\sqrt{e-2}}$　　D．$\frac{e}{\sqrt{4-e}}$

2．已知命题 $p:\forall x\in R$，$x^2>0$，则 $\neg p$ 是（　　）

A．$\forall x\in \mathbf{R}$，$x^2\leq 0$　　B．$\exists x_0\in \mathbf{R}$，$x_0^2\leq 0$．

C．$\exists x_0\in \mathbf{R}$，$x_0^2>0$　　D．$\forall x\notin \mathbf{R}$，$x^2\leq 0$．

3．执行如下的程序框图，则输出的 S 是（　　）



A．36　　B．45

C．−36　　D．−45

4．已知函数 $f(x)=2\cos\left(\omega x-\frac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增，则 ω 的取值范围（　　）

A．$\left[\frac{2}{3},2\right]$　　B．$\left(0,\frac{2}{3}\right]$　　C．$\left[\frac{2}{3},1\right]$　　D．$(0,2]$

5．下列几何体的三视图中，恰好有两个视图相同的几何体是（　　）

A．正方体　　B．球体

C．圆锥　　D．长宽高互不相等的长方体

6．若 P 是 $\neg q$ 的充分不必要条件，则 $\neg$p 是 q 的（ ）

A．充分不必要条件

B．必要不充分条件

C．充要条件

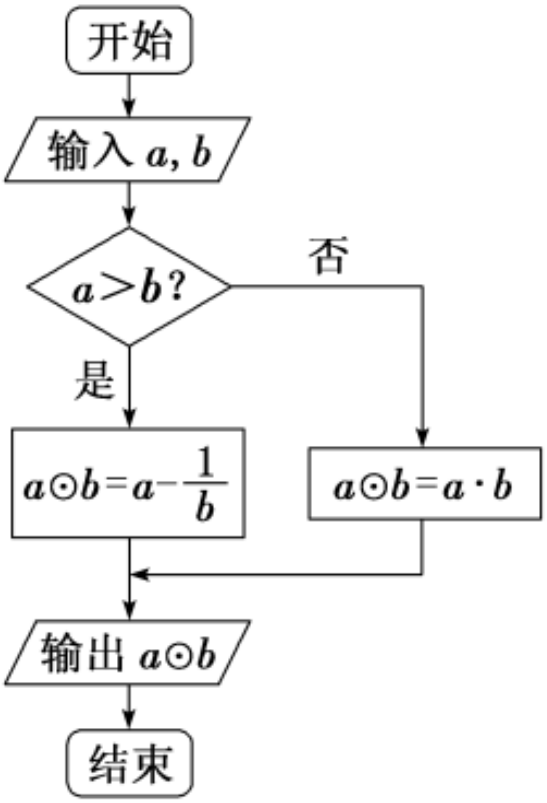
D．既不充分也不必要条件

7．已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）与双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=\frac{1}{2}$（$a>0, b>0$）的焦点相同，则双曲线渐近线方程为（　　）

A．$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$　　B．$y=\pm\sqrt{3}x$

C．$y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$　　D．$y=\pm\sqrt{2}x$

8．执行如图所示的程序框图，若输入 $a=\ln 10$，$b=\lg e$，则输出的值为（　　）



A．0　　B．1　　C．$2\lg e$　　D．$2\lg 10$

9．我国古代数学巨著《九章算术》中，有如下问题：“今有女子善织，日自倍，五日织五尺，问日织几何？”这个问题用今天的白话叙述为：有一位善于织布的女子，每天织的布都是前一天的 2 倍，已知她 5 天共织布 5 尺，问这位女子每天分别织布多少？根据上述问题的已知条件，若该女子共织布 $\frac{35}{31}$ 尺，则这位女子织布的天数是（　）

A．2　　B．3　　C．4　　D．1

10．已知将函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$（$0<\omega<6$，$-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}$）的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象，若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的图象都关于 $x=\frac{\pi}{4}$ 对称，则 ω 的值为（　　）

A．2　　B．3　　C．4　　D．$\frac{3}{2}$

11．已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{b}$=(1，$\sqrt{3}$)，且 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 方向上的投影为 $\frac{1}{2}$，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ 等于（　　）

A．2　　B．1　　C．$\frac{1}{2}$　　D．0

12．$(x-\frac{1}{x}+1)^5$ 展开项中的常数项为

A．1　　B．11　　C．-19　　D．51

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．在$\triangle ABC$ 中，$AB=2\sqrt{5}$，$AC=\sqrt{5}$，$\angle BAC=90°$，则$\triangle ABC$ 绕 BC 所在直线旋转一周所形成的几何体的表面积为_____.

14．已知等差数列$\{a_n\}$的各项均为正数，$a_1=1$，且 $a_2+a_6=a_8$，若 $p-q=10$，则 $a_p-a_q=$_____.

15．某地区连续 5 天的最低气温（单位：℃）依次为 8，–4，–1，0，2，则该组数据的标准差为_____.

16．曲线 $y=e^{-5x}+2$ 在点(0，3)处的切线方程为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）某校共有学生 2000 人，其中男生 900 人，女生 1100 人，为了调查该校学生每周平均体育锻炼时间，采用分层抽样的方法收集该校 100 名学生每周平均体育锻炼时间（单位：小时）.

（1）应抽查男生与女生各多少人？

（2）根据收集 100 人的样本数据，得到学生每周平均体育锻炼时间的频率分布表：

时间（小时）	[0,1]	(1,2]	(2,3]	(3,4]	(4,5]	(5,6]
频率	0.05	0.20	0.30	0.25	0.15	0.05

若在样本数据中有 38 名男学生平均每周课外体育锻炼时间超过 2 小时，请完成每周平均体育锻炼时间与性别的列联表，并判断是否有 95%的把握认为“该校学生的每周平均体育锻炼时间与性别有关”？

	男生	女生	总计

每周平均体育锻炼时间不超过 2 小时			
每周平均体育锻炼时间超过 2 小时			
总计			

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P(K^2\geq k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.005
k_0	2.706	3.841	6.635	7.879

18.（12 分）在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为：$\begin{cases}x=\dfrac{e^t+e^{-t}}{2}\\ y=\dfrac{e^t-e^{-t}}{2}\end{cases}$（其中 t 为参数），直线 l 的参数方程为

$\begin{cases}x=2+\dfrac{1}{\sqrt{5}}m\\ y=\dfrac{2}{\sqrt{5}}m\end{cases}$（其中 m 为参数）

（1）以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，求曲线 C 的极坐标方程；

（2）若曲线 C 与直线 l 交于 A,B 两点，点 P 的坐标为 $(2,0)$，求 $|PA|\cdot|PB|$ 的值.

19.（12 分）已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d\neq 0$，$a_1=25$，且 a_1，a_{11}，a_{13} 成等比数列.

（1）求使不等式 $a_n\geq 0$ 成立的最大自然数 n；

（2）记数列 $\left\{\dfrac{1}{a_n a_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和为 T_n，求证：$-\dfrac{13}{25}\leq T_n\leq\dfrac{12}{25}$.

20.（12 分）已知函数 $f(x)=\dfrac{a}{2}x^2+\cos x$（$a\in\mathbf{R}$），$f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导数.

（1）当 $a=1$ 时，令 $h(x)=f'(x)-x+\ln x$，$h'(x)$ 为 $h(x)$ 的导数.证明：$h'(x)$ 在区间 $\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ 存在唯一的极小值点；

（2）已知函数 $y=f(2x)-\dfrac{2}{3}x^4$ 在 $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ 上单调递减，求 a 的取值范围.

21.（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{x-1}{ae^{x}}-1\left(a\in R,a\neq 0\right)$.

（1）当 $a=1$ 时，求函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left(0,f\left(0\right)\right)$ 处的切线方程；

（2）若函数 $f\left(x\right)$ 没有零点，求实数 a 的取值范围.

22.（10 分）已知 $a>0$，证明：$\sqrt{a^{2}+\dfrac{1}{a^{2}}}>a+\dfrac{1}{a}-1$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

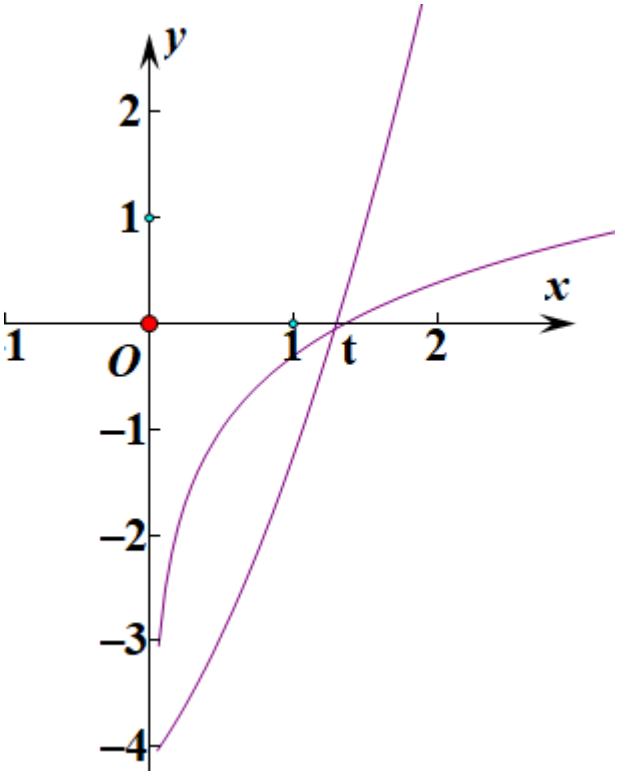
1、D

【解析】

通过分析函数 $y=\ln ax-1\left(x>0\right)$ 与 $y=x^{2}+ax-4\left(x>0\right)$ 的图象，得到两函数必须有相同的零点 t，解方程组

$\begin{cases}\ln at-1=0\\ a^{2}+at-4=0\end{cases}$ 即得解.

【详解】



如图所示，函数 $y=\ln ax-1(x>0)$ 与 $y=x^2+ax-4(x>0)$ 的图象，

因为 $x>0$ 时， $f(x)\geq 0$ 恒成立，

于是两函数必须有相同的零点 t，

所以 $\begin{cases}\ln at-1=0\\ a^2+at-4=0\end{cases}$

$at=4-t^2=e$，

解得 $a=\frac{e}{\sqrt{4-e}}$.

故选：D

【点睛】

本题主要考查函数的图象的综合应用和函数的零点问题，考查不等式的恒成立问题，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

2、B

【解析】

根据全称命题的否定为特称命题，得到结果.

【详解】

根据全称命题的否定为特称命题，可得 $\neg p:\exists x_0\in R$， $x_0^2\leq 0$

本题正确选项： B

【点睛】

本题考查含量词的命题的否定，属于基础题.

3、A

【解析】

列出每一步算法循环，可得出输出结果S的值.

【详解】

$i=1\le 8$满足，执行第一次循环，$S=0+(-1)^1\times 1^2=-1$，$i=1+1=2$；

$i=2\le 8$成立，执行第二次循环，$S=-1+(-1)^2\times 2^2=3$，$i=2+1=3$；

$i=3\le 8$成立，执行第三次循环，$S=3+(-1)^3\times 3^2=-6$，$i=3+1=4$；

$i=4\le 8$成立，执行第四次循环，$S=-6+(-1)^4\times 4^2=10$，$i=4+1=5$；

$i=5\le 8$成立，执行第五次循环，$S=10+(-1)^5\times 5^2=-15$，$i=5+1=6$；

$i=6\le 8$成立，执行第六次循环，$S=-15+(-1)^6\times 6^2=21$，$i=6+1=7$；

$i=7\le 8$成立，执行第七次循环，$S=21+(-1)^7\times 7^2=-28$，$i=7+1=8$；

$i=8\le 8$成立，执行第八次循环，$S=-28+(-1)^8\times 8^2=36$，$i=8+1=9$；

$i=9\le 8$不成立，跳出循环体，输出S的值为36，故选：A.

【点睛】

本题考查算法与程序框图的计算，解题时要根据算法框图计算出算法的每一步，考查分析问题和计算能力，属于中等题.

4、B

【解析】

由$-\frac{\pi}{3}\le x\le\frac{\pi}{2}$,可得$-\frac{\pi}{3}\omega-\frac{\pi}{3}\le\omega x-\frac{\pi}{3}\le\frac{\pi}{2}\omega-\frac{\pi}{3}$,结合$y=\cos x$在$[-\pi,0]$上单调递增,易得

$\left[-\frac{\pi}{3}\omega-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\omega-\frac{\pi}{3}\right]\subseteq[-\pi,0]$,即可求出$\omega$的范围.

【详解】

由$-\frac{\pi}{3}\le x\le\frac{\pi}{2}$,可得$-\frac{\pi}{3}\omega-\frac{\pi}{3}\le\omega x-\frac{\pi}{3}\le\frac{\pi}{2}\omega-\frac{\pi}{3}$,

$x=0$时,$f(0)=2\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)$,而$0\in\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right]$,

又$y=\cos x$在$[-\pi,0]$上单调递增,且$-\frac{\pi}{3}\in[-\pi,0]$,

所以$\left[-\frac{\pi}{3}\omega-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\omega-\frac{\pi}{3}\right]\subseteq[-\pi,0]$,则$\begin{cases}-\frac{\pi}{3}\omega-\frac{\pi}{3}\geq-\pi\\ \frac{\pi}{2}\omega-\frac{\pi}{3}\leq 0\\ \omega>0\end{cases}$,即$\begin{cases}\omega\leq 2\\ \omega\leq\frac{2}{3}\\ \omega>0\end{cases}$,故$0<\omega\leq\frac{2}{3}$.

故选:B.

【点睛】

本题考查了三角函数的单调性的应用,考查了学生的逻辑推理能力,属于基础题.

5、C

【解析】

根据基本几何体的三视图确定.

【详解】

正方体的三个三视图都是相等的正方形，球的三个三视图都是相等的圆，圆锥的三个三视图有一个是圆，另外两个是全等的等腰三角形，长宽高互不相等的长方体的三视图是三个两两不全等的矩形.

故选：C.

【点睛】

本题考查基本几何体的三视图，掌握基本几何体的三视图是解题关键.

6、B

【解析】

试题分析：通过逆否命题的同真同假，结合充要条件的判断方法判定即可.

由 p 是$\neg q$的充分不必要条件知“若 p 则$\neg q$”为真，“若$\neg q$则 p”为假，根据互为逆否命题的等价性知，“若 q 则$\neg p$”为真，“若$\neg p$则 q”为假，故选 B.

考点：逻辑命题

7、A

【解析】

由题意可得$2a^2-2b^2=a^2+b^2$，即$a^2=3b^2$，代入双曲线的渐近线方程可得答案.

【详解】

依题意椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$与双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=\frac{1}{2}(a>0,b>0)$即$\frac{x^2}{\frac{a^2}{2}}-\frac{y^2}{\frac{b^2}{2}}=1(a>0,b>0)$的焦点相同，可得：

$a^2-b^2=\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{2}b^2$，

即$a^2=3b^2$，$\therefore\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，可得$\frac{\frac{b}{\sqrt{2}}}{\frac{a}{\sqrt{2}}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

双曲线的渐近线方程为：$y=\pm\frac{\frac{b}{\sqrt{2}}}{\frac{a}{\sqrt{2}}}x=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$，

故选：A.

【点睛】

本题考查椭圆和双曲线的方程和性质，考查渐近线方程的求法，考查方程思想和运算能力，属于基础题.

8、A

【解析】

根据输入的值大小关系，代入程序框图即可求解.

【详解】

输入$a=\ln 10$，$b=\lg e$，

因为$\ln 10>1>\lg e$，所以由程序框图知，

输出的值为$a-\frac{1}{b}=\ln 10-\frac{1}{\lg e}=\ln 10-\ln 10=0$.

故选：A

【点睛】

本题考查了对数式大小比较，条件程序框图的简单应用，属于基础题.

9、B

【解析】

将问题转化为等比数列问题，最终变为求解等比数列基本量的问题.

【详解】

根据实际问题可以转化为等比数列问题，

在等比数列$\{a_n\}$中，公比$q=2$，前n项和为S_n，$S_5=5$，$S_m=\frac{35}{31}$，求m的值.

因为$S_5=\frac{a_1(1-2^5)}{1-2}=5$，解得$a_1=\frac{5}{31}$，$S_m=\frac{\frac{5}{31}(1-2^m)}{1-2}=\frac{35}{31}$，解得$m=3$．故选**B**.

【点睛】

本题考查等比数列的实际应用，难度较易.熟悉等比数列中基本量的计算，对于解决实际问题很有帮助.

10、B

【解析】

因为将函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$（$0<\omega<6$，$-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}$）的图象向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度后得到函数$g(x)$的图象，

可得$g(x)=\sin\left[\omega\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+\varphi\right]=\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{3}\omega+\varphi\right)$，结合已知，即可求得答案.

【详解】

Q将函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$（$0<\omega<6$，$-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}$）的图象向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度后得到函数$g(x)$的图象

$\therefore g(x)=\sin\left[\omega\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+\varphi\right]=\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{3}\omega+\varphi\right)$，

又Q $f(x)$和$g(x)$的图象都关于$x=\frac{\pi}{4}$对称，

$\therefore$由$\begin{cases}\frac{\pi}{4}\omega+\varphi=k_1\pi+\frac{\pi}{2}\\ \frac{\pi}{4}\omega-\frac{\pi}{3}\omega+\varphi=k_2\pi+\frac{\pi}{2}\end{cases}(k_1,k_2\in\mathbf{Z})$，

得$\frac{\pi}{3}\omega=(k_1-k_2)\pi$，$(k_1,k_2\in\mathbf{Z})$，

即$\omega=3(k_1-k_2)\ (k_1,k_2\in\mathbf{Z})$，

又Q $0<\omega<6$，

$\therefore\omega=3$.

故选：**B.**

【点睛】

本题主要考查了三角函数图象平移和根据图象对称求参数，解题关键是掌握三角函数图象平移的解法和正弦函数图象的特征，考查了分析能力和计算能力，属于基础题.

11、B

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/558107011120006075