四川省眉山市东坡区2023-2024学年九年级上学期期末数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

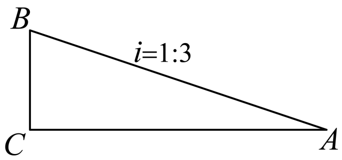
1．下列式子中，属于最简二次根式的是（　）

A．$\sqrt{0.2}$　　B．$\sqrt{24}$　　C．$\sqrt{\frac{1}{3}}$　　D．$\sqrt{15}$

2．关于 x 的一元二次方程方程$\left(a+1\right)x^2+2x+a^2-1=0$有一个根是0，则 a 的值是（　）

A．$a=1$　　B．$a=-1$　　C．$a=\pm1$　　D．$a=0$

3．如图是某幼儿园的滑滑梯的简易图，已知滑坡 AB 的坡度是$1:3$，滑坡的水平宽度是6m，则高BC为（　）m．



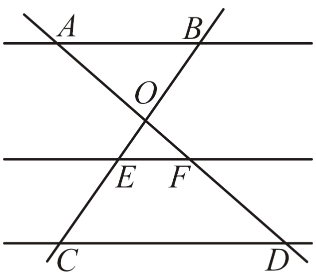
A．3　　B．5　　C．2　　D．4

4．下列计算正确的是（　）

A．$\sqrt{\frac{1}{2}}\times\sqrt{16}=4$　　B．$4\sqrt{2}-\sqrt{2}=4$

C．$\left(\sqrt{2}+1\right)^2=3+2\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}=1-\sqrt{2}$

5．如图，直线AD、BC交于点O，$AB/\!/EF/\!/CD$，若$BO=2$，$OE=1$，$EC=2$，则$\frac{AF}{FD}$的值为（　）



A．$\frac{3}{2}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{3}{5}$　　D．$\frac{2}{5}$

6．根据下列各组条件，不能判断$\triangle ABC$和$\triangle A'B'C'$相似的是（　）

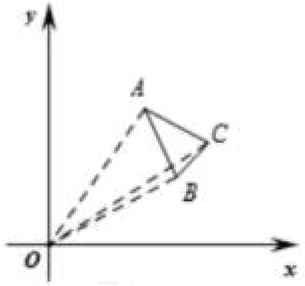
A．$\angle B=B'=90^\circ$，$\angle A=60^\circ$，$\angle C'=30^\circ$

B．$\angle A=60^\circ$，$\angle C=80^\circ$，$\angle A'=60^\circ$，$\angle B'=40^\circ$

C．$AB=5$，$BC=7$，$AC=10$；$A'C'=16$，$B'C'=14$，$A'B'=10$

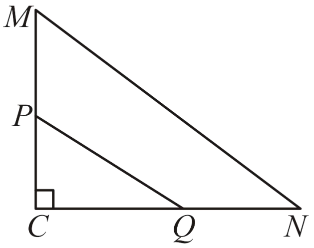
D．$\angle A=50^\circ$，$AB=8$，$AC=15$；$\angle A'=50^\circ$，$A'C'=30$，$A'B'=16$

7．如图，在直角坐标系中，已知$\triangle ABC$中，B的坐标为$\left(4,2\right)$，以原点O为位似中心，在第一象限内作$\triangle A'B'C'$与$\triangle ABC$位似，位似比为$1:2$，则顶点B'的坐标为（　）



A．$\left(4,8\right)$　　B．$\left(8,4\right)$　　C．$\left(1,2\right)$　　D．$\left(2,1\right)$

8．如图，在$\mathrm{Rt}\triangle MNC$中，$\angle \mathrm{C}=90^\circ$，$MC=6\mathrm{cm}$，$NC=8\mathrm{cm}$，$P$、$Q$分别是$MC$、$NC$上的动点，若点$P$、$Q$同时从$M$、$N$两点出发分别沿$MC$、$NC$方向向点$C$匀速运动，它们的速度都是$1\mathrm{cm}/\mathrm{s}$，要使$\triangle PQC$的面积为$\mathrm{Rt}\triangle MNC$面积的一半，则需经过的时间为（　）



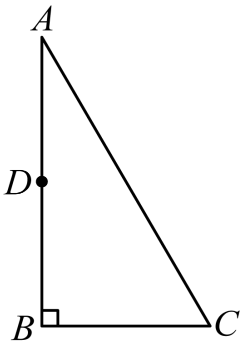
A．2或$12\mathrm{s}$　　B．$2\mathrm{s}$　　C．$12\mathrm{s}$　　D．$3\mathrm{s}$

9．将抛物线向下平移1个单位再向右平移2个单位后得到的抛物线解析式是$y=\left(x-1\right)^2+2$，则平移前图象的函数解析式为（　）

A．$y=\left(x-3\right)^2+1$　　B．$y=\left(x+1\right)^2+3$

C．$y=\left(x-3\right)^2+3$　　D．$y=\left(x+1\right)^2+1$

10．如图，在$\triangle ABC$中，Ð$B=90^\circ$，$\angle C=60^\circ$，$AB=2\sqrt{3}$，D为AB的中点．若点E在边AC上，且$\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{DE}{BC}$，则$AE$的长为（　）



A．1　　　　B．2　　　　C．1或$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　　　D．1或2

二、多选题

11．在直角坐标系中,若三点A（1,﹣2）,B（2,﹣2）,C（2,0）中恰有两点在抛物线$y=ax^2+bx-2$（$a>0$且a,b均为常数）的图象上,则下列结论正确的是（　）.

A．抛物线的对称轴是直线$x=\frac{1}{2}$

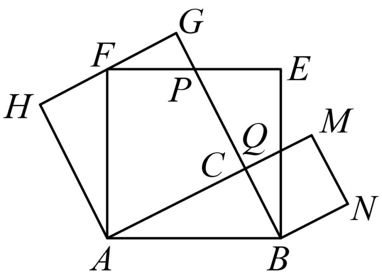
B．抛物线与x轴的交点坐标是（$-\frac{1}{2}$,0）和（2,0）

C．当$t>-\frac{9}{4}$时,关于x的一元二次方程$ax^2+bx-2=t$有两个不相等的实数根

D．若P（m,n）和Q（$m+4,h$）都是抛物线上的点且$n<0$,则$h>0$　.

三、单选题

12．如图，在Rt△ABC中，$\angle ACB=90°$，以其三边为边在AB的同侧作三个正方形，点F在GH上，CG与EF交于点P，CM与BE交于点Q．若$HF=FG$，则$\frac{S_{四边形PCQE}}{S_{正方形ABEF}}$的值是（　）



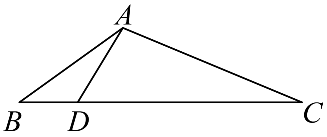
A．$\frac{1}{4}$　　　　B．$\frac{1}{5}$　　　　C．$\frac{\sqrt{3}}{12}$　　　　D．$\frac{6}{25}$

四、填空题

13．计算：$\sqrt{27}-\sqrt{12}=$__．

14．若 $\sqrt{x(2-x)}=\sqrt{x}\cdot\sqrt{2-x}$，那么 x 的取值范围是__________.

15．如图，点 D 是 $\triangle ABC$ 边 BC 上一点，若 $\triangle BAC\backsim\triangle BDA$，$\angle BDA=120°$，$\angle C=20°$，则 $\angle B$ 的度数为__________.

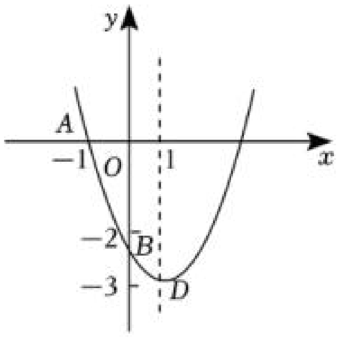


16．二次函数 $y=(x-1)^2-1$ 的图象上有三个点，分别为 $A\left(\frac{1}{2},y_1\right)$，$B(1,y_2)$，$C(3,y_3)$，则 y_1，y_2，y_3 的大小关系是__________.

17．已知实数 m，n 满足 $m^2-am+1=0$，$n^2-an+1=0$，且 $m\neq n$，若 $a\geq 3$，则代数式 $(m-1)^2+(n-1)^2$ 的最小值是____.

18．如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 与 x 轴的一个交点为 $A(-1,0)$，与 y 轴的交点 B 在点 $(0,-2)$ 与点 $(0,-3)$ 之间（包含端点），顶点 D 的坐标为 $(1,n)$．则下列结论：

①$3a+c=0$；②$\frac{2}{3}<a<1$；③对于任意实数 m，$a+b\leq am^2+bm$ 总成立；④关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=n+1$ 没有实数根．其中结论正确的个数为__________.



五、解答题

19．计算：$2\cos 30°+2024^0-\left|1-\sqrt{3}\right|+\sqrt[3]{-8}$．

20．解一元二次方程：$2x^2+x-6=0$．

21．假日出游已经成为生活新潮．小明收集了 4 个自己感兴趣的眉山周边景区的图片，制成编号为 A、B、C、D 的四张卡片（除字母和内容外，其余完全相同）．现将这四张卡片背面朝上，洗匀放好．

东坡湿地 三苏祠 竹艺城 瓦屋山

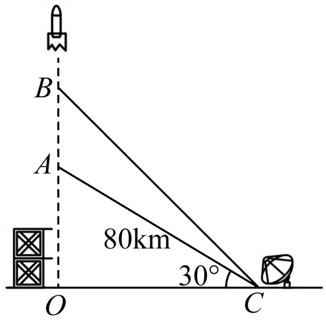
A B C D

小明从中随机抽取一张卡片（不放回），再从余下的卡片中随机抽取一张．

(1)从中随机抽取一张，求抽到“三苏祠”的概率．

(2)请你用列表或画树状图的方法求抽到的两张卡片恰好是“三苏祠”和“瓦屋山”的概率．（这四张卡片分别用它们的编号 A、B、C、D 表示）

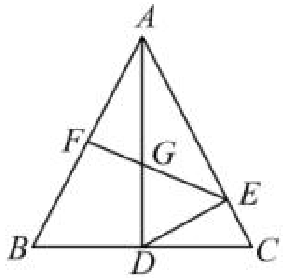
22．2023 年 5 月 30 日 9 点 31 分，“神舟十六号”载人飞船在中国酒泉卫星发射中心点火发射，成功把景海鹏、桂海潮、朱杨柱三名航天员送入到中国空间站．如图，在发射的过程中，飞船从地面 O 处发射，当飞船到达 A 点时，从位于地面 C 处的雷达站测得 AC 的距离是 80km，仰角为 $30°$；10s 后飞船到达 B 处，此时测得仰角为 $45°$．



(1)求点 A 离地面的高度 AO；

(2)求飞船 A 处到 B 处的平均速度．（结果精确到 0.1km/s，参考数据：$\sqrt{3}\approx 1.732$）

23．如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$AD\perp BC$ 于 D，作 $DE\perp AC$ 于 E，F 是 AB 中点，连接 EF 交 AD 于点 G．



(1)求证：$\triangle DAB\backsim\triangle EAD$；

(2)若 $AB=4$，$AE=3$，求 DG 的值．

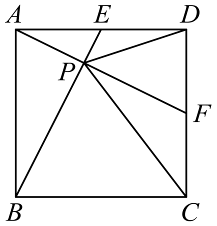
24．2023 年杭州亚运会吉祥物是一组承载深厚底蕴和充满时代活力的机器人，由琮琮、莲莲、宸宸共同组成“江南忆”组合，“江南忆”出自唐朝诗人白居易的名句“江南忆，最忆是杭州”，融合了杭州的历史人文、自然生态和创新基因．三个吉祥物造型形象生动，深受大家的喜爱，某商店以每件 38 元的价格购进吉祥物造型的钥匙扣，以每件 66 元的价格出售，经统计，7 月份的销售量为 256 件，9 月份的销售量为 400 件．

(1)求该款钥匙扣 7 月份到 9 月份销售量的月平均增长率；

(2)从 10 月份起，商场决定采用降价促销的方式回馈顾客，根据销售经验预测，该钥匙扣每降价 1 元，月销售量就会增加 20 件．当该钥匙扣售价为多少元时，月销售利润最

大，最大利润是多少元？

25．如图，在正方形$ABCD$中，E，F分别为AD,CD边上的中点，AF和BE相交于点P.

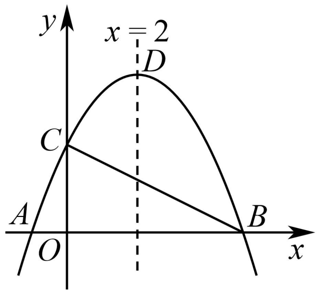


(1)求证：$AF\perp BE$；

(2)求证：$\angle DPF=45^\circ$；

(3)求证：$PD^2=PA\cdot PB$．

26．如图，在平面直角坐标系中，抛物线$y=ax^2+2x+c\left(a\neq 0\right)$与$x$轴交于$A$、$B$两点，与$y$轴交于点$C$，连接$BC$，$OA=1$，对称轴为直线$x=2$，点$D$为此抛物线的顶点.



(1)求抛物线的解析式及D点坐标；

(2)点E是第一象限内抛物线上的动点，连接BE和CE，求$\triangle BCE$面积的最大值；

(3)点P在抛物线的对称轴上，平面内存在点Q，使以点B、C、P、Q为顶点的四边形为矩形，请直接写出点Q的坐标.

参考答案：

1．D

【分析】本题考查了最简二次根式的定义．在判断最简二次根式的过程中要注意：被开方数不含分母；被开方数不含能开得尽方的因数或因式．判断一个二次根式是否为最简二次根式主要方法是根据最简二次根式的定义进行，或直观地观察被开方数的每一个因数（或因式）的指数都小于根指数2，且被开方数中不含有分母，被开方数是多项式时要先因式分解后再观察．

【详解】A． $\sqrt{0.2}=\sqrt{\frac{1}{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，不是最简二次根式，故该选项不符合题意，

B． $\sqrt{24}=2\sqrt{6}$，不是最简二次根式，故该选项不符合题意，

C．$\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，被开方数中含分母，不是最简二次根式，故该选项不符合题意，

D． $\sqrt{15}$，是最简二次根式，故该选项符合题意，

故选：D．

2．A

【分析】本题主要考查一元二次方程的解与定义，掌握能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解是解题的关键．把$x=0$代入已知方程，得到关于a的方程，通过解新方程求得a的值．注意二次项系数不等于零．

【详解】解：依题意得：$a^2-1=0$，

解得$a=\pm1$．

又∵一元二次方程方程$\left(a+1\right)x^2+2x+a^2-1=0$，

∴$a+1\neq0$，

∴$a\neq-1$，

∴$a=1$；

故选A．

3．C

【分析】本题考查了解直角三角形的应用－坡度坡角问题，解题的关键是根据题意可得：在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\frac{BC}{AC}=\frac{1}{3}$，从而可得$BC=\frac{1}{3}AC$，进行计算即可解答．

【详解】解：∵滑坡AB的坡度是$1:3$，

$\therefore$ 在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\frac{BC}{AC}=\frac{1}{3}$，$AC=6m$，

$\therefore BC=\frac{1}{3}AC=2(m)$，

故选：C．

4．C

【分析】根据二次根式的乘法，二次根式的减法，完全平方公式，算术平方根的非负性对各选项进行判断作答即可．

【详解】解：$\sqrt{\frac{1}{2}}\times\sqrt{16}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}\neq 4$，A 错误，故不符合要求；

$4\sqrt{2}-\sqrt{2}=3\sqrt{2}\neq 4$，B 错误，故不符合要求；

$\left(\sqrt{2}+1\right)^2=3+2\sqrt{2}$，C 正确，故符合要求；

$\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{2}-1\neq 1-\sqrt{2}$，D 错误，故不符合要求；

故选：C．

【点睛】本题考查了二次根式的乘法，二次根式的减法，完全平方公式，算术平方根的非负性．熟练掌握二次根式的乘法，二次根式的减法，完全平方公式，算术平方根的非负性是解题的关键．

5．A

【分析】本题主要考查了平行线等分线段定理，掌握两条直线被一组平行线（不少于 3 条）所截，截得的对应线段的长度成比例是解答本题的关键．由线段的和差可得 $BE=3$，再根据平行线等分线段定理可得 $\frac{BE}{EC}=\frac{FA}{FD}$ 即可解答．

【详解】解：$\because BO=2$，$OE=1$，

$\therefore BE=2+1=3$

$\because AB\mathbin{/\mkern-6mu/}EF\mathbin{/\mkern-6mu/}CD$，$EC=2$，

$\therefore \frac{BE}{EC}=\frac{FA}{FD}=\frac{3}{2}$．

故选 A．

6．C

【分析】本题考查了相似三角形的判定．熟练掌握相似三角形的判定定理是解题的关键．根据相似三角形的判定定理对各选项进行判断作答即可．

【详解】解：$\because \angle B=B'=90°$，$\angle A=60°$，$\angle C'=30°$，

∴ $\angle C=30°=\angle C'$，则$\triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$，故A不符合要求；

∵ $\angle A=60°$，$\angle C=80°$，$\angle A'=60°$，$\angle B'=40°$，

∴ $\angle A=\angle A'$，$\angle B=40°=\angle B'$，则$\triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$，故B不符合要求；

∵ $AB=5$，$BC=7$，$AC=10$；$A'C'=16$，$B'C'=14$，$A'B'=10$，

∴ $\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}\neq\frac{AC}{A'C'}$，不能判断$\triangle ABC$和$\triangle A'B'C'$相似，故C符合要求；

∵ $\angle A=50°$，$AB=8$，$AC=15$；$\angle A'=50°$，$A'C'=30$，$A'B'=16$，

∴ $\angle A=\angle A'$，$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}$，则$\triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$，故D不符合要求；

故选：C．

7．D

【分析】本题考查了位似的性质．熟练掌握位似的性质是解题的关键．

根据位似的性质求解作答即可．

【详解】解：∵B的坐标为$(4,2)$，原点O为位似中心，$\triangle A'B'C'$与$\triangle ABC$位似，位似比为$1{:}2$，

∴第一象限内顶点B'的坐标为$(2,1)$，

故选：D．

8．B

【分析】本题考查了一元二次方程的应用．熟练掌握一元二次方程的应用是解题的关键．

设经过的时间为ts，则$PM=t，QN=t$，$CP=6-t，CQ=8-t$，依题意得，

$\frac{1}{2}(6-t)(8-t)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times6\times8$，计算求出满足要求的解即可．

【详解】解：设经过的时间为ts，则$PM=t，QN=t$，

∴$CP=6-t，CQ=8-t$，

依题意得，$\frac{1}{2}(6-t)(8-t)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times6\times8$，

解得，$t=2$，$t=12$（不符合题意，舍去），

故选：B．

9．B

【分析】本题考查了二次函数图象的平移．熟练掌握二次函数图象的平移左加右减，上加下减是解题的关键．

根据二次函数图象的平移左加右减，上加下减进行求解作答即可．

【详解】解：由题意知，将抛物线$y=(x-1)^2+2$，向上平移1个单位，向左平移2个单位后可得平移前的图象，

∴平移前图象的函数解析式为$y=(x-1+2)^2+2+1=(x+1)^2+3$，

故选：B．

10．D

【分析】本题主要考查三角形中位线，特殊角的三角函数的应用，相似三角形的判定与性质，直角三角形斜边上的中线的性质，分两种情况分别画出图形，利用数形结合的方法解题即可．

【详解】解：∵Ð$B=90^\circ$，$\angle C=60^\circ$，$AB=2\sqrt{3}$，

∴$\angle A=30^\circ$，$BC=AB\cdot\tan30^\circ=2$，$AC=4$，

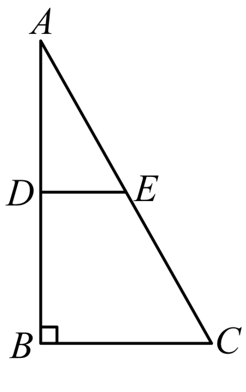
∵点D为AB的中点，

∴$AD=\frac{1}{2}AB=\sqrt{3}$，

∵$\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}$，

∴$DE=1$，

①当点E为AC的中点时，如图，



∴$DE\parallel BC$，

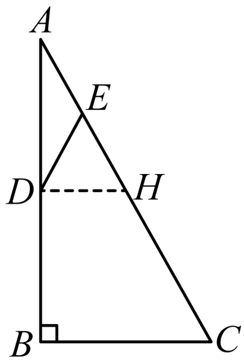
∴$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$，

∴$\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}=\frac{1}{2}$，

∴$AE=\frac{1}{2}AC=2$，

②当H为AC的中点，如图所示：

则$DH\parallel BC$，$DH=\frac{1}{2}BC=1$，$\angle ADH=\angle ABC=90^\circ$，$AH=HC=2$，



当E为AH的中点，$DE=AE=EH=1=DH$，

$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}$，

此时$AE=1$，

综上所述：$AE=1$或2；

故选D．

11．ACD

【分析】利用待定系数法将各点坐标两两组合代入$y=ax^2+bx-2$,求得抛物线解析式为$\boldsymbol{y=x^2-x-2}$,再根据对称轴直线$x=-\frac{b}{2a}$ 求解即可得到A选项是正确答案,由抛物线解析式为$\boldsymbol{y=x^2-x-2}$,令$y=0$,求解即可得到抛物线与x轴的交点坐标（-1,0）和（2,0）,从而判断出B选项不正确,令关于x的一元二次方程$ax^2+bx-2-t=0$ 的根的判别式当$\Delta>0$,解得$t>-\frac{9}{4}$,从而得到C选项正确,根据抛物线图象的性质由$n<0$,推出$3<m+4<6$,从而推出$h>0$,得到D选项正确．

【详解】当抛物线图象经过点A和点B时,将A（1,-2）和B（2,-2）分别代入$y=ax^2+bx-2$,

得$\begin{cases}a+b-2=-2\\4a+2b-2=-2\end{cases}$,解得$\begin{cases}a=0\\b=0\end{cases}$,不符合题意,

当抛物线图象经过点B和点C时,将B（2,-2）和C（2,0）分别代入$y=ax^2+bx-2$,

得$\begin{cases}4a+2b-2=-2\\4a+2b-2=0\end{cases}$,此时无解,

当抛物线图象经过点A和点C时,将A（1,-2）和C（2,0）分别代入$y=ax^2+bx-2$得

$\begin{cases}a+b-2=-2\\4a+2b-2=0\end{cases}$,解得$\begin{cases}a=1\\b=-1\end{cases}$,因此,抛物线经过点$A$和点$C$,其解析式为$\boldsymbol{y=x^2-x-2}$,抛物线

的对称轴为直线$x=-\frac{-1}{2\times1}=\frac{1}{2}$,故A选项正确,

因为$y=x^2-x-2=\left(x-2\right)\left(x+1\right)$,所以$x_1=2\quad x_2=-1$,抛物线与$x$轴的交点坐标是（-1,0）和（2,0）,故$B$选项不正确,

由$ax^2+bx-2=t$得$ax^2+bx-2-t=0$,方程根的判别式$\Delta=b^2-4a\left(-2-t\right)$ 当$a=1$,$b=-1$ 时,$\Delta=9+4t$,当$\Delta>0$时,即$9+4t>0$,解得$t>-\frac{9}{4}$,此时关于x的一元二次方程$ax^2+bx-2=t$有两个不相等的实数根,故C选项正确,

因为抛物线$y=x^2-x-2$与x轴交于点（-1,0）和（2,0）,且其图象开口向上,若P（m,n）和Q（m+4,h）都是抛物线上$y=x^2-x-2$的点,且n<0,得$-1<m<2$,又得$3<m+4<6$,

所以h>0,故D选项正确．$h>0$

故选ACD．

【点睛】本题考查抛物线与x轴的交点、根的判别式、二次函数的性质及二次函数图象上点的坐标特征，解题的关键是利用数形结合思想，充分掌握求二次函数的对称轴及交点坐标的解答方法．

12．B

【分析】设$HF=FG=a$，正方形$ACGH$的边长为$2a$，证明$\tan\angle HAF=\tan\angle GFP$，先后求得$GP=\frac{1}{2}a$，$PC=\frac{3}{2}a$，$BC=a$，利用三角形面积公式求得$S_{\triangle BCQ}=\frac{1}{4}a^2$，证明$\mathrm{Rt}\triangle BQC\backsim\mathrm{Rt}\triangle BPE$，求得$S_{\triangle BEP}=\frac{5}{4}a^2$，$S_{四边形CQEP}=a^2$，据此求解即可．

【详解】解：∵四边形$ACGH$是正方形，且$HF=FG$，

设$HF=FG=a$，则$AC=CG=GH=AH=2a$，

∵四边形$ABEF$是正方形，

∴$\angle AFP=90°$，

∴$\angle HAF=90°-\angle HFA=\angle GFP$，

∴$\tan\angle HAF=\tan\angle GFP$，即$\frac{HF}{HA}=\frac{GP}{FG}=\frac{1}{2}$，

∴$GP=\frac{1}{2}a$，

∴$PC=2a-\frac{1}{2}a=\frac{3}{2}a$，

同理$\tan\angle HAF=\tan\angle CAB$，即$\frac{HF}{HA}=\frac{BC}{AC}=\frac{1}{2}$，