

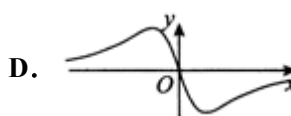
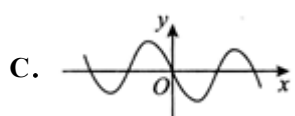
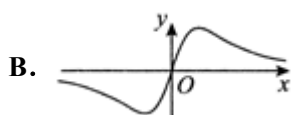
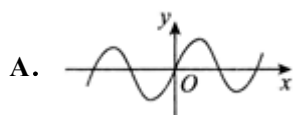
学年湖南省邵阳市隆回县 2024 年数学高三第一学期期末复习检测模拟试题

请考生注意：

1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2. 答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 函数 $y = \frac{x + \sin x}{1 + x^2}$ 的部分图象大致为 ()



2. 设 $a, b \in R^+$ ，数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$ ， $a_{n+1} = a \cdot a_n^2 + b$ ， $n \in N^*$ ，则 ()

- A. 对于任意 a ，都存在实数 M ，使得 $a_n < M$ 恒成立
- B. 对于任意 b ，都存在实数 M ，使得 $a_n < M$ 恒成立
- C. 对于任意 $b \in (2 - 4a, +\infty)$ ，都存在实数 M ，使得 $a_n < M$ 恒成立
- D. 对于任意 $b \in (0, 2 - 4a)$ ，都存在实数 M ，使得 $a_n < M$ 恒成立

3. 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和， $a_1 + a_2 = \frac{5}{2}$ ， $a_2 + a_3 = 4$ ，则 $S_{10} =$ ()

- A. 85
- B. $\frac{85}{2}$
- C. 35
- D. $\frac{35}{2}$

4. 复数 $\frac{2}{1-i}$ (i 为虚数单位) 的共轭复数是

- A. $1+i$
- B. $1-i$
- C. $-1+i$
- D. $-1-i$

5. 定义： $N\{f(x) \otimes g(x)\}$ 表示不等式 $f(x) < g(x)$ 的解集中的整数解之和。若 $f(x) = |\log_2 x|$ ， $g(x) = a(x-1)^2 + 2$ ，

$N\{f(x) \otimes g(x)\} = 6$ ，则实数 a 的取值范围是

- A. $(-\infty, -1]$
- B. $(\log_2 3 - 2, 0)$
- C. $(2 - \log_2 6, 0]$
- D. $(\frac{\log_2 3 - 2}{4}, 0]$

6. 直线 $x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} = 0$ 经过椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点 F ，交椭圆于 A, B 两点，交 y 轴于 C 点，若 $\overrightarrow{CA} = 2\overrightarrow{CB}$ ，

则该椭圆的离心率是 ()

- A. $\sqrt{3}-1$ B. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ C. $2\sqrt{2}-2$ D. $\sqrt{2}-1$

7. 本次模拟考试结束后，班级要排一张语文、数学、英语、物理、化学、生物六科试卷讲评顺序表，若化学排在生物前面，数学与物理不相邻且都不排在最后，则不同的排表方法共有（ ）

- A. 72 种 B. 144 种 C. 288 种 D. 360 种

8. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的焦距是虚轴长的 2 倍，则双曲线的渐近线方程为（ ）

- A. $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$ B. $y = \pm \sqrt{3}x$ C. $y = \pm \frac{1}{2}x$ D. $y = \pm 2x$

9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x - x, & x \geq 0 \\ x^2 + 1, & x < 0 \end{cases}$ ，则 $f(f(-1)) =$ （ ）

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

10. 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列， $a_1 = 1$ ，公差 $d \in [1, 2]$ ，且 $a_4 + \lambda a_{10} + a_{16} = 15$ ，则实数 λ 的最大值为（ ）

- A. $\frac{7}{2}$ B. $\frac{53}{19}$ C. $-\frac{23}{19}$ D. $-\frac{1}{2}$

11. $(1+2x)(1+x)^5$ 的展开式中 x^2 的系数为（ ）

- A. 5 B. 10 C. 20 D. 30

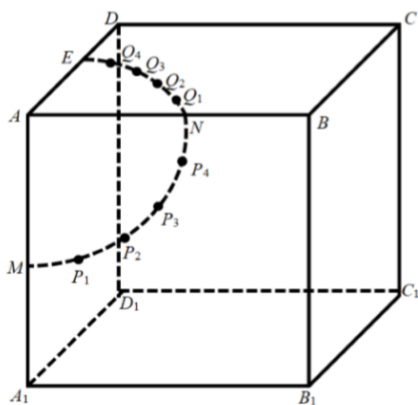
12. 已知命题 p ：任意 $x \geq 4$ ，都有 $\log_2 x \geq 2$ ；命题 q ： $a > b$ ，则有 $a^2 > b^2$ 。则下列命题为真命题的是（ ）

- A. $p \wedge q$ B. $p \wedge (\neg q)$ C. $(\neg p) \wedge (\neg q)$ D. $(\neg p) \vee q$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 从集合 $\{1, 2, 3\}$ 中随机取一个元素，记为 a ，从集合 $\{2, 3, 4\}$ 中随机取一个元素，记为 b ，则 $a \leq b$ 的概率为 _____。

14. 如图，棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 M, N, E 分别为棱 AA_1, AB, AD 的中点，以 A 为圆心，1 为半径，分别在面 ABB_1A_1 和面 $ABCD$ 内作弧 MN 和 NE ，并将两弧各五等分，分点依次为 M, P_1, P_2, P_3, P_4, N 以及 N, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, E 。一只蚂蚁欲从点 P_1 出发，沿正方体的表面爬行至 Q_4 ，则其爬行的最短距离为 _____。参考数据： $\cos 9^\circ = 0.9877$ ； $\cos 18^\circ = 0.9511$ ； $\cos 27^\circ = 0.8910$ ）



15. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_1 的直线交椭圆 C 于 A, B 两点, 若

$\angle ABF_2 = 90^\circ$, 且 $\triangle ABF_2$ 的三边长 $|BF_2|, |AB|, |AF_2|$ 成等差数列, 则 C 的离心率为_____.

16. 平面向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{2}$, $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 1$, 则 $|3\vec{a} - 2\vec{b}| =$ _____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$ 的各项均为整数, 它们的前 n 项和分别为 S_n, T_n , 且 $b_1 = 2a_1 = 2$, $b_2 S_3 = 54, a_2 + T_2 = 11$.

(1) 求数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 求 $M_n = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 + \dots + a_n b_n$;

(3) 是否存在正整数 m , 使得 $\frac{S_m + T_{m+1}}{S_m + T_m}$ 恰好是数列 $\{a_n\}$ 或 $\{b_n\}$ 中的项? 若存在, 求出所有满足条件的 m 的值; 若不存在, 说明理由.

18. (12 分) 一年之计在于春, 一日之计在于晨, 春天是播种的季节, 是希望的开端. 某种植户对一块地的 $n (n \in \mathbb{N}^*)$ 个坑进行播种, 每个坑播 3 粒种子, 每粒种子发芽的概率均为 $\frac{1}{2}$, 且每粒种子是否发芽相互独立. 对每一个坑而言, 如果至少有两粒种子发芽, 则不需要进行补播种, 否则要补播种.

(1) 当 n 取何值时, 有 3 个坑要补播种的概率最大? 最大概率为多少?

(2) 当 $n = 4$ 时, 用 X 表示要补播种的坑的个数, 求 X 的分布列与数学期望.

19. (12 分) 在创建“全国文明卫生城”过程中, 运城市“创城办”为了调查市民对创城工作的了解情况, 进行了一次创城知识问卷调查(一位市民只能参加一次), 通过随机抽样, 得到参加问卷调查的 100 人的得分统计结果如表所示: .

组别	[30,40)	[40,50)	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100)
频数	2	12	20	25	24	13	4

(1) 由频数分布表可以大致认为, 此次问卷调查的得分 $Z \sim N(\mu, 198)$, μ 似为这100人得分的平均值(同一组中的数据用该组区间的中点值作代表), 利用该正态分布, 求 $P(38.2 < Z \leq 80.2)$;

(2) 在(1)的条件下, “创城办”为此次参加问卷调查的市民制定如下奖励方案:

①得分不低于 μ 的可以获赠2次随机话费, 得分低于 μ 的可以获赠1次随机话费;

②每次获赠的随机话费和对应的概率为:

赠送话费的金额(单位: 元)	20	50
概率	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

现有市民甲参加此次问卷调查, 记 X (单位: 元)为该市民参加问卷调查获赠的话费, 求 X 的分布列与数学期望.

附: 参考数据与公式: $\sqrt{198} \approx 14$, 若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu - \sigma < x \leq \mu + \sigma) = 0.6826$,

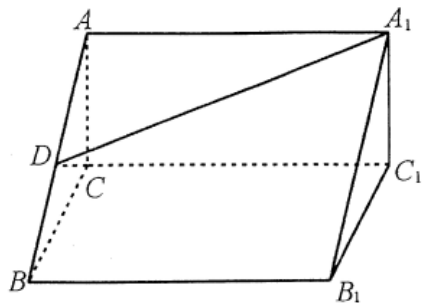
$P(\mu - 2\sigma < X \leq \mu + 2\sigma) = 0.9544$, $P(\mu - 3\sigma < X \leq \mu + 3\sigma) = 0.9974$

20. (12分) 已知曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 4 \cos \theta$, 直线 l 的参数方程为
$$\begin{cases} x = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}t \\ y = \frac{1}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}).$$

(1) 求曲线 C 的直角坐标方程与直线 l 的普通方程;

(2) 已知点 $M(1, 0)$, 直线 l 与曲线 C 交于 A 、 B 两点, 求 $\|MA\| - \|MB\|$.

21. (12分) 如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AC \perp BC$, $AB \perp BB_1$, $AC = BC = BB_1$, D 为 AB 的中点, 且 $CD \perp DA_1$.



(1) 求证: $BB_1 \perp$ 平面 ABC ;

(2) 求锐二面角 $C - DA_1 - C_1$ 的余弦值.

22. (10分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 = 5$, $a_5 = 14$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 2b_n - 1$.

(1) 求 a_n, b_n ;

(2) 若 $c_n = (-1)^n a_n + b_n$, 求 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

图像分析采用排除法，利用奇偶性判断函数为奇函数，再利用特值确定函数的正负情况。

【详解】

$$f(-x) = \frac{-x + \sin(-x)}{1+x^2} = -\frac{x + \sin x}{1+x^2} = -f(x), \text{ 故奇函数, 四个图像均符合.}$$

$$\text{当 } x \in (0, \pi) \text{ 时, } \sin x > 0, \quad y = \frac{x + \sin x}{1+x^2} > 0, \text{ 排除 C、D}$$

$$\text{当 } x \in (\pi, 2\pi) \text{ 时, } \sin x < 0, \quad y = \frac{x + \sin x}{1+x^2} > 0, \text{ 排除 A.}$$

故选 B。

【点睛】

图像分析采用排除法，一般可供判断的主要有：奇偶性、周期性、单调性、及特殊值。

2、D

【解析】

取 $a = b = 1$, 可排除 AB; 由蛛网图可得数列 $\{a_n\}$ 的单调情况, 进而得到要使 $a_n < M$, 只需 $2 < \frac{1 + \sqrt{1-4ab}}{2a}$, 由此

可得到答案.

【详解】

取 $a = b = 1$, $a_{n+1} = a_n^2 + 1$, 数列 $\{a_n\}$ 恒单调递增, 且不存在最大值, 故排除 AB 选项;

由蛛网图可知, $ax^2 + b = x$ 存在两个不动点, 且 $x_1 = \frac{1 - \sqrt{1-4ab}}{2a}$, $x_2 = \frac{1 + \sqrt{1-4ab}}{2a}$,



因为当 $0 < a_1 < x_1$ 时，数列 $\{a_n\}$ 单调递增，则 $a_n < x_1$ ；

当 $x_1 < a_1 < x_2$ 时，数列 $\{a_n\}$ 单调递减，则 $x_1 < a_n \leq a_1$ ；

所以要使 $a_n < M$ ，只需要 $0 < a_1 < x_2$ ，故 $2 < \frac{1 + \sqrt{1 - 4ab}}{2a}$ ，化简得 $b < 2 - 4a$ 且 $b > 0$ 。

故选：D。

【点睛】

本题考查递推数列的综合运用，考查逻辑推理能力，属于难题。

3、B

【解析】

将已知条件转化为 a_1, d 的形式，求得 a_1, d ，由此求得 S_{10} 。

【详解】

设公差为 d ，则 $\begin{cases} 2a_1 + d = \frac{5}{2} \\ 2a_1 + 3d = 4 \end{cases}$ ，所以 $2d = \frac{3}{2}$ ， $d = \frac{3}{4}$ ， $a_1 = \frac{7}{8}$ ， $S_{10} = 10a_1 + \frac{1}{2} \times 10 \times 9 \times \frac{3}{4} = \frac{85}{2}$ 。

故选：B

【点睛】

本小题主要考查等差数列通项公式的基本量计算，考查等差数列前 n 项和的计算，属于基础题。

4、B

【解析】

分析：化简已知复数 z ，由共轭复数的定义可得。

详解：化简可得 $z = \frac{2}{1-i} = \frac{2(1+i)}{(1-i)(1+i)} = 1+i$

$\therefore z$ 的共轭复数为 $1-i$ 。

故选 B。

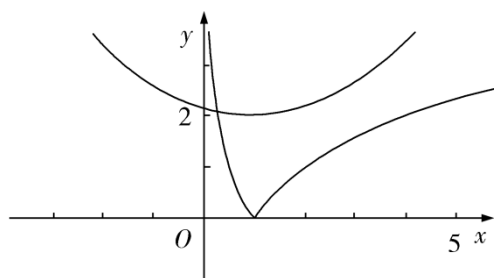
点睛：本题考查复数的代数形式的运算，涉及共轭复数，属基础题。

5、D

【解析】

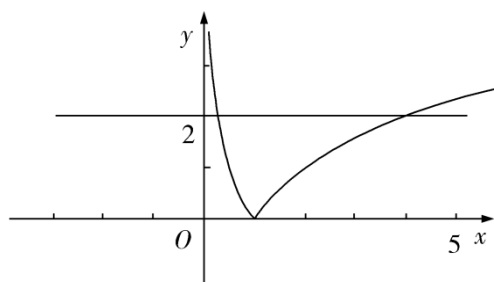
由题意得， $N\{f(x) \otimes g(x)\} = 6$ 表示不等式 $|\log_2 x| < a(x-1)^2 + 2$ 的解集中整数解之和为 6.

当 $a > 0$ 时，数形结合（如图）得 $|\log_2 x| < a(x-1)^2 + 2$ 的解集中的整数解有无数多个， $|\log_2 x| < a(x-1)^2 + 2$ 解集中的整数解之和一定大于 6.

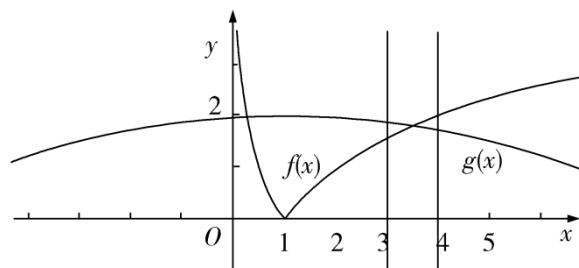


当 $a = 0$ 时， $g(x) = 2$ ，数形结合（如图），由 $f(x) < 2$ 解得 $\frac{1}{4} < x < 4$. 在 $(\frac{1}{4}, 4)$ 内有 3 个整数解，为 1, 2, 3，满足

$N\{f(x) \otimes g(x)\} = 6$ ，所以 $a = 0$ 符合题意.



当 $a < 0$ 时，作出函数 $f(x) = |\log_2 x|$ 和 $g(x) = a(x-1)^2 + 2$ 的图象，如图所示.



若 $N\{f(x) \otimes g(x)\} = 6$ ，即 $|\log_2 x| < a(x-1)^2 + 2$ 的整数解只有 1, 2, 3.

只需满足 $\begin{cases} f(3) < g(3) \\ f(4) \geq g(4) \end{cases}$ ，即 $\begin{cases} \log_2 3 < 4a + 2 \\ 2 \geq 9a + 2 \end{cases}$ ，解得 $\frac{\log_2 3 - 2}{4} < a \leq 0$ ，所以 $\frac{\log_2 3 - 2}{4} < a < 0$.

综上，当 $N\{f(x) \otimes g(x)\} = 6$ 时，实数 a 的取值范围是 $(\frac{\log_2 3 - 2}{4}, 0]$. 故选 D.

6、A

【解析】

由直线 $x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} = 0$ 过椭圆的左焦点 F ，得到左焦点为 $F(-\sqrt{3}, 0)$ ，且 $a^2 - b^2 = 3$ ，

再由 $\overrightarrow{PF} = 2\overrightarrow{PO}$ ，求得 $P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}\right)$ ，代入椭圆的方程，求得 $a^2 = \frac{3\sqrt{3}+6}{2}$ ，进而利用椭圆的离心率的计算公式，即可求解.

【详解】

由题意，直线 $x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} = 0$ 经过椭圆的左焦点 F ，令 $y = 0$ ，解得 $x = -\sqrt{3}$ ，

所以 $c = \sqrt{3}$ ，即椭圆的左焦点为 $F(-\sqrt{3}, 0)$ ，且 $a^2 - b^2 = 3$ ①

直线交 y 轴于 $P(0, 1)$ ，所以， $|PF| = \sqrt{3}$ ， $|OF| = 1$ ， $|OP| = 2$ ，

因为 $\overrightarrow{PF} = 2\overrightarrow{PO}$ ，所以 $|PF| = 3$ ，所以 $P\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2}\right)$ ，

又由点 P 在椭圆上，得 $\frac{3}{a^2} + \frac{9}{b^2} = 4$ ②

由 ①②，可得 $4a^2 - 24a^2 + 9 = 0$ ，解得 $a^2 = \frac{3\sqrt{3}+6}{2}$ ，

所以 $a^2 = \frac{a^2}{b^2} = \frac{6}{3\sqrt{3}+6} = 4 - 2\sqrt{3} = (\sqrt{3} - 1)^2$ ，

所以椭圆的离心率为 $e = \sqrt{3} - 1$.

故选 A.

【点睛】

本题考查了椭圆的几何性质——离心率的求解，其中求椭圆的离心率(或范围)，常见有两种方法：①求出 a, b ，代入公式 $e = \frac{c}{a}$ ；②只需要根据一个条件得到关于 a, b, c 的齐次式，转化为 a, b 的齐次式，然后转化为关于 e 的方程，即可得 e 的值(范围).

7、B

【解析】

利用分步计数原理结合排列求解即可

【详解】

第一步排语文，英语，化学，生物 4 种，且化学排在生物前面，有 $A_4^2 = 12$

种排法；第二步将数学和物理插入前 4 科除最后位置外的 4 个空挡中的 2 个，有 $A_4^2 = 12$ 种排法，所以不同的排表方法共有 $12 \times 12 = 144$ 种.

选 B.

【点睛】

本题考查排列的应用，不相邻采用插空法求解，准确分步是关键，是基础题

8、A

【解析】

根据双曲线的焦距是虚轴长的 2 倍，可得出 $c = 2b$ ，结合 $c^2 = 4b^2 = a^2 + b^2$ ，得出 $a^2 = 3b^2$ ，即可求出双曲线的渐近线方程.

【详解】

解：由双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 可知，焦点在 x 轴上，

则双曲线的渐近线方程为： $y = \pm \frac{b}{a}x$ ，

由于焦距是虚轴长的 2 倍，可得： $c = 2b$ ，

$$\therefore c^2 = 4b^2 = a^2 + b^2,$$

$$\text{即： } a^2 = 3b^2, \quad \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

所以双曲线的渐近线方程为： $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$.

故选：A.

【点睛】

本题考查双曲线的简单几何性质，以及双曲线的渐近线方程.

9、A

【解析】

根据分段函数直接计算得到答案.

【详解】

$$\text{因为 } f(x) = \begin{cases} 2^x - x, & x \geq 0, \\ x^2 + 1, & x < 0, \end{cases} \text{ 所以 } f(f(-1)) = f(2) = 2^2 - 2 = 2.$$

故选：A.

【点睛】

本题考查了分段函数计算，意在考查学生的计算能力.

10、D

【解析】

利用等差数列通项公式推导出 $\lambda = \frac{13-18d}{1+9d}$ ，由 $d \in [1, 2]$ ，能求出实数 λ 取最大值.

【详解】

$\because$ 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列， $a_1=1$ ，公差 $d \in [1, 2]$ ，且 $a_4 + \lambda a_{10} + a_{16} = 15$ ，

$\therefore 1+3d + \lambda(1+9d) + 1+15d = 15$ ，解得 $\lambda = \frac{13-18d}{1+9d}$ ，

$\because d \in [1, 2]$ ， $\lambda = \frac{13-18d}{1+9d} = -2 + \frac{15}{1+9d}$ 是减函数，

$\therefore d=1$ 时，实数 λ 取最大值为 $\lambda = \frac{13-18}{1+9} = -\frac{1}{2}$.

故选 D.

【点睛】

本题考查实数值的最大值的求法，考查等差数列的性质等基础知识，考查运算求解能力，是基础题.

11、C

【解析】

由 $(1+2x)(1+x)^5 = (1+x)^5 + 2x(1+x)^5$ 知，展开式中 x^2 项有两项，一项是 $(1+x)^5$ 中的 x^2 项，另一项是 $2x$ 与 $(1+x)^5$ 中含 x 的项乘积构成.

【详解】

由已知， $(1+2x)(1+x)^5 = (1+x)^5 + 2x(1+x)^5$ ，因为 $(1+x)^5$ 展开式的通项为 $C_5^r x^r$ ，所以

展开式中 x^2 的系数为 $C_5^2 + 2C_5^1 = 20$.

故选：C.

【点睛】

本题考查求二项式定理展开式中的特定项，解决这类问题要注意通项公式应写准确，本题是一道基础题.

12、B

【解析】

先分别判断命题 p, q 真假，再由复合命题的真假性，即可得出结论.

【详解】

p 为真命题；命题 q 是假命题，比如当 $0 > a > b$ ，

或 $a=1$ ， $b=-2$ 时，则 $a^2 > b^2$ 不成立.

则 $p \wedge q$ ， $(\neg p) \wedge (\neg q)$ ， $(\neg p) \vee q$ 均为假.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/565214232012011131>