河南省信阳2023-2024学年高二上期10月月考

数学试题

分值:150分时长：120分钟

一、单选题

1. 对于集合M,N，定义$M-N=\{x\mid x\in M,x\notin N\}$，$M\oplus N=(M-N)\cup(N-M)$，设$A=\left\{x\mid x\geq -\frac{9}{4},x\in \mathrm{R}\right\}$，$B=\{x\mid x<0,x\in \mathrm{R}\}$，则$A\oplus B=$（）

A. $\left(-\frac{9}{4},0\right)$

B. $\left[-\frac{9}{4},0\right)$

C. $\left(-\infty,-\frac{9}{4}\right)\cup[0,+\infty)$

D. $\left(-\infty,-\frac{9}{4}\right]\cup(0,+\infty)$

2. 复数$z=1-\sqrt{3}\,\mathrm{i}$，则以下为实数的是（）

A. z^2+2z

B. z^2-2z

C. z^2+3z

D. z^2-3z

3. 对于任意实数x，用$[x]$表示不大于x的最大整数，例如：$[\pi]=3$，$[0.1]=0$，$[-2.1]=-3$，则“$[x]>[y]$”是“$x>y$”的（）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

4. 若向量$\vec{a}=(4,3-m)$，$\vec{b}=(1,\ m)$的夹角为锐角，则实数m的范围是（）

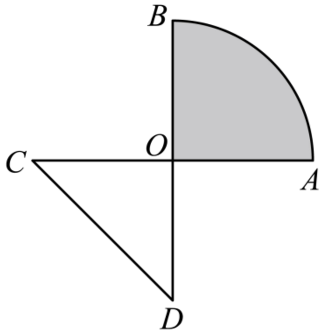
A. $\left(-1,\frac{3}{5}\right)\cup\left(\frac{3}{5},4\right)$

B. $(-1,\ 4)$

C. $\left(-4,\frac{3}{5}\right)\cup\left(\frac{3}{5},1\right)$

D. $(-4,\ 1)$

5. 如图，$AC=BD$，线段AC，BD相互垂直平分，在扇形OAB中，OA=1，将扇形OAB和$\triangle OCD$绕AC所在直线旋转一周所得几何体的表面积为（）



A. $\left(1+\sqrt{2}\right)\pi$　　B. $\left(2+\sqrt{2}\right)\pi$　　C. $\left(3+\sqrt{2}\right)\pi$　　D. $\left(3+2\sqrt{2}\right)\pi$

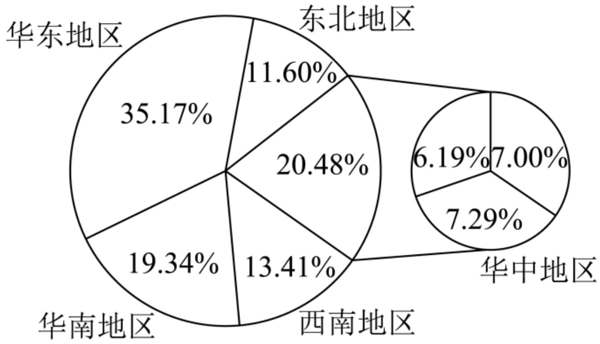
6. 已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，直线$y=kx\left(k>0\right)$与$C$交于$M$，$N$两点（其中$M$在第一象限），若四边形$MF_1NF_2$为矩形，且$\left|MF_1\right|\le\sqrt{3}\left|F_2M\right|$，则$C$的离心率$e$的取值范围是（）

A. $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},1\right)$　　B. $\left(\dfrac{1}{2},\sqrt{3}-1\right]$

C. $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},\sqrt{3}-1\right]$　　D. $\left(0,\sqrt{3}-1\right]$

二、多选题

7. 某公司对2021年的营收来源进行了统计，并绘制饼图如图所示．在华中地区的三省中，湖北省的营收额最多，河南省的营收额最少，湖南省的营收额约1421万元．则下列说法错误的是（）



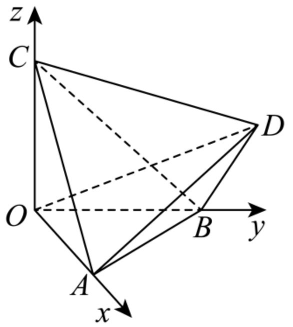
A. 该公司在华东地区的营收额，约为东北地区营收额的三倍

B. 该公司在华南地区的营收额，比西南地区的营收额和河南省的营收额之和还要多

C. 该公司2021年营收总额约为20300万元

D. 该公司在湖南省的营收额，在华中地区的营收额的占比约为34.18%

8．如图，正四面体 $ABCD$ 的顶点 A，B，C 分别在两两垂直的三条射线 Ox，Oy，Oz 上，则下列结论错误的为（　　）



A. $O-ABC$ 是正三棱锥

B. 直线 $OB//$ 平面 ACD

C. 直线 AD 与 OB 所成的角是 45°

D. 二面角 $A-DC-B$ 为 45°

9．设 $k\in \mathrm{R}$，过定点A的动直线 l_1：$x+ky=0$，和过定点 B 的动直线 l_2：$kx-y+3-k=0$ 交于点 P，M 是圆 C：$(x-2)^2+(y-4)^2=4$ 上的任意一点，则下列说法正确的有（）

A. 直线 l_1 与圆 C 相切时 $k=\dfrac{4}{3}$

B. M 到 l_1 距离的最大值是 $2+2\sqrt{5}$

C. 直线 l_2 与圆 C 相交的最短弦长为 $2\sqrt{2}$

D. $|PA|+|PB|$ 的最大值为 $2\sqrt{5}$

10．记 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $\triangle ABC$ 的周长为 3，$B=60°$，则（）

A. 存在非等边 $\triangle ABC$ 满足 $2b=a+c$

B. 存在 $\triangle ABC$ 满足 $b^2=ac$

C. $\triangle ABC$ 内部可以放入的最大圆的半径为 $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$

D. 可以完全覆盖 $\triangle ABC$ 的最小圆的半径为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

三、填空题

11．直线 $x\sin\alpha+y+2=0$ 的倾斜角的取值范围是________________.

12．已知函数 $f(x)=\dfrac{\sin x}{\cos x-\sqrt{2}}$，则函数 $f(x)$ 的值域是______.

13．在正三棱锥 $P-ABC$ 中，$AB=6$，$PA=4\sqrt{3}$，若球 O 与三棱锥 $P-ABC$ 的六条棱均相切，则球 O 的表面积为______．

14．已知中心在原点的椭圆 C 的左焦点恰好为圆 $F: x^2+y^2+2x-3=0$ 的圆心，有两顶点恰好是圆 F 与 y 轴的交点，若椭圆 C 上恰好存在两点关于直线 $y = x + t$ 对称，则实数 t 的取值范围是__________．

四、解答题

15．已知函数 $f\left(x\right)$ 满足 $2f\left(x\right)+f\left(-x\right)=3^{x+1}+3^{1-x}$．

（1）求 $f\left(x\right)$ 的解析式；

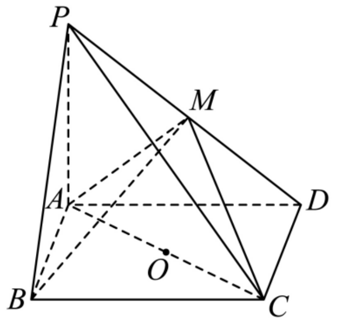
（2）若对于任意的 $x\in R$，不等式 $f\left(2x\right)-mf\left(x\right)+6\geq 0$ 恒成立，求实数 m 的取值范围．

16．已知 $\triangle ABC$ 的周长为 $10+2\sqrt{7}$，且 $\sqrt{7}\sin A+\sqrt{7}\sin B=5\sin C$．

（1）求 AB 的长；

（2）若 $\triangle ABC$ 的面积为 $12\sin C$．求 C．

17．在四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$PA=AD=8$．以 AC 的中点 O 为球心，AC 为直径的球面交 PD 于点 M．



（1）证明：M 为 PD 的中点．

（2）若二面角 $B\text{-}AM\text{-}C$ 的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，求 AB．

18．已知圆 M 与圆 N：$x^2+y^2-8y+12=0$ 相外切，与 y 轴相切原点 O．

（1）求圆 M 的方程；

（2）若圆 M 与圆 N 的切点在第一象限，过原点 O 的两条直线与圆 M 分别交于 P，Q 两点，且两直线互相垂直，求证：直线 PQ 过定点，并求出该定点坐标．

19．甲、乙进行射击比赛，两人轮流朝一个靶射击，若击中靶心得 3 分，击中靶心以外的区域得 1 分，两人得分之和大于或等于 6 分即结束比赛，且规定最后射击的人获胜，假设他们每次击中靶心的概率均为 $\dfrac{1}{4}$ 且不会脱靶，经过抽签，甲先射击．

（1）求甲需要射击三次的概率.

（2）比赛结束时两人得分之差最大为多少？求这个最大值发生的概率.

（3）求乙获胜的概率.

20. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，点 $\left(\sqrt{2},1\right)$ 在椭圆上.

（1）求椭圆的标准方程；

（2）若椭圆过原点 O 的弦 AC,BD 相互垂直，求四边形 $ABCD$ 面积的最大值.

河南省信阳高级中学 2023-2024 学年高二上期 10 月月考

数学试题

分值:150 分时长：120 分钟

一、单选题

1. 对于集合 M,N，定义 $M-N=\{x\mid x\in M,x\notin N\}$， $M\oplus N=(M-N)\cup(N-M)$，设 $A=\left\{x\mid x\geq-\frac{9}{4},x\in\mathrm{R}\right\}$， $B=\{x\mid x<0,x\in\mathrm{R}\}$，则 $A\oplus B=$（）

A. $\left(-\frac{9}{4},0\right)$　　B. $\left[-\frac{9}{4},0\right)$

C. $\left(-\infty,-\frac{9}{4}\right)\cup[0,+\infty)$　　D. $\left(-\infty,-\frac{9}{4}\right]\cup(0,+\infty)$

【答案】C

【解析】

【分析】根据题中集合新定义的特性结合集合的基本运算可求解出结果.

【详解】集合 $A=\left\{x\mid x\geq-\frac{9}{4},x\in\mathrm{R}\right\}$， $B=\{x\mid x<0,x\in\mathrm{R}\}$，

则 $\complement_{\mathrm{R}}A=\left\{x\middle|x<-\frac{9}{4},x\in\mathrm{R}\right\}$， $\complement_{\mathrm{R}}B=\{x\mid x\geq0,x\in\mathrm{R}\}$，

由定义可得： $A-B=\{x|x\in A\text{ 且 }x\notin B\}=A\cap\complement_{\mathrm{R}}B=\{x\mid x\geq0,x\in\mathrm{R}\}=[0,+\infty)$，

$B-A=\{x|x\in B\text{ 且 }x\notin A\}=B\cap\complement_{\mathrm{R}}A=\left\{x\middle|x<-\frac{9}{4},x\in\mathrm{R}\right\}=\left(-\infty,-\frac{9}{4}\right)$，

所以 $A\oplus B=(A-B)\cup(B-A)=\left(-\infty,-\frac{9}{4}\right)\cup[0,+\infty)$，选项 ABD 错误，选项 C 正确.

故选：C.

2. 复数 $z=1-\sqrt{3}\,\mathrm{i}$，则以下为实数的是（）

A. z^2+2z　　B. z^2-2z

C. z^2+3z　　D. z^2-3z

【答案】B

【解析】

【分析】根据复数的乘方和四则运算即可得到答案.

【详解】对 A，$z^2+2z=\left(1-\sqrt{3}\,\mathrm{i}\right)^2+2\left(1-\sqrt{3}\,\mathrm{i}\right)=-4\sqrt{3}\,\mathrm{i}$，其不是实数，故 A 错误；

对 B，$z^2-2z=\left(1-\sqrt{3}\,\mathrm{i}\right)^2-2\left(1-\sqrt{3}\,\mathrm{i}\right)=-4$，则其为实数，故 B 正确；

对 C，$z^2+3z=\left(1-\sqrt{3}\,\mathrm{i}\right)^2+3\left(1-\sqrt{3}\,\mathrm{i}\right)=1-5\sqrt{3}\,\mathrm{i}$，其不是实数，故 C 错误；

对 D，$z^2-3z=\left(1-\sqrt{3}\,\mathrm{i}\right)^2-3\left(1-\sqrt{3}\,\mathrm{i}\right)=-5+\sqrt{3}\,\mathrm{i}$，其不是实数，故 D 错误.

故选：B.

3. 对于任意实数 x，用 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数，例如：$[\pi]=3$，$[0.1]=0$，$[-2.1]=-3$，则“$[x]>[y]$”是“$x>y$”的（）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】

【分析】对任意的 $x\in\mathbf{R}$，记 $\{x\}=x-[x]$，则 $0\le\{x\}<1$，利用题中定义、不等式的基本性质、特殊值法结合充分条件、必要条件的定义判断可得出结论.

【详解】对任意的 $x\in\mathbf{R}$，记 $\{x\}=x-[x]$，则 $0\le\{x\}<1$，

若 $[x]>[y]$，则 $[x]\ge[y]+1$，即 $x-\{x\}\ge y-\{y\}+1$，则 $x-y\ge\{x\}-\{y\}+1$，

因为 $0\le\{x\}<1$，$0\le\{y\}<1$，则 $-1<\{y\}\le 0$，由不等式的基本性质可得 $-1<\{x\}-\{y\}<1$，

所以，$0<\{x\}-\{y\}+1<2$，所以，$x-y\ge\{x\}-\{y\}+1>0$，即 $x>y$，

所以，“$[x]>[y]$” $\Rightarrow$ “$x>y$”；

若 $x>y$，如取 $x=2.5$，$y=2.3$，则 $[x]=[y]=2$，故“$[x]>[y]$” $\not\Leftarrow$ “$x>y$”.

因此，“$[x]>[y]$”是“$x>y$”的充分不必要条件.

故选：A.

4. 若向量 $\vec{a}=(4,3-m)$，$\vec{b}=(1,\ m)$ 的夹角为锐角，则实数 m 的范围是（）

A. $\left(-1,\dfrac{3}{5}\right)\cup\left(\dfrac{3}{5},4\right)$　　B. $(-1,\ 4)$

C. $\left(-4,\frac{3}{5}\right)\cup\left(\frac{3}{5},1\right)$　　　　D. $(-4,1)$

【答案】A

【解析】

【分析】由题$\vec{a}\cdot\vec{b}>0$且$\vec{a},\vec{b}$不共线，据此可得答案.

【详解】因向量$\vec{a}=(4,3-m)$，$\vec{b}=(1,m)$的夹角为锐角，则

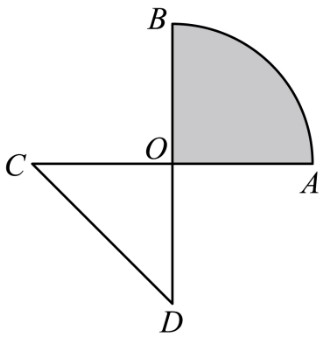
$\vec{a}\cdot\vec{b}>0\Rightarrow m^2-3m-4<0\Rightarrow -1<m<4$，

且$\vec{a},\vec{b}$不共线，即$3-m\neq 4m\Rightarrow m\neq\frac{3}{5}$.

综上可知，$-1<m<\frac{3}{5}$或$\frac{3}{5}<m<4$.

故选：A

5. 如图，$AC=BD$，线段AC，BD相互垂直平分，在扇形OAB中，$OA=1$，将扇形OAB和$\triangle OCD$绕AC所在直线旋转一周所得几何体的表面积为（）



A. $(1+\sqrt{2})\pi$　　B. $(2+\sqrt{2})\pi$　　C. $(3+\sqrt{2})\pi$　　D. $(3+2\sqrt{2})\pi$

【答案】B

【解析】

【分析】根据旋转体特征可知所得几何体是一个半球体和一个圆锥构成的组合体，结合球的表面积和圆锥侧面积公式可求得结果.

【详解】由题意知：所得几何体是一个以1为半径的半球体和一个底面半径为1，高为1的圆锥构成的组合体；

$\because$半球体表面积$S_1=\frac{1}{2}\times4\pi\times1^2=2\pi$；圆锥侧面积$S_2=\pi\times1\times\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}\pi$；

$\therefore$所得几何体的表面积$S=S_1+S_2=\left(2+\sqrt{2}\right)\pi$.

故选：B.

6. 已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，直线$y=kx\left(k>0\right)$与 C交于 M，N 两点（其中 M在第一象限），若四边形MF_1NF_2为矩形，且$\left|MF_1\right|\le\sqrt{3}\left|F_2M\right|$，则 C的离心率 e 的取值范围是（）

A. $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},1\right)$

B. $\left(\dfrac{1}{2},\sqrt{3}-1\right]$

C. $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},\sqrt{3}-1\right]$

D. $\left(0,\sqrt{3}-1\right]$

【答案】C

【解析】

【分析】设椭圆的半焦距为c，依题意以F_1F_2为直径的圆与椭圆C有公共点，得到c和b的关系，再利用$\left|MF_1\right|\le\sqrt{3}\left|F_2M\right|$，结合椭圆的定义，得到关于$a$，$c$的不等关系，求解即可得到答案.

【详解】解：设椭圆的半焦距为c，因为四边形MF_1NF_2为矩形，

所以以F_1F_2为直径的圆与椭圆C有公共点，

则$c>b$，所以$c^2>b^2$，又$c^2=a^2-b^2$，即$a^2-c^2=b^2$，即$c^2>a^2-c^2$

所以$2c^2>a^2$，

故$\dfrac{\sqrt{2}}{2}<e<1$，

因为$\left|MF_1\right|\le\sqrt{3}\left|F_2M\right|$，又$|F_1M|+|F_2M|=2a$，

所以$2a-|F_2M|\leqslant\sqrt{3}|F_2M|$，

则$|F_2M|\geqslant(\sqrt{3}-1)a$，

又$|F_1M|^2+|F_2M|^2=4c^2$，即$(2a-|F_2M|)^2+|F_2M|^2=4c^2$，且$2c^2>a^2$，

所以$|F_2M|=a-\sqrt{2c^2-a^2}$，

故$a-\sqrt{2c^2-a^2}\geq(\sqrt{3}-1)a$，即$\left(2-\sqrt{3}\right)a\geq\sqrt{2c^2-a^2}$，即$\left(7-4\sqrt{3}\right)a^2\geq 2c^2-a^2$

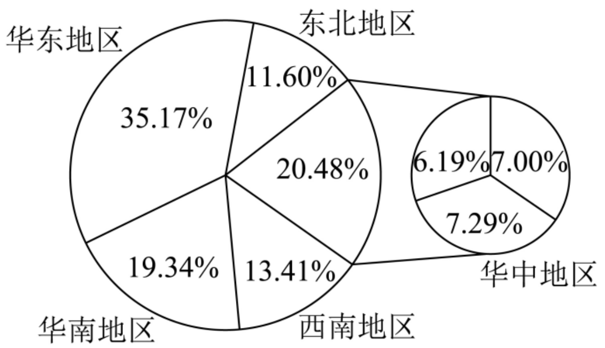
解得$0<e\leq\sqrt{3}-1$，

所以椭圆C的离心率e的取值范围是$\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},\sqrt{3}-1\right]$.

故选：C.

二、多选题

7. 某公司对2021年的营收来源进行了统计，并绘制饼图如图所示．在华中地区的三省中，湖北省的营收额最多，河南省的营收额最少，湖南省的营收额约1421万元．则下列说法错误的是（）



A. 该公司在华东地区的营收额，约为东北地区营收额的三倍

B. 该公司在华南地区的营收额，比西南地区的营收额和河南省的营收额之和还要多

C. 该公司2021年营收总额约为20300万元

D. 该公司在湖南省的营收额，在华中地区的营收额的占比约为34.18%

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据饼图，结合选项逐一判断即可.

【详解】A：因为$\dfrac{35.17\%}{11.60\%}\approx 3.03$，所以本选项正确；

B：因为在华中地区的三省中，河南省的营收额最少，

所以河南省的营收额为6.19%，

因为$19.34\%-\left(13.41\%+6.19\%\right)=-0.26\%<0$，

所以本选项不正确；

C：因为在华中地区的三省中，湖北省的营收额最多，河南省的营收额最少，湖南省的营收额约1421

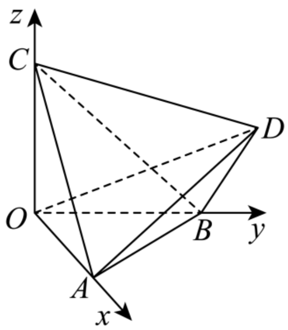
万元．所以有$\dfrac{1421}{7.00\%}=20300$，因此本选项正确；

D：因为在华中地区的三省中，河南省的营收额最少，

所以公司在湖南省的营收额，在华中地区的营收额的占比为$\dfrac{7.00\%}{6.19\%+7.00\%+7.29\%}\approx 34.18\%$，因此本选项说法正确；

故选：ACD

8．如图，正四面体 $ABCD$ 的顶点 A，B，C 分别在两两垂直的三条射线 Ox，Oy，Oz 上，则下列结论错误的为（　　）



A．$O-ABC$ 是正三棱锥

B．直线 $OB//$ 平面 ACD

C．直线 AD 与 OB 所成的角是 $45°$

D．二面角 $A-DC-B$ 为 $45°$

【答案】BD

【解析】

【分析】根据题设有$\triangle ABC$为正三角形，结合勾股定理得到$OA=OB=OC$判断 A；将几何体补全为正方体$AEBO-GDFC$，H为CD的中点，连接HA,HB，由正方体性质、异面直线、二面角的定义判断 B、C、D.

【详解】由$ABCD$为正四面体，则$\triangle ABC$为正三角形，又OA,OB,OC两两垂直，

所以$OA^2+OB^2=OB^2+OC^2=OA^2+OC^2$，则$OA=OB=OC$，

综上，$O-ABC$是正三棱锥，A 对；

将上图几何体补全为正方体如下：

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/558141136073007001