

有理数的乘除与乘方

一、课堂目标

1. 理解有理数的乘除运算法则，会用法则及运算律进行计算。
2. 理解有理数乘方的概念，会结合有理数的四则运算法则进行混合运算。

【备注】【目标解读】

- a. 关联知识：有理数是整个初中数学知识的基础，有理数的概念及运算，直接影响后期式的运算、方程运算、函数运算的学习。
- b. 本讲解读：本讲重点内容是理解有理数乘除的运算法则，并能应用法则计算。难点是熟练准确的进行有理数乘除、乘方计算。
- c. 能力素养：培养学生数感、运算能力。

二、知识引入

小学我们学过正数和0之间的四则运算，比如我们会计算 $2.5 + \frac{2}{3}$ 、 $19 - 8$ 、 $19 + 0 - 8 + 1$ 、 $12 \times \frac{3}{2}$ 、 $16 \div 10.8$ 、 $0 \times 88 + 3$ 等等这样的算式；

进入初中，正负数的引入导致了数系的扩充、因此初中的计算要分为两部分——符号与绝对值——进行讨论，所有的运算都要先定符号、再定数值；当我们遇到正数与负数、负数与0的四则运算，比如 $8.5 \times (-4.5)$ 、 $4 \div (-0.2)$ 等等，该如何定号和定值呢？

【备注】【教法指导】

上面的过渡语请教师先简单叙述、以便引出本节课要学习的内容，再进行后面的内容。

通过小学的学习我们知道 6×3 可以理解为 $6 + 6 + 6$ （即3个6相加），所以 $6 \times 3 = 6 + 6 + 6 = 18$ ；也知道 $-(-2)$ 可以理解为 -2 的相反数；那么完成下面填空：

$(-6) \times 3 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

$6 \times (-3) = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

$(-6) \times (-3) = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

填完空你发现有理数乘法计算过程中有什么规律吗？

【备注】【教学建议】

- 1、填空

$$-6 \times 3 = (-6) + (-6) + (-6) = -18;$$

$$6 \times (-3) = (-3) + (-3) + (-3) + (-3) + (-3) + (-3) = -18;$$

$$(-6) \times (-3) = -1 \times [6 \times (-3)] = 18 \text{ (可以理解成 } 6 \times (-3) \text{ 的相反数)}.$$

2、通过填空发现，两个正数相乘结果为正，两个负数相乘结果也是正；而一正一负两个数相乘结果为负。还可以在举几个类似的例子，带学生体会乘除的符号规律，有了这样的体会，就可以引入有理数乘法法则。

三、知识讲解

1. 有理数的乘法

有理数乘法法则

有理数的乘法法则：

两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘。

任何数与 0 相乘，都得 0。

【运算步骤】先确定积的符号，再求积的绝对值、即把两个因数的绝对值相乘；因数中有 0 则积为 0。

【推广】多个数相乘时，先确定积的符号：负因数有奇数个则积为负数、负因数有偶数个则积为正数，再求积的绝对值、即把每个因数的绝对值相乘；因数中有 0 则积为 0。（简称：奇负偶正）

【备注】 **【教学建议】**

请教师一定要强调运算步骤，并在后面的例题中详细展示：先写出积的符号、再写出绝对值相乘的算式、最后完成计算。

经典例题1

计算：

$$(1) (+12) \times \left(+\frac{2}{3}\right) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(2) \left(-\frac{5}{6}\right) \times \frac{12}{7} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(3) 2\frac{1}{5} \times \left(-\frac{7}{11}\right) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(4) \left(-2\frac{5}{6}\right) \times \left(-2\frac{2}{17}\right) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】 (1) 8

$$(2) -\frac{10}{7}$$

$$(3) -\frac{7}{5}$$

$$(4) 6$$

【解析】(1) $(+12) \times \left(+\frac{2}{3}\right) = 8$.

$$(2) \left(-\frac{5}{6}\right) \times \frac{12}{7} = -\frac{10}{7}.$$

$$(3) 2\frac{1}{5} \times \left(-\frac{7}{11}\right) = -\frac{7}{5}.$$

$$(4) \left(-2\frac{5}{6}\right) \times \left(-2\frac{2}{17}\right) = 6.$$

【标注】【知识点】有理数乘法运算

思路梳理

知识点：

1、_____

2、_____

3、_____

|| 题目练习1

1. $65 \times 8 = \underline{\hspace{2cm}}$ $65 \times (-8) = \underline{\hspace{2cm}}$
 $(-65) \times 8 = \underline{\hspace{2cm}}$ $(-65) \times (-8) = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】520；-520；-520；520

【标注】【知识点】有理数乘法运算

2. 计算： $0 \times (-6) = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】0

【解析】 $0 \times (-6) = 0.$

【标注】【知识点】有理数乘法运算

3. 填空：

$$(1) -\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(2)

$$\frac{2}{3} \times \left(-\frac{9}{4}\right) = \underline{\hspace{2cm}} .$$

【答案】(1) -1

(2) $-\frac{3}{2}$

【解析】(1) 略 .

(2) 略 .

【标注】【知识点】有理数乘法运算

4. $-30.5 \times 0.2 = \underline{\hspace{2cm}}$

$-4.8 \times (-1.25) = \underline{\hspace{2cm}}$

$-\frac{34}{15} \times 25 = \underline{\hspace{2cm}}$

$-0.3 \times \left(-\frac{10}{7}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

【答案】 -6.1 ; 6 ; $-\frac{170}{3}$; $\frac{3}{7}$

【解析】略

【标注】【知识点】有理数乘法运算

有理数乘法运算律

有理数乘法运算律

(1) 乘法交换律： $ab = ba$.

(2) 乘法结合律： $(ab)c = a(bc)$.

(3) 乘法分配律： $a(b+c) = ab+ac$.

【备注】【教学建议】

1 . 交换律：有理数乘法中，两个数相乘，交换因数得位置，积相等 .

结合律：在有理数乘法中，三个数相乘，先把前两个数相乘，或者先把后两个数相乘，积相等 .

分配律：有理数乘法中，一个数同两个的和相乘，等于把这两个数分别同这两个数相乘，再把积相加 .

2 . 【知识拓展】乘法结合律可以推广到三个以上的数，如 $(ab)cd = ab(cd)$.

【易错点津】

(1) 乘法交换律和乘法结合律是指因数的位置交换、因数的结合，它们都包含自身符号。

(2) 运用乘法分配律时，不要漏乘，并注意符号，如 $-a(b-c) = (-ab) + (-a)(-c)$ 。

【备注】【教学建议】

乘法分配律变号问题，是初一失分的重点，建议做题时，先用分配律，再去括号。虽然计算步骤多了一步，但是给孩子强调了一点：**符号很重要**。当养成注意变号的习惯后，这一步可以直接跳过。

经典例题2

1. 计算：

$$(1) (-3) \times \left(-1\frac{4}{5}\right) \times \left(-1\frac{1}{9}\right) \times \left(+5\frac{1}{2}\right) \times \frac{3}{11}.$$

$$(2) \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{36} - \frac{1}{6} + \frac{1}{12}\right) \times (-48).$$

【答案】 (1) -9 .

$$(2) -\frac{20}{3}.$$

【解析】 (1) 原式 $= -\left(3 \times \frac{9}{5} \times \frac{10}{9} \times \frac{11}{2} \times \frac{3}{11}\right) = -(3 \times 3) = -9$.

$$(2) \text{原式} = -12 + \frac{4}{3} + 8 - 4 = \frac{4}{3} - 8 = -6\frac{2}{3} = -\frac{20}{3}.$$

【标注】【知识点】 有理数乘除混合运算

思路梳理

知识点：

1、_____

2、_____

3、_____

2. 运用简便方法计算： $\left(-99\frac{32}{33}\right) \times 33$.

【答案】 -3299 .

【解析】 原式 $= \left(-100 + \frac{1}{33}\right) \times 33 = -3300 + 1 = -3299$.

【标注】【知识点】 有理数乘法运算

知识点：

1、 _____

2、 _____

3、 _____

|| 题目练习2

1. 计算： $\left(-\frac{1}{8}\right) \times 1\frac{1}{4} \times \left(-\frac{4}{5}\right) \times 16 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 2

【解析】 $= \frac{1}{8} \times \frac{5}{4} \times \frac{4}{5} \times 16 = 2$.

【标注】 【知识点】有理数乘法运算

2. 计算： $(-13) \times (-15) \times 0 \times (-901) = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 0

【解析】 $(-13) \times (-15) \times 0 \times (-901) = 0$.

【标注】 【知识点】有理数乘法运算

3. 计算：

(1) $-71\frac{15}{16} \times (-8)$.

【答案】 (1) 575.5 .

【解析】 (1) 原式 $= \left(-71 - \frac{15}{16}\right) \times (-8)$
 $= (-71) \times (-8) + \left(-\frac{15}{16}\right) \times (-8)$
 $= 568 + \frac{15}{2}$
 $= 568 + 7.5$
 $= 575.5$.

【标注】 【知识点】有理数除法运算

4. $\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{1}{8}\right) \times (-24)$.

【答案】3.

【解析】原式 = $\frac{1}{2} \times (-24) + \left(-\frac{3}{4}\right) \times (-24) + \frac{1}{8} \times (-24)$
 $= (-12) + 18 + (-3)$
 $= 3$.

【标注】【知识点】有理数乘法运算

2. 有理数的除法

倒数

倒数：乘积是1的两个数互为倒数.

负倒数：乘积是-1的两个数互为负倒数.

【注意】0没有倒数和负倒数.

【知识拓展】

(1) 根据乘法法则中“同号得正”可知互为倒数的两个数符号相同，即正数的倒数是正数，负数的倒数是负数.

(2) 倒数是本身的数只有-1和1，0没有倒数.

(3) $a(a \neq 0)$ 的倒数可以用 $\frac{1}{a}$ 表示、负倒数可以用 $-\frac{1}{a}$ 表示.

【备注】【教学建议】

1. 由负数的引入，倒数的概念可以拓展到有理数.

2. 第(3)条告诉我们，求一个整数(0除外)的倒数，直接写成这个数分之一即可；求一个真分数的倒数，把这个数的分子、分母交换位置即可；求一个带分数的倒数，首先将带分数化成假分数，再交换分子、分母的位置；求一个小数的倒数，需把小数化为分数后，再求其倒数.

经典例题3

$2\frac{4}{7}$ 的倒数是 _____，负倒数是 _____.

【答案】 $\frac{7}{18}$ ； $-\frac{7}{18}$

【解析】根据倒数的定义：若两个数的乘积是1，我们就称这两个数互为倒数.

若两个数乘积为 -1 ，则称这两个是互为负倒数。

$\therefore 2\frac{4}{7}$ 的倒数是 $\frac{7}{18}$ ，负倒数是 $-\frac{7}{18}$ 。

【标注】 【知识点】负倒数的定义

思路梳理

知识点：

1、 _____

2、 _____

3、 _____

|| 题目练习3

1. 求倒数：

(1) 5的倒数是 _____ 。

(2) 3.75的倒数是 _____ 。

(3) $2\frac{4}{7}$ 的倒数是 _____ 。

(4) -3.75 的倒数是 _____ 。

【答案】 (1) $\frac{1}{5}$
(2) $\frac{4}{15}$
(3) $\frac{7}{18}$
(4) $-\frac{4}{15}$

【标注】 【知识点】倒数的定义

【能力】 运算能力

2. 若两数之积为 1 ，则这两数互为 _____ ；

若两数之商为 1 ，则这两数 _____ ；

若两数之积为 -1 ，则这两数互为 _____ ；

若两数之商为 -1 ，则这两数互为 _____ 。

【答案】 倒数；相等；负倒数；相反数

【标注】 【知识点】相反数的性质

有理数的除法

与小学学过的除法一样，有理数的除法和乘法也是互逆的；

有理数除法法则：

除以一个不等于 0 的数等于乘上这个数的倒数，即 $a \div b = a \cdot \frac{1}{b} (b \neq 0)$.

【运算步骤】先确定商的符号（同号得正异号得负），再求商的绝对值、即把绝对值相除；被除数为 0 则商为 0 .

【推广】多个数相乘除时，先确定结果的符号：有奇数个负数则结果为负数、有偶数个负数则结果为正数，再求结果的绝对值、即把每个数的绝对值相乘除；被除数中有 0 则结果为 0 .

【备注】【教学建议】

请教师一定要强调运算步骤，并在后面的例题中详细展示：先写出结果的符号、再写出绝对值相乘除的算式、最后完成计算 .

经典例题4

计算：

$$(1) 2 \div \left(-\frac{1}{2}\right) = \underline{\hspace{2cm}} .$$

$$(2) 9 \div \left(-\frac{3}{5}\right) = \underline{\hspace{2cm}} .$$

$$(3) \left(-2\frac{9}{11}\right) \div 31 = \underline{\hspace{2cm}} .$$

$$(4) -4 \div (-0.25) = \underline{\hspace{2cm}} .$$

【答案】(1) -4

(2) -15

(3) $-\frac{1}{11}$

(4) 16

【解析】(1) $2 \div \left(-\frac{1}{2}\right) = -4$.

$$(2) 9 \div \left(-\frac{3}{5}\right) = -15 .$$

$$(3) \left(-2\frac{9}{11}\right) \div 31 = -\frac{1}{11} .$$

$$(4) -4 \div (-0.25) = 16 .$$

【标注】【能力】运算能力

【知识点】有理数除法运算

思路梳理

知识点：

1、 _____

2、 _____

3、 _____

▮ 题目练习4

填空：

(1) $(-500) \div (+2) =$ _____ .

(2) $(-500) \div (-2) =$ _____ .

(3) $(-12) \div \left(-\frac{1}{2}\right) =$ _____ .

(4) $5.2 \div \left(-3\frac{3}{25}\right) =$ _____ .

【答案】(1) -250

(2) 250

(3) 24

(4) $-\frac{5}{3}$

【解析】(1) 原式 $= -(500 \div 2) = -250$.

(2) 原式 $= 500 \div 2 = 250$.

(3) 原式 $= 12 \div \frac{1}{2} = 24$.

(4) 原式 $= -\left(5.2 \div 3\frac{3}{25}\right) = -\frac{5}{3}$.

【标注】 【知识点】有理数除法运算

▮ 经典例题5

计算：

(1) $\left(-\frac{3}{4}\right) \div \left(-\frac{3}{7}\right) \div \left(-1\frac{1}{6}\right)$.

【答案】(1) $-\frac{3}{2}$.

【解析】(1) 原式 = $\left(-\frac{3}{4}\right) \div \left(-\frac{3}{7}\right) \div \left(-1\frac{1}{6}\right)$
 $= \left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{7}{3}\right) \times \left(-\frac{6}{7}\right)$
 $= -\frac{3}{2}.$

【标注】【能力】运算能力

【知识点】有理数除法运算

思路梳理

知识点：

1、_____

2、_____

3、_____

|| 题目练习5

1. 计算： $-\frac{3}{8} \div \frac{2}{3} \div (-18)$

【答案】 $\frac{1}{32}$

【解析】 $-\frac{3}{8} \div \frac{2}{3} \div (-18) = \frac{3}{8} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{18} = \frac{1}{32}$

【标注】【知识点】有理数除法运算

2. 计算： $(-1) \div (-5\frac{1}{3}) \div (-2\frac{1}{4}).$

【答案】 $-\frac{1}{12}.$

【解析】 $(-1) \times (-\frac{3}{16}) \times (-\frac{4}{9}) = -\frac{1}{12}.$

【标注】【能力】运算能力

【知识点】有理数除法运算

|| 经典例题6

计算： $\left(\frac{1}{2} - 3 + \frac{5}{6} - \frac{7}{12}\right) \div \left(-\frac{1}{36}\right) = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 81

【解析】 $\left(\frac{1}{2} - 3 + \frac{5}{6} - \frac{7}{12}\right) \div \left(-\frac{1}{36}\right)$
 $= \left(\frac{1}{2} - 3 + \frac{5}{6} - \frac{7}{12}\right) \times (-36)$
 $= -18 + 108 - 30 + 21$
 $= 81.$

【标注】 【知识点】有理数除法运算

思路梳理

知识点：

- 1、 _____
- 2、 _____
- 3、 _____

|| 题目练习6

1. 计算： $\left(-36\frac{9}{11}\right) \div 9$.

【答案】 $-4\frac{1}{11}$.

【解析】 原式 $= -\left(36 + \frac{9}{11}\right) \times \frac{1}{9}$
 $= -4 - \frac{9}{11} \times \frac{1}{9}$
 $= -4 - \frac{1}{11}$
 $= -4\frac{1}{11}.$

【标注】 【知识点】有理数除法运算

2. 计算： $\left(-\frac{1}{12} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) \div \left(-\frac{1}{18}\right) =$ _____ .

【答案】 $\frac{9}{2}$ 或 4.5 或 $4\frac{1}{2}$

【解析】 原式 $= \left(-\frac{1}{12} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) \times (-18)$
 $= -\frac{1}{12} \times (-18) + \frac{1}{3} \times (-18) + \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-18)$
 $= \frac{3}{2} - 6 + 9$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/565241022333011124>