2024 届辽宁省普兰店市第一中学第二学期高三第四次诊断考试数学试题

考生须知：

1．全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用 2B 铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。

2．请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。

3．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．阅读名著，品味人生，是中华民族的优良传统.学生李华计划在高一年级每周星期一至星期五的每天阅读半个小时中国四大名著：《红楼梦》、《三国演义》、《水浒传》及《西游记》，其中每天阅读一种，每种至少阅读一次，则每周不同的阅读计划共有（　　）

A．120 种　　B．240 种　　C．480 种　　D．600 种

2．已知函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}kx-1,x>0,\\-\ln\left(-x\right),x<0,\end{cases}$ 若函数 $f\left(x\right)$ 的图象上关于原点对称的点有 2 对，则实数 k 的取值范围是（　　）

A．$\left(-\infty,0\right)$　　B．$\left(0,1\right)$　　C．$\left(0,+\infty\right)$　　D．$\left(0,\frac{1}{2}\right)$

3．“$a=2$”是“直线 $ax+2y-1=0$ 与 $x+(a-1)y+2=0$ 互相平行”的（　）

A．充分不必要条件　B．必要不充分条件　C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

4．二项式 $\left(\frac{x}{2}-\frac{3}{x}\right)^{7}$ 展开式中，$\frac{1}{x}$ 项的系数为（　　）

A．$-\frac{945}{16}$　　B．$-\frac{189}{32}$　　C．$-\frac{21}{64}$　　D．$\frac{2835}{8}$

5．双曲线 $C:x^{2}-2y^{2}=1$ 的渐近线方程为(　　)

A．$x\pm\sqrt{2}y=0$　　B．$x\pm2y=0$

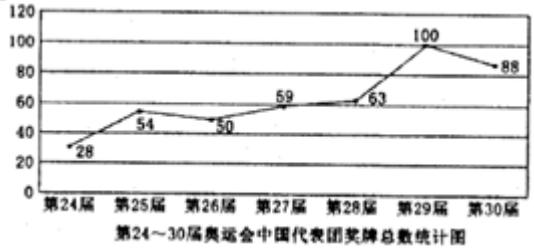
C．$\sqrt{2}x\pm y=0$　　D．$2x\pm y=0$

6．已知 α 为锐角，且 $\sqrt{3}\sin2\alpha=2\sin\alpha$，则 $\cos2\alpha$ 等于（　　）

A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{2}{9}$　　C．$-\frac{1}{3}$　　D．$-\frac{4}{9}$

7．下图是我国第 24~30 届奥运奖牌数的回眸和中国代表团奖牌总数统计图，根据表和统计图，以下描述正确的是（　　）.

	金牌（块）	银牌（块）	铜牌（块）	奖牌总数
24	5	11	12	28
25	16	22	12	54
26	16	22	12	50
27	28	16	15	59
28	32	17	14	63
29	51	21	28	100
30	38	27	23	88



第24～30届奥运会中国代表团奖牌总数统计图

A．中国代表团的奥运奖牌总数一直保持上升趋势

B．折线统计图中的六条线段只是为了便于观察图象所反映的变化，不具有实际意义

C．第 30 届与第 29 届北京奥运会相比，奥运金牌数、银牌数、铜牌数都有所下降

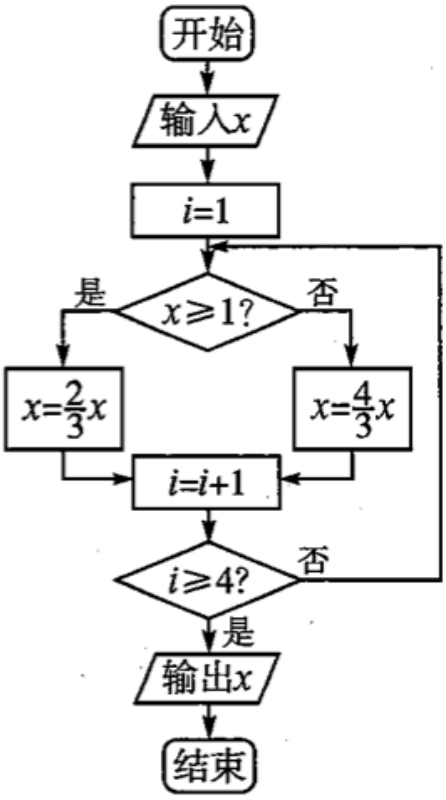
D．统计图中前六届奥运会中国代表团的奥运奖牌总数的中位数是 54.5

8．已知点 *P* 不在直线 *l*、*m* 上，则“过点 *P* 可以作无数个平面，使得直线 *l*、*m* 都与这些平面平行”是“直线 *l*、*m* 互相平行”的（　　）

A．充分不必要条件　　**B．必要不充分条件**

C．充分必要条件　　**D．既不充分也不必要条件**

9．相传黄帝时代，在制定乐律时，用“三分损益”的方法得到不同的竹管，吹出不同的音调．如图的程序是与“三分损益”结合的计算过程，若输入的 x 的值为 1，输出的 x 的值为（　　）



A．$\frac{64}{81}$　　B．$\frac{32}{27}$　　C．$\frac{8}{9}$　　D．$\frac{16}{27}$

10．已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2+2x, x\geq 0\\ x^2-2x, x<0\end{cases}$，若关于 x 的不等式 $\left[f(x)\right]^2+af(x)<0$ 恰有 1 个整数解，则实数 a 的最大值为（　　）

A．2　　B．3　　C．5　　D．8

11．已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 夹角为 $30°$，$\vec{a}=(1,\sqrt{2})$，$|\vec{b}|=2$，则 $|2\vec{a}-\vec{b}|=$(　　)

A．2　　B．4　　C．$2\sqrt{3}$　　D．$2\sqrt{7}$

12．复数 z_1 在复平面内对应的点为 $(2,3), z_2=-2+i,$ 则 $\frac{z_1}{z_2}=$（　　）

A．$-\frac{1}{5}+\frac{8}{5}i$　　B．$-\frac{1}{5}-\frac{8}{5}i$　　C．$-1+\frac{8}{5}i$　　D．$-1-\frac{8}{5}i$

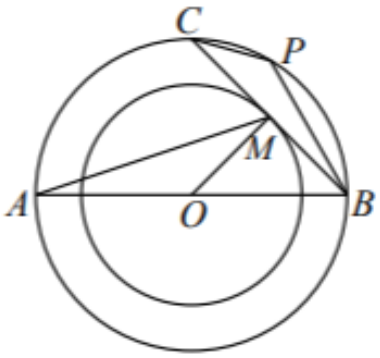
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．角 α 的顶点在坐标原点，始边与 x 轴的非负半轴重合，终边经过点 P（1，2），则 $\sin(\pi-\alpha)$ 的值是_____.

14．已知实数 x, y 满足 $\begin{cases}x+y+2\geq 0\\ 2x-y-2\leq 0\\ y\leq 1\end{cases}$，则 $z=3x+y$ 的最小值是_____.

15．设函数 $f(x)=\begin{cases}|\log_2 x-a|, 0<x\le 4\\ f(8-x), 4<x<8\end{cases}$，若存在实数 m，使得关于 x 的方程 $f(x)=m$ 有 4 个不相等的实根，且这 4 个根的平方和存在最小值，则实数 a 的取值范围是_____.

16．如图，两个同心圆 O 的半径分别为 2 和 $\sqrt{2}$，AB 为大圆 O 的一条 直径，过点 B 作小圆 O 的切线交大圆于另一点 C，切点为 M，点 P 为劣弧 $\overset{\frown}{BC}$ 上的任一点（不包括 B,C 两点），则 $\overrightarrow{AM}\cdot\left(\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{CP}\right)$ 的最大值是_____.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $S_n=n^2$，等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1=a_1$，$b_3=a_5$.

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

18．（12 分）已知 ΔABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $a\sin(A+B)=c\sin\dfrac{B+C}{2}$.

（1）求 A；

（2）若 ΔABC 的面积为 $\sqrt{3}$，$b+c=5$，求 ΔABC 的周长.

19．（12 分）已知向量 $\vec{a}=(\cos x,-1),\vec{b}=\left(\sqrt{3}\sin x,-\dfrac{1}{2}\right)$，函数 $f(x)=(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{a}-2$.

（1）求函数 $f(x)$ 的最小正周期及单调递增区间；

（2）在 ΔABC 中，三内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知函数 $f(x)$ 的图像经过点 $\left(A,\dfrac{1}{2}\right)$，$b,a,c$ 成等差数列，且 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=9$，求 a 的值.

20．（12 分）已知函数 $f(x)=xe^x-ae^{2x}$（$a\in\mathbf{R}$）在定义域内有两个不同的极值点.

（1）求实数 a 的取值范围；

（2）若 $f(x)$ 有两个不同的极值点 x_1，x_2，且 $x_1<x_2$，若不等式 $x_1+\lambda x_2>0$ 恒成立.求正实数 λ 的取值范围.

21.（12 分）在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=\sqrt{3}\cos\alpha \\ y=\sin\alpha \end{cases}$（$\alpha$ 为参数），以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta+\rho\sin\theta+4=0$.

（1）求曲线 C_1 的普通方程和曲线 C_2 的直角坐标方程；

（2）若点 P 在曲线 C_1 上，点 Q 在曲线 C_2 上，求 $|PQ|$ 的最小值及此时点 P 的坐标.

22.（10 分）已知函数 $f(x)=\dfrac{e^x}{x^2-ax+1}(a\geq 0)$.

（1）当 $a=0$ 时，试求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线；

（2）试讨论函数 $f(x)$ 的单调区间.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

首先将五天进行分组，再对名著进行分配，根据分步乘法计数原理求得结果.

【详解】

将周一至周五分为 4 组，每组至少 1 天，共有：$\dfrac{C_5^2C_3^1C_2^1}{A_3^3}=10$ 种分组方法；

将四大名著安排到 4 组中，每组 1 种名著，共有：$A_4^4=24$ 种分配方法；

由分步乘法计数原理可得不同的阅读计划共有：$10\times 24=240$ 种

本题正确选项：B

【点睛】

本题考查排列组合中的分组分配问题，涉及到分步乘法计数原理的应用，易错点是忽略分组中涉及到的平均分组问题.

2、B

【解析】

考虑当$x>0$时，$kx-1=\ln x$有两个不同的实数解，令$h(x)=\ln x-kx+1$，则$h(x)$有两个不同的零点，利用导数和零点存在定理可得实数k的取值范围.

【详解】

因为$f(x)$的图象上关于原点对称的点有2对，

所以$x>0$时，$kx-1=\ln x$有两个不同的实数解.

令$h(x)=\ln x-kx+1$，则$h(x)$在$(0,+\infty)$有两个不同的零点.

又$h'(x)=\dfrac{1-kx}{x}$，

当$k\le 0$时，$h'(x)>0$，故$h(x)$在$(0,+\infty)$上为增函数，

$h(x)$在$(0,+\infty)$上至多一个零点，舍.

当$k>0$时，

若$x\in\left(0,\dfrac{1}{k}\right)$，则$h'(x)>0$，$h(x)$在$\left(0,\dfrac{1}{k}\right)$上为增函数；

若$x\in\left(\dfrac{1}{k},+\infty\right)$，则$h'(x)<0$，$h(x)$在$\left(\dfrac{1}{k},+\infty\right)$上为减函数；

故$h(x)_{\max}=h\left(\dfrac{1}{k}\right)=\ln\dfrac{1}{k}$，

因为$h(x)$有两个不同的零点，所以$\ln\dfrac{1}{k}>0$，解得$0<k<1$.

又当$0<k<1$时，$\dfrac{1}{e}<\dfrac{1}{k}$且$h\left(\dfrac{1}{e}\right)=-\dfrac{k}{e}<0$，故$h(x)$在$\left(0,\dfrac{1}{k}\right)$上存在一个零点.

又$h\left(\dfrac{e}{k^2}\right)=\ln\dfrac{e}{k^2}-\dfrac{e}{k}+1=2+2\ln t-et$，其中$t=\dfrac{1}{k}>1$.

令$g(t)=2+2\ln t-et$，则$g'(t)=\dfrac{2-et}{t}$，

当$t>1$时，$g'(t)<0$，故$g(t)$为$(1,+\infty)$减函数，

所以$g(t)<g(1)=2-e<0$即$h\left(\dfrac{e}{k^2}\right)<0$.

因为$\dfrac{e}{k^2}>\dfrac{1}{k^2}>\dfrac{1}{k}$，所以$h(x)$在$\left(\dfrac{1}{k},+\infty\right)$上也存在一个零点.

综上，当$0<k<1$时，$h(x)$有两个不同的零点.

故选：B.

【点睛】

本题考查函数的零点，一般地，较为复杂的函数的零点，必须先利用导数研究函数的单调性，再结合零点存在定理说明零点的存在性，本题属于难题.

3、A

【解析】

利用两条直线互相平行的条件进行判定

【详解】

当$a=2$时，直线方程为$2x+2y-1=0$与$x+y+2=0$，可得两直线平行；

若直线$ax+2y-1=0$与$x+(a-1)y+2=0$互相平行，则$a(a-1)=2$，解得$a_1=2$，

$a_2=-1$，则“$a=2$”是“直线$ax+2y-1=0$与$x+(a-1)y+2=0$互相平行”的充分不必要条件，故选A

【点睛】

本题主要考查了两直线平行的条件和性质，充分条件，必要条件的定义和判断方法，属于基础题.

4、D

【解析】

写出二项式的通项公式,再分析x的系数求解即可.

【详解】

二项式$\left(\frac{x}{2}-\frac{3}{x}\right)^7$展开式的通项为$T_{r+1}=C_7^r\left(\frac{x}{2}\right)^{7-r}\left(-\frac{3}{x}\right)^r=C_7^r\left(\frac{1}{2}\right)^{7-r}(-3)^r x^{7-2r}$,令$7-2r=-1$,得$r=4$,故$\frac{1}{x}$项的系数为$C_7^4\left(\frac{1}{2}\right)^{7-4}(-3)^4=\frac{2835}{8}$.

故选：D

【点睛】

本题主要考查了二项式定理的运算,属于基础题.

5、A

【解析】

将双曲线方程化为标准方程为$x^2-\frac{y^2}{\frac{1}{2}}=1$，其渐近线方程为$x^2-\frac{y^2}{\frac{1}{2}}=0$，化简整理即得渐近线方程.

【详解】

双曲线$C:x^2-2y^2=1$得$x^2-\frac{y^2}{\frac{1}{2}}=1$，则其渐近线方程为$x^2-\frac{y^2}{\frac{1}{2}}=0$，

整理得$x\pm\sqrt{2}y=0$.

故选：A

【点睛】

本题主要考查了双曲线的标准方程，双曲线的简单性质的应用.

6、C

【解析】

由$\sqrt{3}\sin 2\alpha=2\sin\alpha$可得$\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$，再利用$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$计算即可.

【详解】

因为$2\sqrt{3}\sin\alpha\cos\alpha=2\sin\alpha$，$\sin\alpha\neq 0$，所以$\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

所以$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1=\frac{2}{3}-1=-\frac{1}{3}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查二倍角公式的应用，考查学生对三角函数式化简求值公式的灵活运用的能力，属于基础题.

7、B

【解析】

根据表格和折线统计图逐一判断即可.

【详解】

A.中国代表团的奥运奖牌总数不是一直保持上升趋势，29 届最多，错误；

B.折线统计图中的六条线段只是为了便于观察图象所反映的变化，不表示某种意思，正确；

C.30 届与第 29 届北京奥运会相比，奥运金牌数、铜牌数有所下降，银牌数有所上升，错误；

D. 统计图中前六届奥运会中国代表团的奥运奖牌总数按照顺序排列的中位数为$\frac{54+59}{2}=56.5$,不正确；

故选：B

【点睛】

此题考查统计图，关键点读懂折线图，属于简单题目.

8、C

【解析】

根据直线和平面平行的性质，结合充分条件和必要条件的定义进行判断即可.

【详解】

Q 点 P 不在直线 l 、 m 上，

$\therefore$ 若直线 l 、 m 互相平行，则过点 P 可以作无数个平面，使得直线 l 、 m 都与这些平面平行，即必要性成立，

若过点 P 可以作无数个平面，使得直线 l 、 m 都与这些平面平行，则直线 l 、 m 互相平行成立，反证法证明如下：

若直线 l 、 m 互相不平行，则 l ， m 异面或相交，则过点 P 只能作一个平面同时和两条直线平行，则与条件矛盾，即充分性成立

则“过点 P 可以作无数个平面，使得直线 l 、 m 都与这些平面平行”是“直线 l 、 m 互相平行”的充要条件，

故选： C .

【点睛】

本题主要考查充分条件和必要条件的判断，结合空间直线和平面平行的性质是解决本题的关键.

9、B

【解析】

根据循环语句，输入 $x=1$ ，执行循环语句即可计算出结果.

【详解】

输入 $x=1$ ，由题意执行循环结构程序框图，可得：

第1次循环： $x=\frac{2}{3}$ ， $i=2<4$ ，不满足判断条件；

第 2 次循环： $x=\frac{8}{9}$ ， $i=3<4$ ，不满足判断条件；

第 4 次循环： $x=\frac{32}{27}$ ， $i=4\geq 4$ ，满足判断条件；输出结果 $x=\frac{32}{27}$.

故选： B

【点睛】

本题考查了循环语句的程序框图，求输出的结果，解答此类题目时结合循环的条件进行计算，需要注意跳出循环的判定语句，本题较为基础.

10、D

【解析】

画出函数 $f\left(x\right)$ 的图象，利用一元二次不等式解法可得解集，再利用数形结合即可得出.

【详解】

解：函数 $f\left(x\right)$ ，如图所示

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/558141016130006116