开学自我检测 01（易）

（考试时间：120 分钟　试卷满分：150 分）

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已经集合 $A=\{x\mid x^2\le 3\}$，$B=\{-2,-1,1,2\}$，则 $B\cap(\complement_{\mathbb{R}}A)=$（　）

A．$\{-2\}$　　B．$\{-1\}$　　C．$\{-1,1\}$　　D．$\{-2,2\}$

【答案】D

【分析】先计算一元二次不等式求出 A，再根据补集定义求出 $\complement_{\mathbb{R}}A$，最后应用交集定义运算求解即可.

【详解】∵ $A=\{x\mid -\sqrt{3}\le x\le\sqrt{3}\}$，$B=\{-2,-1,1,2\}$，

∴ $\complement_{\mathbb{R}}A=\{x\mid x<-\sqrt{3}$ 或 $x>\sqrt{3}\}$，$B\cap(\complement_{\mathbb{R}}A)=\{-2,2\}$，

故选：D.

2．已知 i 是虚数单位，复数 z 满足 $(1+\mathrm{i})z=1-\mathrm{i}$，则 $|z|=$（　）

A．-1　　B．1　　C．$\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{3}$

【答案】B

【分析】根据复数的运算法则，化简得到 $z=-\mathrm{i}$，结合复数模的计算公式，即可求解.

【详解】由复数 z 满足 $(1+\mathrm{i})z=1-\mathrm{i}$，可得 $z=\dfrac{1-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=\dfrac{(1-\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}=-\mathrm{i}$，所以 $|z|=1$.

故选：B.

3．已知向量 $\vec{a},\vec{b}$ 不共线，且向量 $\vec{a}+\lambda\vec{b}$ 与 $(\lambda-1)\vec{a}+2\vec{b}$ 共线，则实数 λ 的值为（　）

A．-2 或 -1　　B．-2 或 1　　C．-1 或 2　　D．1 或 2

【答案】C

【分析】利用平面向量共线基本定理列等式，利用不共线向量相等列方程组求解.

【详解】若向量 $\vec{a}+\lambda\vec{b}$ 与 $(\lambda-1)\vec{a}+2\vec{b}$ 共线，

则存在实数 k，使得 $(\lambda-1)\vec{a}+2\vec{b}=k(\vec{a}+\lambda\vec{b})=k\vec{a}+k\lambda\vec{b}$，

又因为向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 不共线，所以 $\begin{cases}\lambda-1=k,\\ 2=k\lambda\end{cases}$，解得 $\lambda=2$ 或 $\lambda=-1$.

故选：C.

开学自我检测 01（易）

（考试时间：120 分钟　试卷满分：150 分）

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已经集合 $A=\{x\mid x^2\le 3\}$，$B=\{-2,-1,1,2\}$，则 $B\cap(\complement_{\mathbb{R}}A)=$（　）

A．$\{-2\}$　　B．$\{-1\}$　　C．$\{-1,1\}$　　D．$\{-2,2\}$

【答案】D

【分析】先计算一元二次不等式求出 A，再根据补集定义求出 $\complement_{\mathbb{R}}A$，最后应用交集定义运算求解即可.

【详解】∵ $A=\{x\mid -\sqrt{3}\le x\le\sqrt{3}\}$，$B=\{-2,-1,1,2\}$，

∴ $\complement_{\mathbb{R}}A=\{x\mid x<-\sqrt{3}$ 或 $x>\sqrt{3}\}$，$B\cap(\complement_{\mathbb{R}}A)=\{-2,2\}$，

故选：D.

2．已知 i 是虚数单位，复数 z 满足 $(1+\mathrm{i})z=1-\mathrm{i}$，则 $|z|=$（　）

A．-1　　B．1　　C．$\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{3}$

【答案】B

【分析】根据复数的运算法则，化简得到 $z=-\mathrm{i}$，结合复数模的计算公式，即可求解.

【详解】由复数 z 满足 $(1+\mathrm{i})z=1-\mathrm{i}$，可得 $z=\dfrac{1-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=\dfrac{(1-\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}=-\mathrm{i}$，所以 $|z|=1$.

故选：B.

3．已知向量 $\vec{a},\vec{b}$ 不共线，且向量 $\vec{a}+\lambda\vec{b}$ 与 $(\lambda-1)\vec{a}+2\vec{b}$ 共线，则实数 λ 的值为（　）

A．-2 或 -1　　B．-2 或 1　　C．-1 或 2　　D．1 或 2

【答案】C

【分析】利用平面向量共线基本定理列等式，利用不共线向量相等列方程组求解.

【详解】若向量 $\vec{a}+\lambda\vec{b}$ 与 $(\lambda-1)\vec{a}+2\vec{b}$ 共线，

则存在实数 k，使得 $(\lambda-1)\vec{a}+2\vec{b}=k(\vec{a}+\lambda\vec{b})=k\vec{a}+k\lambda\vec{b}$，

又因为向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 不共线，所以 $\begin{cases}\lambda-1=k,\\ 2=k\lambda\end{cases}$，解得 $\lambda=2$ 或 $\lambda=-1$.

故选：C.

4．已知 $f(x)=\begin{cases}(2a-1)x+3a,x<1\\ \log_a x,x\geq 1\end{cases}$ 是定义在 R 上的减函数，则 a 的取值范围是（　）

A．$\left(0,\frac{1}{2}\right)$　　B．$\left(0,\frac{1}{2}\right]$　　C．$\left(\frac{1}{5},\frac{1}{2}\right)$　　D．$\left[\frac{1}{5},\frac{1}{2}\right)$

【答案】D

【分析】分段函数为减函数需满足三个条件，一是上支为减函数，二是下支为减函数，三是下支的最大值小于或等于上支的下界，列不等式组即可解得.

【详解】要使函数 $f(x)=\begin{cases}(2a-1)x+3a,x<1\\ \log_a x,x\geq 1\end{cases}$ 在 R 上为减函数，

需满足 $\begin{cases}2a-1<0\\ 2a-1+3a\geq \log_a 1\\ 0<a<1\end{cases}$，解得 $\frac{1}{5}\leq a<\frac{1}{2}$.

故选：D.

5．惊艳全世界的南非双曲线大教堂是由伦敦著名建筑事务所 steynstudio 完成的．若将如图所示的双曲线大教堂外形弧线的一段近似看成 $y^2-\frac{x^2}{m}=1(m>0)$ 下支的一部分，且此双曲线的一条渐近线方程为 $2x-my=0$，则此双曲线的离心率为（　）



A．4　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．$\sqrt{5}$

【答案】D

【分析】首先根据双曲线的渐近线方程得到 $\frac{2}{m}=\frac{1}{\sqrt{m}}$，从而得到 $a=1$，$b=2$，$c=\sqrt{5}$，再求离心率即可.

【详解】双曲线 $y^2-\frac{x^2}{m}=1\ (m>0)$，$a=1$，$b=\sqrt{m}$，

因为双曲线的一条渐近线方程为 $2x-my=0$，即 $y=\frac{2}{m}x$，

所以 $\frac{2}{m}=\frac{1}{\sqrt{m}}$，解得 $m=4$，

所以 $a=1$，$b=2$，$c=\sqrt{5}$，$e=\frac{c}{a}=\sqrt{5}$.

故选：D.

6．过坐标原点O作圆$C:x^2+y^2-4x+3=0$的两条切线，切点分别为M，N，则$|MN|=$（　）

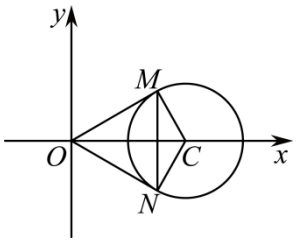
A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$\frac{3}{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

【答案】C

【分析】根据题意可得$\triangle MON$为等边三角形，可得结果.

【详解】圆$x^2+y^2-4x+3=0$化为标准方程为$(x-2)^2+y^2=1$，

其圆心为$C(2,0)$，半径为1，



由题意知，$|MC|=|NC|=1$，$|OM|=|ON|$，$ON\perp CN$，$|OC|=2$，

所以$\sin\angle NOC=\frac{|CN|}{|OC|}=\frac{1}{2}$，所以$\angle NOC=30°$.

所以$\angle MON=2\angle NOC=60°$，且$|ON|=2\cos 30°=\sqrt{3}$，

所以$\triangle MON$为等边三角形，

所以$|MN|=|ON|=\sqrt{3}$.

故选:C.

7．若数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$满足$a_1=2$，$b_1=0$，$2a_{n+1}=3a_n+b_n+2$，$2b_{n+1}=a_n+3b_n-2$，则$a_{2024}+b_{2023}=$（　）

A．$2\times 3^{2023}+1$　　B．$3\times 2^{2022}+1$

C．$3\times 2^{2023}+1$　　D．$3\times 2^{2022}-1$

【答案】B

【分析】根据递推关系可得$\{a_n+b_n\}$是以2为首项，2为公比的等比数列，进而得$a_n+b_n=2^n$，即可根据$a_{n+1}+b_n=\frac{3}{2}(a_n+b_n)+1$代入求解.

【详解】因为$2a_{n+1}=3a_n+b_n+2$，$2b_{n+1}=a_n+3b_n-2$，

所以 $2a_{n+1}+2b_{n+1}=a_n+3b_n-2+3a_n+b_n+2=4\left(a_n+b_n\right)$，即 $a_{n+1}+b_{n+1}=2\left(a_n+b_n\right)$，

又 $a_1+b_1=2$，所以 $\left\{a_n+b_n\right\}$ 是以 2 为首项，2 为公比的等比数列，

所以 $a_n+b_n=2^n$，又 $2a_{n+1}=3a_n+b_n+2$，即 $a_{n+1}=\frac{3}{2}a_n+\frac{1}{2}b_n+1$，

所以 $a_{n+1}+b_n=\frac{3}{2}a_n+\frac{1}{2}b_n+1+b_n=\frac{3}{2}\left(a_n+b_n\right)+1=\frac{3}{2}\times 2^n+1$

所以 $a_{2024}+b_{2023}=\frac{3}{2}\times 2^{2023}+1=3\times 2^{2022}+1$；

故选：B

8．设函数 $f\left(x\right)=\cos x+\left|\sin x\right|$，则（　）

A．$f\left(x\right)\in\left[-\sqrt{2},\sqrt{2}\right]$ 且 $f\left(x\right)$ 在 $\left(\pi,\frac{7\pi}{4}\right)$ 单调递增

B．$f\left(x\right)\in\left[-\sqrt{2},\sqrt{2}\right]$ 且 $f\left(x\right)$ 在 $\left(\pi,\frac{7\pi}{4}\right)$ 单调递减

C．$f\left(x\right)\in\left[-1,\sqrt{2}\right]$ 且 $f\left(x\right)$ 在 $\left(\pi,\frac{7\pi}{4}\right)$ 单调递增

D．$f\left(x\right)\in\left[-1,\sqrt{2}\right]$ 且 $f\left(x\right)$ 在 $\left(\pi,\frac{7\pi}{4}\right)$ 单调递减

【答案】C

【分析】首先证明函数 $f(x)$ 的周期为 2π，然后分 $0\le x<\pi$ 与 $\pi\le x\le 2\pi$ 两种情况分别讨论函数的值域，判断函数的单调区间即可．

【详解】由于 $f(x+\pi)=\cos(x+\pi)+|\sin(x+\pi)|=-\cos x+|\sin x|\ne f(x)$，得 $f(x)$ 的最小正周期不是 π；

$f(x+2\pi)=\cos(x+2\pi)+|\sin(x+2\pi)|=\cos x+|\sin x|=f(x)$，则 $f(x)$ 的周期为 2π，

当 $x\in\left[0,\pi\right)$ 时，$f(x)=\cos x+\sin x=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$，

由于 $0\le x<\pi$，得 $\frac{\pi}{4}\le x+\frac{\pi}{4}<\frac{5\pi}{4}$，故 $\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})\in\left(-1,\sqrt{2}\right]$，

当 $x\in\left[\pi,2\pi\right]$ 时，$f(x)=\cos x-\sin x=\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$，

由于 $\pi\le x\le 2\pi$，得 $\frac{5\pi}{4}\le x+\frac{\pi}{4}\le\frac{9\pi}{4}$，故 $\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\in[-1,\sqrt{2}]$，

综上所述，可得 $f(x)$ 的值域为 $[-1,\sqrt{2}]$，

当 $x\in\left(\pi,\frac{7\pi}{4}\right)$ 时，$f(x)=\cos x-\sin x=\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$，

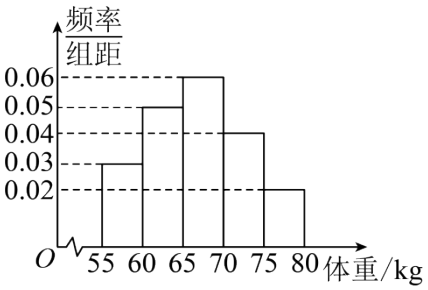
由于 $\pi<x<\frac{7\pi}{4}$，得 $\frac{5\pi}{4}<x+\frac{\pi}{4}<2\pi$，

根据余弦函数性质可知 $f(x)$ 在 $\left(\pi,\frac{7\pi}{4}\right)$ 上单调递增．故 C 选项正确．

故选：C．

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9．少年强则国强，少年智则国智，党和政府一直重视青少年的健康成长，出台了一系列政策和行动计划，提高学生身体素质，为了加强对学生的营养健康监测，某校在 3000 名学生中，抽查了 100 名学生的体重数据情况.根据所得数据绘制样本的频率分布直方图如图所示，则下列结论正确的是（　）



A．样本的众数为 65

B．该校学生中低于 65kg 的学生大约为 1200 人

C．样本的第 80 百分位数为 72.5

D．样本的平均值为 66.75

【答案】BCD

【分析】由频率分布直方图得众数，百分位数，平均数后判断

【详解】对于 A，样本的众数为 67.5，故 A 错误，

对于 B，该校学生中低于 65kg 的学生大约为 $3000\times(0.03+0.05)\times5=1200$，故 B 正确，

对于 C，体重位于 $[55,70)$ 的频率为 $(0.03+0.05+0.06)\times5=0.7$，

体重位于 $[55,75)$ 的频率为 $(0.03+0.05+0.06+0.4)\times5=0.9$，

故第 80 百分位数位于 $[70,75)$，设其为 x，则 $0.7+0.04\times(x-70)=0.8$，得 $x=72.5$，故 C 正确，

对于 D，样本的平均值为 $57.5\times0.15+62.5\times0.25+67.5\times0.3+72.5\times0.2+77.5\times0.1=66.75$，故 D 正确，

故选：BCD

10．尽管目前人类还无法准确预报地震，但科学家经过研究，已经对地震有所了解，例如，地震时释放的能量 E（单位：焦耳）与地震里氏震级 M 之间的关系为 $\lg E=4.8+1.5M$，则下列说法正确的是（　）

A．地震释放的能量为 $10^{15.3}$ 焦耳时，地震里氏震级约为七级

B．八级地震释放的能量约为七级地震释放的能量的 6.3 倍

C．八级地震释放的能量约为六级地震释放的能量的 1000 倍

D．记地震里氏震级为 n（n=1，2，…，9，10），地震释放的能量为 an，则数列{an}是等比数列

【答案】ACD

【分析】根据所给公式，结合指对互化原则，逐一分析各个选项，即可得答案.

【详解】对于 A：当 $E=10^{15.3}$ 时，由题意得 $\lg 10^{15.3}=4.8+1.5M$，

解得 $M=7$，即地震里氏震级约为七级，故 A 正确；

对于 B：八级地震即 $M=8$ 时，$\lg E_1=4.8+1.5\times 8=16.8$，解得 $E_1=10^{16.8}$，

所以 $\dfrac{E_1}{E}=\dfrac{10^{16.8}}{10^{15.3}}=10^{1.5}>10\neq 6.3$，

所以八级地震释放的能量约为七级地震释放的能量的 $10^{1.5}$ 倍，故 B 错误；

对于 C：六级地震即 $M=6$ 时，$\lg E_2=4.8+1.5\times 6=13.8$，解得 $E_2=10^{13.8}$，

所以 $\dfrac{E_1}{E_2}=\dfrac{10^{16.8}}{10^{13.8}}=10^3=1000$，

即八级地震释放的能量约为六级地震释放的能量的 1000 倍，故 C 正确；

对于 D：由题意得 $\lg a_n=4.8+1.5n$（n=1，2，…，9，10），

所以 $a_n=10^{4.8+1.5n}$，所以 $a_{n+1}=10^{4.8+1.5(n+1)}=10^{6.3+1.5n}$

所以 $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=\dfrac{10^{6.3+1.5n}}{10^{4.8+1.5n}}=10^{1.5}$，即数列{$an$}是等比数列，故 D 正确；

故选：ACD

11．对于函数 $f(x)=\dfrac{\ln x}{x^2}$，下列说法正确的是（　　）

A．$f(x)$ 在 $x=\sqrt{\mathrm{e}}$ 处取得极大值 $\dfrac{1}{2\mathrm{e}}$

B．$f(x)$ 有两个不同的零点

C．$f(\sqrt{2})<f(\sqrt{\pi})<f(\sqrt{3})$

D．若 $\ln x<kx^2$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，则 $k>\dfrac{1}{\mathrm{e}}$

【答案】AC

【分析】根据导函数确定 $f(x)$ 的单调性极值及最值情况，就能确定选项的正误.

【详解】A 选项，$f(x)=\dfrac{\ln x}{x^2}$，定义域为 $(0,+\infty)$，

$\therefore f'(x)=\dfrac{1-2\ln x}{x^3}$，令 $f'(x)=0$，解得 $x=\sqrt{e}$，

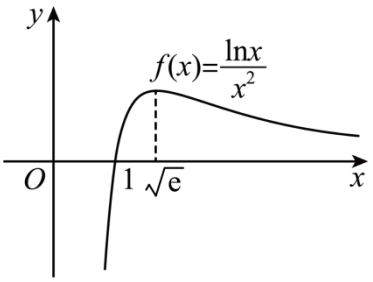
当 $0<x<\sqrt{e}$ 时，$f'(x)>0$，∴函数 $f(x)$ 在 $(0,\sqrt{e})$ 上单调递增，

当 $x>\sqrt{e}$ 时，$f'(x)<0$，∴函数 $f(x)$ 在 $(\sqrt{e},+\infty)$ 上单调递减，

∴函数在 $x=\sqrt{e}$ 时取得极大值也是最大值 $f(\sqrt{e})=\dfrac{1}{2e}$，故 A 对；

B 选项，∵ $0<x<1$ 时，$f(x)<0$，$f(1)=0$，$f(x)_{\max}=f(\sqrt{e})=\dfrac{1}{2e}$，

当 $x>1$ 时，$f(x)>0$，如图所示：



∴函数 $f(x)$ 有且只有唯一一个零点，故 B 错；

C 选项，∵当 $x>\sqrt{e}$ 时，$f(x)$ 为单调递减函数，∴ $f(\sqrt{\pi})<f(\sqrt{3})$，

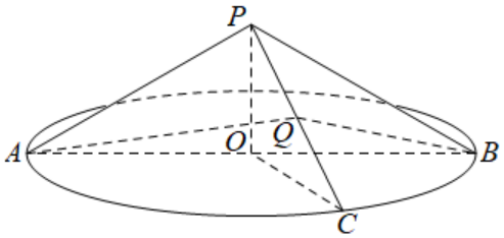
∵ $f(\sqrt{2})=\dfrac{\ln\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\ln 2}{4}=f(2)<f(\sqrt{\pi})$，所以 $f(\sqrt{2})<f(\sqrt{\pi})<f(\sqrt{3})$，故 C 对；

D 选项，若 $\ln x<kx^2$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，即 $\dfrac{\ln x}{x^2}<k$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒成立，

由 $f(x)_{\max}=f(\sqrt{e})=\dfrac{1}{2e}$，则 $k>\dfrac{1}{2e}$，故 D 错.

故选：AC.

12．如图，在圆锥 PO 中，已知圆 O 的直径 $AB=6$，点 C 是底面圆 O 上异于 A 的动点，圆锥的侧面展开图是圆心角为 $\sqrt{3}\pi$ 的扇形．$\overrightarrow{CQ}=\lambda\overrightarrow{CP}(\dfrac{1}{3}\le\lambda\le\dfrac{1}{2})$，则（　　）



A．△PAC 面积的最大值为 $3\sqrt{3}$

B．$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ}$ 的值与 λ 的取值有关

C．三棱锥 $A-BQC$ 体积的最大值为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

D．若 $\overset{\frown}{AC}=2\overset{\frown}{CB}$，$AQ$ 与圆锥底面所成的角为 θ，则 $\tan\theta\in\left[\frac{\sqrt{57}}{57},\frac{\sqrt{21}}{21}\right]$

【答案】CD

【分析】根据给定条件，求出圆锥的母线长及圆锥的高，并求出轴截面顶角，再逐项分析判断作答.

【详解】设圆锥的母线长为 l，由 $2\pi\times3=\sqrt{3}\pi\times l$，得 $l=2\sqrt{3}$，而圆锥底面圆半径 $r=3$，

圆锥的高 $PO=\sqrt{l^2-r^2}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-3^2}=\sqrt{3}$，则 $\angle APB=2\angle APO=120^\circ$，

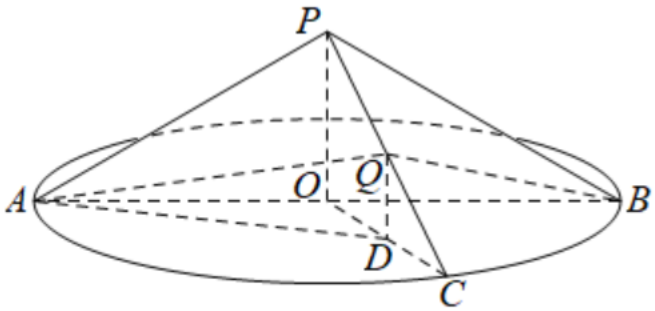
$S_{\triangle PAC}=\frac{1}{2}l^2\sin\angle APC\le\frac{1}{2}\times(2\sqrt{3})^2\sin90^\circ=6$，当且仅当 $AP\perp PC$ 时取等号，A 错误；

当 $AP\perp PC$ 时，$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ}=|\overrightarrow{AP}||\overrightarrow{AQ}|\cos\angle PAQ=|\overrightarrow{AP}|^2=12$，与 λ 的取值无关，B 错误；

过 Q 作 $QD//PO$ 交 OC 于 D，由 $PO\perp$ 平面 ABC，得 $QD\perp$ 平面 ABC，

由 $\overrightarrow{CQ}=\lambda\overrightarrow{CP}$，得 $QD=\lambda PO=\sqrt{3}\lambda$，于是 $V_{A-BQC}=V_{Q-ABC}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}\cdot QD=\frac{\sqrt{3}\lambda}{3}S_{\triangle ABC}$，

所以当且仅当 $\lambda=\frac{1}{2}$，且 C 为 $\overset{\frown}{AB}$ 中点时，三棱锥 $A-BQC$ 体积取最大值 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times6\times3\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，C 正确；



若 $\overset{\frown}{AC}=2\overset{\frown}{CB}$，则 $\angle AOC=120^\circ,\angle BOC=60^\circ$，由C选项知，$\angle QAD$ 为 AQ 与圆锥底面所成的角，

即 $\angle QAD=\theta,\tan\theta=\frac{QD}{AD}$，显然 $OD=(1-\lambda)OC=3(1-\lambda)$，在 $\triangle AOD$ 中，

$AD=\sqrt{3^2+9(1-\lambda)^2-2\times3\times3(1-\lambda)\cos120^\circ}=3\sqrt{\lambda^2-3\lambda+3}$，

$\tan\theta=\frac{QD}{AD}=\frac{\sqrt{3}\lambda}{3\sqrt{\lambda^2-3\lambda+3}}=\frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{\frac{3}{\lambda^2}-\frac{3}{\lambda}+1}}=\frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{3(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}}}$，而 $\frac{1}{3}\le\lambda\le\frac{1}{2}$，

所以 $\tan\theta\in[\frac{\sqrt{57}}{57},\frac{\sqrt{21}}{21}]$，D 正确.

故选：CD

【点睛】思路点睛：求直线与平面所成的角的一般步骤：①找直线与平面所成的角，即通过找直线在平面上的射影来完成；②计算，要把直线与平面所成的角转化到一个三角形中求解.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/566223210021010240