2022-2023 学年高三上数学期末模拟试卷

注意事项：

1． 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

2．选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0．5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

4．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．若不等式 $a\ln(x+1)-x^3+2x^2>0$ 在区间 $(0,+\infty)$ 内的解集中有且仅有三个整数，则实数 a 的取值范围是(　　)

A．$\left[\dfrac{9}{2\ln 2},\dfrac{32}{\ln 5}\right]$　　B．$\left(\dfrac{9}{2\ln 2},\dfrac{32}{\ln 5}\right)$

C．$\left(\dfrac{9}{2\ln 2},\dfrac{32}{\ln 5}\right]$　　D．$\left(\dfrac{9}{2\ln 2},+\infty\right)$

2．给出下列四个命题：①若“p 且 q”为假命题，则 p 、q 均为假命题；②三角形的内角是第一象限角或第二象限角；③若命题 $p:\exists x_0\in R$，$x_0^2\geq 0$，则命题 $\neg p:\forall x\in R$，$x^2<0$；④设集合 $A=\left\{x\middle|x>1\right\}$，$B=\left\{x\middle|x>2\right\}$，则“$x\in A$”是“$x\in B$”的必要条件；其中正确命题的个数是（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

3．在复平面内，复数 $z=\dfrac{2-\mathrm{i}}{\mathrm{i}}$（i 为虚数单位）对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

4．等比数列 $\{a_n\}$, 若 $a_3=4, a_{15}=9$ 则 $a_9=$（　　）

A．±6　　B．6　　C．-6　　D．$\dfrac{13}{2}$

5．由曲线 $y=x^2$ 与曲线 $y^2=x$ 所围成的平面图形的面积为(　　)

A．1　　B．$\dfrac{1}{3}$　　C．$\dfrac{2}{3}$　　D．$\dfrac{4}{3}$

6．记等差数列 $\left\{a_n\right\}$ 的公差为 d ，前 n 项和为 S_n.若 $S_{10}=40$，$a_6=5$，则（　　）

A．$d=3$　　B．$a_{10}=12$　　C．$S_{20}=280$　　D．$a_1=-4$

7．已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的短轴长为 2，焦距为 $2\sqrt{3}$，F_1、F_2 分别是椭圆的左、右焦点，若点 P 为 C 上的任意一点，则 $\dfrac{1}{|PF_1|}+\dfrac{1}{|PF_2|}$ 的取值范围为（　　）

A．$[1,2]$　　B．$\left[\sqrt{2},\sqrt{3}\right]$　　C．$\left[\sqrt{2},4\right]$　　D．$[1,4]$

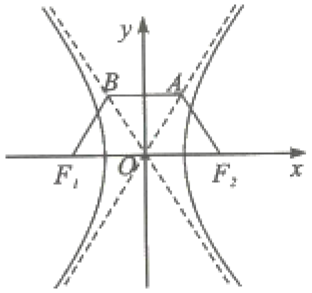
8．已知整数x,y满足$x^2+y^2\le 10$，记点M的坐标为(x,y)，则点M满足$x+y\ge\sqrt{5}$的概率为（　　）

A． $\frac{9}{35}$　　**B．** $\frac{6}{35}$　　**C．** $\frac{5}{37}$　　**D．** $\frac{7}{37}$

9．已知双曲线 ***C***：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0,b>0$）的左、右焦点分别为$F_1,F_2$，过$F_1$的直线 ***l*** 与双曲线 ***C*** 的左支交于 ***A***、***B*** 两点.若$|AB|=|AF_2|,\angle BAF_2=120^\circ$，则双曲线 ***C*** 的渐近线方程为（　　）

A． $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$　　**B．** $y=\pm\frac{\sqrt{6}}{2}x$　　**C．** $y=\pm\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)x$ **D．** $y=\pm\left(\sqrt{3}-1\right)x$

10．如图，双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的左，右焦点分别是$F_1\left(-c,0\right),F_2\left(c,0\right)$，直线$y=\frac{bc}{2a}$与双曲线$C$的两条渐近线分别相交于$A,B$两点.若$\angle BF_1F_2=\frac{\pi}{3}$，则双曲线$C$的离心率为（　　）



A． 2　　**B．** $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

C． $\sqrt{2}$　　**D．** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

11．已知等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$a_1=1$，且公比为 **2**，则S_n与a_n的关系正确的是（　　）

A． $S_n=4a_n-1$　　**B．** $S_n=2a_n+1$

C． $S_n=2a_n-1$　　**D．** $S_n=4a_n-3$

12．下列不等式成立的是（　　）

A． $\sin\frac{1}{2}>\cos\frac{1}{2}$　　**B．** $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}>\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$　　**C．** $\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}<\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{2}$　　**D．** $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}>\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．在编号为1，2，3，4，5且大小和形状均相同的五张卡片中，一次随机抽取其中的三张，则抽取的三张卡片编号之和是偶数的概率为________.

14．已知集合 $A=\{x\in \mathbf{R}\,|\,1-2x<5\}$，$B=\{-2,-1,1,2\}$，则 $A\cap B=$____________.

15.《易经》是中国传统文化中的精髓，如图是易经八卦（含乾、坤、巽、震、坎、离、艮、兑八卦），每一卦由三根线组成（"▬▬"表示一根阳线，"▬ ▬"表示一根阴线），从八卦中任取两卦，这两卦的六根线中恰有两根阳线，四根阴线的概率为_______.

16．已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点和点 $P(2a,b)$ 为某个等腰三角形的三个顶点，则双曲线 C 的离心率为________.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

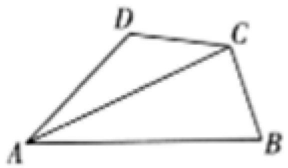
17.（12分）已知函数 $f(x)=|x-1|+|x-2|$.若不等式 $|a+b|+|a-b|\geq|a|f(x)(a\neq0$，$a$、$b\in R)$ 恒成立，求实数 x 的取值范围.

18.（12分）已知圆 F_1：$(x+1)^1+y^1=r^1(1\leq r\leq3)$，圆 F_1：$(x-1)^1+y^1=(4-r)^1$.

（1）证明：圆 F_1 与圆 F_1 有公共点，并求公共点的轨迹 E 的方程；

（1）已知点 $Q(m，0)(m<0)$，过点 E 斜率为 $k(k\neq0)$ 的直线与（Ⅰ）中轨迹 E 相交于 M，N 两点，记直线 QM 的斜率为 k_1，直线 QN 的斜率为 k_1，是否存在实数 m 使得 $k(k_1+k_1)$ 为定值？若存在，求出 m 的值，若不存在，说明理由.

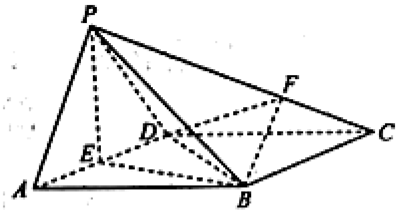
19.（12分）如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle D=2\angle B$，$AD=2DC=4$，$\sin\angle B=\dfrac{3}{4}$.



（1）求 AC 的长；

（2）若 ΔABC 的面积为 **6**，求 $\sin\angle CAB\cdot\sin\angle ACB$ 的值.

20.（12 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是菱形，$\angle\angle BAD=60°$，$\triangle PAD$ 是边长为 **2** 的正三角形，$PC=\sqrt{10}$，E 为线段 AD 的中点.



（1）求证：平面 $PBC\perp$ 平面 PBE；

（2）若 F 为线段 PC 上一点，当二面角 $P-DB-F$ 的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ 时，求三棱锥 $B-PDF$ 的体积.

21.（12 分）已知 $f\left(x\right)=\ln\left(x+m\right)$，$g\left(x\right)=e^{x}$.

（1）当 $m=2$ 时，证明：$f\left(x\right)<g\left(x\right)$；

（2）设直线 l 是函数 $f\left(x\right)$ 在点 $A\left(x_0,f\left(x_0\right)\right)\left(0<x_0<1\right)$ 处的切线，若直线 l 也与 $g\left(x\right)$ 相切，求正整数 m 的值.

22.（10 分）已知集合 $A=\left\{x\,|\,\log_2\left(x+3\right)\le 3\right\}$，$B=\left\{x\,|\,2m-1<x\le m+3\right\}$.

（1）若 $m=3$，则 $A\cup B$；

（2）若 $A\cap B=B$，求实数 m 的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**C**

【解析】

由题可知，设函数 $f(x)=a\ln(x+1)$，$g(x)=x^3-2x^2$，根据导数求出 $g\left(x\right)$ 的极值点，得出单调性，根据

$a\ln(x+1)-x^3+2x^2>0$在区间$(0,+\infty)$内的解集中有且仅有三个整数，转化为$f(x)>g(x)$在区间$(0,+\infty)$内的解集中有且仅有三个整数，结合图象，可求出实数a的取值范围.

【详解】

设函数$f(x)=a\ln(x+1)$，$g(x)=x^3-2x^2$，

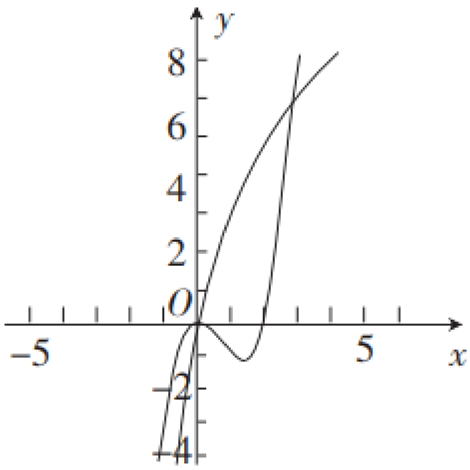
因为$g'(x)=3x^2-4x$，

所以$g'(x)=0$，

$\therefore x=0$或$x=\dfrac{4}{3}$，

因为$0<x<\dfrac{4}{3}$ 时，$g'(x)<0$，

$x>\dfrac{4}{3}$或$x<0$时，$g'(x)>0$，$g(0)=g(2)=0$，其图象如下：



当$a\leqslant 0$时，$f(x)>g(x)$至多一个整数根；

当$a>0$时，$f(x)>g(x)$在$(0,+\infty)$内的解集中仅有三个整数，只需$\begin{cases}f(3)>g(3)\\ f(4)\leqslant g(4)\end{cases}$，

$\therefore\begin{cases}a\ln 4>3^3-2\times 3^2\\ a\ln 5\leqslant 4^3-2\times 4^2\end{cases}$，

所以$\dfrac{9}{2\ln 2}<a\leqslant\dfrac{32}{\ln 5}$.

故选：**C.**

【点睛】

本题考查不等式的解法和应用问题，还涉及利用导数求函数单调性和函数图象，同时考查数形结合思想和解题能力.

2、**B**

【解析】

①利用$p \wedge q$真假表来判断，②考虑内角为90°，③利用特称命题的否定是全称命题判断，

④利用集合间的包含关系判断.

【详解】

若“p且q”为假命题，则p、q中至少有一个是假命题，故①错误；当内角为90°时，不是象限角，故②错误；

由特称命题的否定是全称命题知③正确；因为$B \subseteq A$，所以$x \in B \Rightarrow x \in A$，所以“$x \in A$”是“$x \in B$”的必要条件，故④正确.

故选：B.

【点睛】

本题考查命题真假的问题，涉及到“且”命题、特称命题的否定、象限角、必要条件等知识，是一道基础题.

3、C

【解析】

化简复数为$a+bi$ (a、$b \in R$)的形式，可以确定z对应的点位于的象限.

【详解】

解：复数$z=\frac{2-i}{i}=\frac{(2-i)i}{i^2}=-(2i-i^2)=-1-2i$

故复数z对应的坐标为$\left(-1,-2\right)$位于第三象限

故选：C.

【点睛】

本题考查复数代数形式的运算，复数和复平面内点的对应关系，属于基础题.

4、B

【解析】

根据等比中项性质代入可得解，由等比数列项的性质确定值即可.

【详解】

由等比数列中等比中项性质可知，$a_3 \cdot a_{15}=a_9{}^2$，

所以$a_9=\pm\sqrt{a_3 \cdot a_{15}}=\pm\sqrt{36}=\pm 6$，

而由等比数列性质可知奇数项符号相同，所以$a_9=6$，

故选：B.

【点睛】

本题考查了等比数列中等比中项的简单应用，注意项的符号特征，属于基础题.

5、B

【解析】

首先求得两曲线的交点坐标，据此可确定积分区间，然后利用定积分的几何意义求解面积值即可.

【详解】

联立方程：$\begin{cases} y=x^2 \\ y^2=x \end{cases}$可得：$\begin{cases} x_1=0 \\ y_1=0 \end{cases}$，$\begin{cases} x_2=1 \\ y_2=1 \end{cases}$，

结合定积分的几何意义可知曲线 $y=x^2$ 与曲线 $y^2=x$ 所围成的平面图形的面积为：

$$S=\int_0^1\left(\sqrt{x}-x^2\right)dx=\left(\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}-\frac{1}{3}x^3\right)\Big|_0^1=\frac{1}{3}.$$

本题选择 B 选项.

【点睛】

本题主要考查定积分的概念与计算，属于中等题.

6、C

【解析】

由 $S_{10}=\frac{\left(a_1+a_{10}\right)\cdot 10}{2}=5\left(a_5+a_6\right)=40$，和 $a_6=5$，可求得 $a_5=3$，从而求得 d 和 a_1，再验证选项.

【详解】

因为 $S_{10}=\frac{\left(a_1+a_{10}\right)\cdot 10}{2}=5\left(a_5+a_6\right)=40$， $a_6=5$，

所以解得 $a_5=3$，

所以 $d=a_6-a_5=2$，

所以 $a_{10}=a_6+4d=5+8=13$， $a_1=a_5-4d=3-8=-5$， $S_{20}=20a_1+190d=-100+380=280$，

故选：C.

【点睛】

本题考查等差数列的通项公式、前 n 项和公式，还考查运算求解能力，属于中档题.

7、D

【解析】

先求出椭圆方程，再利用椭圆的定义得到 $\left|PF_1\right|+\left|PF_2\right|=4$，利用二次函数的性质可求 $1\le\left|PF_1\right|\left|PF_2\right|\le 4$，从而可得

$\frac{1}{|PF_1|}+\frac{1}{|PF_2|}$的取值范围.

【详解】

由题设有$b=1,c=\sqrt{3}$，故$a=2$，故椭圆$C:\frac{x^2}{4}+y^2=1$，

因为点P为C上的任意一点，故$|PF_1|+|PF_2|=4$.

又$\frac{1}{|PF_1|}+\frac{1}{|PF_2|}=\frac{|PF_1|+|PF_2|}{|PF_1||PF_2|}=\frac{4}{|PF_1||PF_2|}=\frac{4}{|PF_1|\left(4-|PF_1|\right)}$，

因为$2-\sqrt{3}\le|PF_1|\le2+\sqrt{3}$，故$1\le|PF_1|\left(4-|PF_1|\right)\le4$，

所以$1\le\frac{1}{|PF_1|}+\frac{1}{|PF_2|}\le4$.

故选：D.

【点睛】

本题考查椭圆的几何性质，一般地，如果椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左、右焦点分别是$F_1$、$F_2$，点$P$为$C$上的任意一点，则有$|PF_1|+|PF_2|=2a$，我们常用这个性质来考虑与焦点三角形有关的问题，本题属于基础题.

8、D

【解析】

列出所有圆内的整数点共有37个，满足条件的有7个，相除得到概率.

【详解】

因为x,y是整数，所以所有满足条件的点$M(x,y)$是位于圆$x^2+y^2=10$（含边界）内的整数点，满足条件

$x^2+y^2\le10$的整数点有$(0,0),(0,\pm1),(0,\pm2),(0,\pm3),(\pm1,0),$

$(\pm2,0),(\pm3,0),(\pm1,\pm1),(\pm2,\pm1),(\pm3,\pm1),(\pm1,\pm2),(\pm2,\pm2),(\pm1,\pm3)$共37个，

满足$x+y\ge\sqrt{5}$的整数点有7个，则所求概率为$\frac{7}{37}$.

故选：D.

【点睛】

本题考查了古典概率的计算，意在考查学生的应用能力.

9、D

【解析】

设$\left|AF_2\right|=m$，利用余弦定理，结合双曲线的定义进行求解即可.

【详解】

设$\left|AB\right|=\left|AF_2\right|=m,\therefore\left|BF_2\right|=\sqrt{\left|AB\right|^2+\left|AF_2\right|^2-2\left|AB\right|\cdot\left|AF_2\right|\cdot\cos120^{\circ}}=\sqrt{3}m$，由双曲线的定义可知：$\left|AF_1\right|=m-2a$，

因此$\left|BF_1\right|=2a$，再由双曲线的定义可知：$\left|BF_2\right|-\left|BF_1\right|=2a\Rightarrow m=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}a$，在三角形$AF_1F_2$中，由余弦定理可知：

$\left|F_1F_2\right|^2=\left|AF_1\right|^2+\left|AF_2\right|^2-2\left|AF_1\right|\cdot\left|AF_2\right|\cdot\cos120^{\circ}\Rightarrow c^2=(5-2\sqrt{3})a^2\Rightarrow a^2+b^2=(5-2\sqrt{3})a^2$

$\Rightarrow b^2=(4-2\sqrt{3})a^2\Rightarrow\dfrac{b^2}{a^2}=(4-2\sqrt{3})\Rightarrow\dfrac{b}{a}=\sqrt{3}-1$，因此双曲线的渐近线方程为：

$y=\pm\left(\sqrt{3}-1\right)x$.

故选：**D**

【点睛】

本题考查了双曲线的定义的应用，考查了余弦定理的应用，考查了双曲线的渐近线方程，考查了数学运算能力.

10、**A**

【解析】

易得$B(-\dfrac{c}{2},\dfrac{bc}{2a})$，过 ***B*** 作 ***x*** 轴的垂线，垂足为 ***T***，在ΔF_1TB中，利用$\dfrac{BT}{F_1T}=\tan\dfrac{\pi}{3}$即可得到$a,b,c$的方程.

【详解】

由已知，得$B(-\dfrac{c}{2},\dfrac{bc}{2a})$，过 ***B*** 作 ***x*** 轴的垂线，垂足为 ***T***，故$F_1T=\dfrac{c}{2}$，

又$\angle BF_1F_2=\dfrac{\pi}{3}$,所以$\dfrac{BT}{F_1T}=\tan\dfrac{\pi}{3}=\sqrt{3}$，即$\dfrac{\frac{bc}{2a}}{\frac{c}{2}}=\dfrac{b}{a}=\sqrt{3}$，

所以双曲线C的离心率$e=\sqrt{1+(\dfrac{b}{a})^2}=2$.

故选：**A.**

【点睛】

本题考查双曲线的离心率问题，在作双曲线离心率问题时，最关键的是找到a,b,c的方程或不等式，本题属于容易题.

11、**C**

【解析】

在等比数列中，由 $S_n=\dfrac{a_1-a_n\cdot q}{1-q}$ 即可表示之间的关系.

【详解】

由题可知，等比数列 $\{a_n\}$ 中 $a_1=1$，且公比为 **2**，故 $S_n=\dfrac{a_1-a_n\cdot q}{1-q}=\dfrac{1-2a_n}{1-2}=2a_n-1$

故选：**C**

【点睛】

本题考查等比数列求和公式的应用，属于基础题.

12、**D**

【解析】

根据指数函数、对数函数、幂函数的单调性和正余弦函数的图象可确定各个选项的正误.

【详解】

对于 A，Q $0<\dfrac{1}{2}<\dfrac{\pi}{4}$，$\therefore \sin\dfrac{1}{2}<\cos\dfrac{1}{2}$，$A$ 错误；

对于 B，Q $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ 在 R 上单调递减，$\therefore \left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}<\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$，$B$ 错误；

对于 C，Q $\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{3}=\log_2 3>1$，$\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1}{2}=\log_3 2<1$，$\therefore \log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{3}>\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1}{2}$，$C$ 错误；

对于 D，Q $y=x^{\frac{1}{3}}$ 在 R 上单调递增，$\therefore \left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}>\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$，$D$ 正确.

故选：D.

【点睛】

本题考查根据初等函数的单调性比较大小的问题；关键是熟练掌握正余弦函数图象、指数函数、对数函数和幂函数的单调性.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、$\dfrac{3}{5}$

【解析】

先求出所有的基本事件个数，再求出“抽取的三张卡片编号之和是偶数”这一事件包含的基本事件个数，利用古典概型的概率计算公式即可算出结果.

【详解】

一次随机抽取其中的三张，所有基本事件为：