

山东省惠民县第二中学 2024 届八校联考高考数学试题模拟试卷

考生请注意：

1. 答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。
2. 第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。
3. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 使得 $\left(3x + \frac{1}{x\sqrt{x}}\right)^n$ ($n \in N_+$) 的展开式中含有常数项的最小的 n 为()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

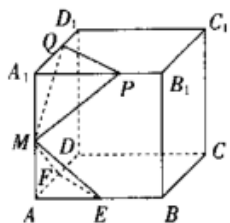
2. 已知向量 $\vec{OA} = (-3, 4)$, $\vec{OA} + \vec{OB} = (-1, 5)$, 则向量 \vec{OA} 在向量 \vec{OB} 上的投影是 ()

- A. $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ C. $-\frac{2}{5}$ D. $\frac{2}{5}$

3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_1 = 12, S_5 = 90$, 则等差数列 $\{a_n\}$ 公差 $d =$ ()

- A. 2 B. $\frac{3}{2}$ C. 3 D. 4

4. 在棱长为 a 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F, M 分别是 AB, AD, AA_1 的中点, 又 P, Q 分别在线段 A_1B_1, A_1D_1 上, 且 $A_1P = A_1Q = m$ ($0 < m < a$), 设平面 $MEF \perp$ 平面 $MPQ = l$, 则下列结论中不成立的是 ()



- A. $l \parallel$ 平面 BDD_1B_1 B. $l \perp MC$
- C. 当 $m = \frac{a}{2}$ 时, 平面 $MPQ \perp MEF$ D. 当 m 变化时, 直线 l 的位置不变

5. 正 $\triangle ABC$ 的边长为 2, 将它沿 BC 边上的高 AD 翻折, 使点 B 与点 C 间的距离为 $\sqrt{3}$, 此时四面体 $A - BCD$ 的外接球表面积为 ()

- A. $\frac{10\pi}{3}$ B. 4π C. $\frac{13\pi}{3}$ D. 7π

6. 已知函数 $f(x) = \frac{e^x}{x} - ax$, $x \in (0, +\infty)$, 当 $x_2 > x_1$ 时, 不等式 $\frac{f(x_1)}{x_2} < \frac{f(x_2)}{x_1}$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围为

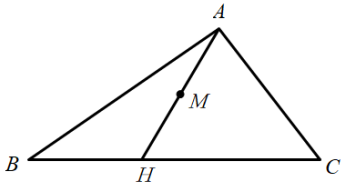
()

- A. $(-\infty, e]$ B. $(-\infty, e)$ C. $\left(-\infty, \frac{e}{2}\right)$ D. $\left(-\infty, \frac{e}{2}\right]$

7. 设集合 $M = \{x | 1 < x \leq 2\}$, $N = \{x | x < a\}$, 若 $M \cap N = M$, 则 a 的取值范围是 ()

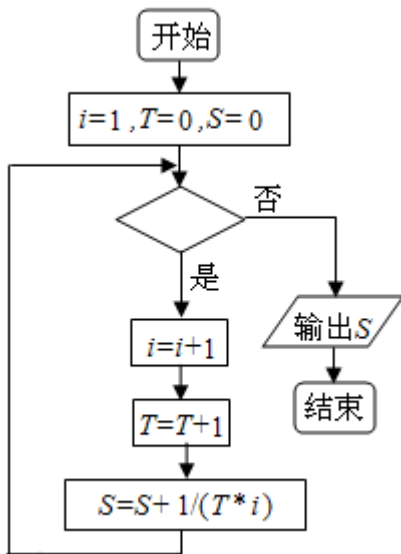
- A. $(-\infty, 1)$ B. $(-\infty, 1]$ C. $(2, +\infty)$ D. $[2, +\infty)$

8. 在 $\triangle ABC$ 中, H 为 BC 上异于 B, C 的任一点, M 为 AH 的中点, 若 $\vec{AM} = \lambda \vec{AB} + \mu \vec{AC}$, 则 $\lambda + \mu$ 等于 ()



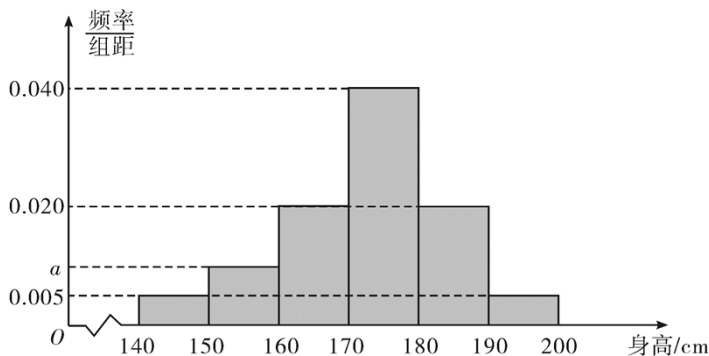
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{3}$

9. 一个算法的程序框图如图所示, 若该程序输出的结果是 $\frac{3}{4}$, 则判断框中应填入的条件是 ()



- A. $i > 5?$ B. $i < 5?$ C. $i > 4?$ D. $i < 4?$

10. 从某市的中学生中随机调查了部分男生, 获得了他们的身高数据, 整理得到如下频率分布直方图:



根据频率分布直方图, 可知这部分男生的身高的中位数的估计值为

19. (12分) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且满足 $\sqrt{3}a = \sqrt{3}b \cos C - c \sin B$.

(1) 求 B ;

(2) 若 $b = 2\sqrt{3}$, AD 为 BC 边上的中线, 当 V_{ABC} 的面积取得最大值时, 求 AD 的长.

20. (12分) 这次新冠肺炎疫情, 是新中国成立以来在我国发生的传播速度最快、感染范围最广、防控难度最大的一次重大突发公共卫生事件. 中华民族历史上经历过很多磨难, 但从来没有被压垮过, 而是愈挫愈勇, 不断在磨难中成长, 从磨难中奋起. 在这次疫情中, 全国人民展现出既有责任担当之勇、又有科学防控之智. 某校高三学生也展开了对这次疫情的研究, 一名同学在数据统计中发现, 从2020年2月1日至2月7日期间, 日期 x 和全国累计报告确诊病例数量 y (单位: 万人) 之间的关系如下表:

日期 x	1	2	3	4	5	6	7
全国累计报告确诊病例数量 y (万人)	1.4	1.7	2.0	2.4	2.8	3.1	3.5

(1) 根据表中的数据, 运用相关系数进行分析说明, 是否可以用线性回归模型拟合 y 与 x 的关系?

(2) 求出 y 关于 x 的线性回归方程 $y = bx + a$ (系数精确到0.01). 并预测2月10日全国累计报告确诊病例数.

参考数据: $\sum_{i=1}^7 y_i = 16.9$, $\sum_{i=1}^7 x_i y_i = 77.5$, $\sqrt{\sum_{i=1}^7 (y_i - \bar{y})^2} = 1.88$, $\sqrt{7} \approx 2.65$.

参考公式: 相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$

回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

21. (12分) 已知 $a > 0$, 函数 $f(x) = |x + a| + |2x - 6|$ 有最小值7.

(1) 求 a 的值;

(2) 设 $m, n > 0$, $m + 4n = a$, 求证: $\frac{1}{m} + \frac{1}{n+1} \geq \frac{9}{8}$.

22. (10分) 以平面直角坐标系 xOy 的原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴, 且在两种坐标系中取相同的长度单位,

建立极坐标系, 已知曲线 $C_1: \rho \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}$, 曲线 $C_2: \begin{cases} x = \cos 2\theta \\ y = \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数), 求曲线 C_1, C_2 交点的直角坐标.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

二项式展开式的通项公式为 $C_n^r (3x)^{n-r} \left(\frac{1}{x\sqrt{x}}\right)^r$ ，若展开式中有常数项，则 $n-r-\frac{3}{2}r=0$ ，解得 $n=\frac{5}{2}r$ ，当 r 取 2 时， n

的最小值为 5，故选 B

【考点定位】本题考查二项式定理的应用。

2、A

【解析】

先利用向量坐标运算求解 \vec{OB} ，再利用向量 \vec{OA} 在向量 \vec{OB} 上的投影公式即得解

【详解】

由于向量 $\vec{OA} = (-3, 4)$ ， $\vec{OA} + \vec{OB} = (-1, 5)$

故 $\vec{OB} = (2, 1)$

向量 \vec{OA} 在向量 \vec{OB} 上的投影是 $\frac{\vec{OA} \cdot \vec{OB}}{|\vec{OB}|} = \frac{-3 \times 2 + 4 \times 1}{\sqrt{5}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$ 。

故选：A

【点睛】

本题考查了向量加法、减法的坐标运算和向量投影的概念，考查了学生概念理解，数学运算的能力，属于中档题。

3、C

【解析】

根据等差数列的求和公式即可得出。

【详解】

$\because a_1=12, S_5=90,$

$\therefore 5 \times 12 + \frac{5 \times 4}{2} d = 90,$

解得 $d=1$.

故选 C.

【点睛】

本题主要考查了等差数列的求和公式,考查了推理能力与计算能力,属于中档题.

4、C

【解析】

根据线面平行与垂直的判定与性质逐个分析即可.

【详解】

因为 $A_1P = A_1Q = m$, 所以 $PQ \parallel B_1D_1$, 因为 $E、F$ 分别是 $AB、AD$ 的中点, 所以 $EF \parallel BD$, 所以 $PQ \parallel EF$, 因为面 $MEF \perp$ 面 $MPQ = l$, 所以 $PQ \parallel EF \parallel l$. 选项 A、D 显然成立;

因为 $BD \parallel EF \parallel l$, $BD \perp$ 平面 ACC_1A_1 , 所以 $l \perp$ 平面 ACC_1A_1 , 因为 $MC \subset$ 平面 ACC_1A_1 , 所以 $l \perp MC$, 所以 B 项成立;

易知 $AC_1 \perp$ 平面 MEF , $A_1C \perp$ 平面 MPQ , 而直线 AC_1 与 A_1C 不垂直, 所以 C 项不成立.

故选: C

【点睛】

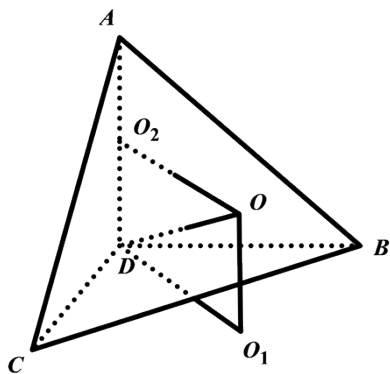
本题考查直线与平面的位置关系.属于中档题.

5、D

【解析】

如图所示, 设 AD 的中点为 O_2 , $\triangle BCD$ 的外接圆的圆心为 O_1 , 四面体 $A-BCD$ 的外接球的球心为 O , 连接 OO_1, OO_2, OD , 利用正弦定理可得 $DO_1 = 1$, 利用球心的性质和线面垂直的性质可得四边形 OO_2DO_1 为平行四边形, 最后利用勾股定理可求外接球的半径, 从而可得外接球的表面积.

【详解】



如图所示, 设 AD 的中点为 O_2 , $\triangle BCD$ 外接圆的圆心为 O_1 , 四面体 $A-BCD$ 的外接球的球心为 O , 连接

OO_1, OO_2, OD , 则 $OO_1 \perp$ 平面 BCD , $OO_2 \perp AD$.

因为 $CD = BD = 1, BC = \sqrt{3}$, 故 $\cos \angle BDC = \frac{2-3}{2 \times 1 \times 1} = -\frac{1}{2}$,

因为 $\angle BDC \in (0, \pi)$, 故 $\angle BDC = \frac{2\pi}{3}$.

由正弦定理可得 $2DO_1 = \frac{\sqrt{3}}{\sin \frac{2\pi}{3}} = 2$, 故 $DO_1 = 1$, 又因为 $AD = \sqrt{3}$, 故 $DO_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

因为 $AD \perp DB, AD \perp CD, DB \cap CD = D$, 故 $AD \perp$ 平面 BCD , 所以 $OO_1 \parallel AD$,

因为 $AD \perp$ 平面 BCD , $DO_1 \subset$ 平面 BCD , 故 $AD \perp DO_1$, 故 $OO_2 \parallel DO_1$,

所以四边形 OO_2DO_1 为平行四边形, 所以 $OO_1 = DO_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

所以 $OD = \sqrt{\frac{3}{4} + 1} = \frac{\sqrt{7}}{2}$, 故外接球的半径为 $\frac{\sqrt{7}}{2}$, 外接球的表面积为 $4\pi \times \frac{7}{4} = 7\pi$.

故选: D.

【点睛】

本题考查平面图形的折叠以及三棱锥外接球表面积的计算, 还考查正弦定理和余弦定理, 折叠问题注意翻折前后的变量与不变量, 外接球问题注意先确定外接球的球心的位置, 然后把半径放置在可解的直角三角形中来计算, 本题有一定的难度.

6、D

【解析】

由 $\frac{f(x_1)}{x_2} < \frac{f(x_2)}{x_1}$ 变形可得 $x_1 f(x_1) < x_2 f(x_2)$, 可知函数 $g(x) = xf(x)$ 在 $x \in (0, +\infty)$ 为增函数, 由

$g'(x) = e^x - 2ax \geq 0$ 恒成立, 求解参数即可求得取值范围.

【详解】

Q $x \in (0, +\infty)$,

$\therefore x_1 f(x_1) < x_2 f(x_2)$, 即函数 $g(x) = xf(x) = e^x - ax^2$ 在 $x \in (0, +\infty)$ 时是单调增函数.

则 $g'(x) = e^x - 2ax \geq 0$ 恒成立.

$$\therefore 2a \leq \frac{e^x}{x}.$$

$$\text{令 } m(x) = \frac{e^x}{x}, \text{ 则 } m'(x) = \frac{(x-1)e^x}{x^2}$$

$x \in (0, 1)$ 时, $m'(x) < 0$, $m(x)$ 单调递减, $x \in (1, +\infty)$ 时 $m'(x) > 0$, $m(x)$ 单调递增.

$$\therefore 2a \leq m(x)_{\min} = m(1) = e, \therefore a \leq \frac{e}{2}$$

故选:D.

【点睛】

本题考查构造函数,借助单调性定义判断新函数的单调性问题,考查恒成立时求解参数问题,考查学生的分析问题的能力
和计算求解的能力,难度较难.

7、C

【解析】

由 $M \cap N = M$ 得出 $M \subseteq N$, 利用集合的包含关系可得出实数 a 的取值范围.

【详解】

$$Q M = \{x | 1 < x \leq 2\}, N = \{x | x < a\} \text{ 且 } M \cap N = M, \therefore M \subseteq N, \therefore a > 2.$$

因此, 实数 a 的取值范围是 $(2, +\infty)$.

故选: C.

【点睛】

本题考查利用集合的包含关系求参数, 考查计算能力, 属于基础题.

8、A

【解析】

根据题意, 用 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ 表示出 $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{BH}$ 与 \overrightarrow{AM} , 求出 λ, μ 的值即可.

【详解】

解: 根据题意, 设 $\overrightarrow{BH} = x\overrightarrow{BC}$, 则

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AH} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BH}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + x\overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}x(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{1}{2}(1-x)\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}x\overrightarrow{AC},$$

$$\text{又 } \overrightarrow{AM} = \lambda\overrightarrow{AB} + \mu\overrightarrow{AC},$$

$$\therefore \lambda = \frac{1}{2}(1-x), \mu = \frac{1}{2}x,$$

$$\therefore \lambda + \mu = \frac{1}{2}(1-x) + \frac{1}{2}x = \frac{1}{2},$$

故选：A.

【点睛】

本题主要考查了平面向量基本定理的应用，关键是要找到一组合适的基底表示向量，是基础题.

9、D

【解析】

首先判断循环结构类型，得到判断框内的语句性质，然后对循环体进行分析，找出循环规律，判断输出结果与循环次数以及*i*的关系，最终得出选项.

【详解】

经判断此循环为“直到型”结构，判断框为跳出循环的语句，

$$\text{第一次循环：} S = 0 + \frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{2}, i = 1 + 1 = 2;$$

$$\text{第二次循环：} S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \times 3} = \frac{2}{3}, i = 2 + 1 = 3;$$

$$\text{第三次循环：} S = \frac{2}{3} + \frac{1}{3 \times 4} = \frac{3}{4}, i = 3 + 1 = 4,$$

此时退出循环，根据判断框内为跳出循环的语句， $\therefore i < 4?$ ，故选 D.

【点睛】

题主要考查程序框图的循环结构流程图，属于中档题. 解决程序框图问题时一定注意以下几点：(1) 不要混淆处理框和输入框；(2) 注意区分程序框图是条件分支结构还是循环结构；(3) 注意区分当型循环结构和直到型循环结构；(4) 处理循环结构的问题时一定要正确控制循环次数；(5) 要注意各个框的顺序，(6) 在给出程序框图求解输出结果的试题中只要按照程序框图规定的运算方法逐次计算，直到达到输出条件即可.

10、C

【解析】

由题可得 $(0.005 \times 2 + a + 0.020 \times 2 + 0.040) \times 10 = 1$ ，解得 $a = 0.010$ ，

则 $(0.005 + 0.010 + 0.020) \times 10 = 0.35$ ， $0.35 + 0.040 \times 10 = 0.75 > 0.5$ ，

所以这部分男生的身高的中位数的估计值为 $170 + \frac{0.5 - 0.35}{10 \times 0.040} \times 10 = 173.75(\text{cm})$ ，故选 C.

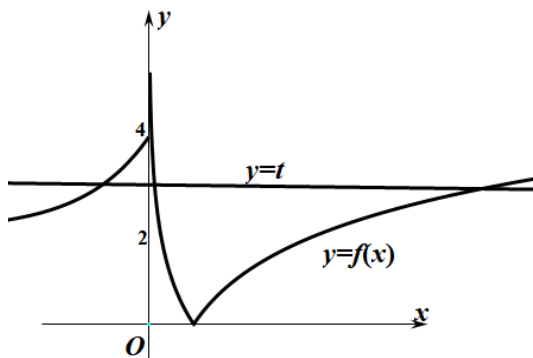
11、B

【解析】

令 $f(x) = t$ ，则 $t^2 - 2at + 3a = 0$ ，由图象分析可知 $t^2 - 2at + 3a = 0$ 在 $(2, 4]$ 上有两个不同的根，再利用一元二次方程根的分布即可解决.

【详解】

令 $f(x) = t$ ，则 $t^2 - 2at + 3a = 0$ ，如图



$y = t$ 与 $y = f(x)$ 顶多只有 3 个不同交点，要使关于 x 的方程 $[f(x)]^2 - 2af(x) + 3a = 0$ 有

六个不相等的实数根，则 $t^2 - 2at + 3a = 0$ 有两个不同的根 $t_1, t_2 \in (2, 4]$ ，

设 $g(t) = t^2 - 2at + 3a$ 由根的分布可知，

$$\begin{cases} \Delta = 4a^2 - 12a > 0 \\ a \in (2, 4) \\ g(2) > 0 \\ g(4) \geq 0 \end{cases}, \text{ 解得 } 3 < a \leq \frac{16}{5}.$$

故选：B.

【点睛】

本题考查复合方程根的个数问题，涉及到一元二次方程根的分布，考查学生转化与化归和数形结合的思想，是一道中档题.

12、D

【解析】

根据复数的运算，化简得到 $z = \frac{3}{5} - \frac{1}{5}i$ ，再结合复数的表示，即可求解，得到答案.

【详解】

由题意，根据复数的运算，可得 $z = \frac{1+i}{1+2i} = \frac{(1+i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{3-i}{5} = \frac{3}{5} - \frac{1}{5}i$ ，

所对应的点为 $\left(\frac{3}{5}, -\frac{1}{5}\right)$ 位于第四象限.

故选 D.

【点睛】

本题主要考查了复数的运算，以及复数的几何意义，其中解答中熟记复数的运算法则，准确化简复数为代数形式是解答的关键，着重考查了推理与运算能力，属于基础题.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/565141301023012002>