

湖北省孝感市文昌中学 2023 年高三下学期第一次周考数学试题试卷

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 以 $A(3, -1)$, $B(-2, 2)$ 为直径的圆的方程是

- A. $x^2 + y^2 - x - y - 8 = 0$ B. $x^2 + y^2 - x - y - 9 = 0$
C. $x^2 + y^2 + x + y - 8 = 0$ D. $x^2 + y^2 + x + y - 9 = 0$

2. 某医院拟派 2 名内科医生、3 名外科医生和 3 名护士共 8 人组成两个医疗分队, 平均分到甲、乙两个村进行义务巡诊, 其中每个分队都必须有内科医生、外科医生和护士, 则不同的分配方案有

- A. 72 种 B. 36 种 C. 24 种 D. 18 种

3. 已知函数 $f(x+1)$ 是偶函数, 当 $x \in (1, +\infty)$ 时, 函数 $f(x)$ 单调递减, 设 $a = f\left(-\frac{1}{2}\right)$, $b = f(3)$, $c = f(0)$,

则 a 、 b 、 c 的大小关系为 ()

- A. $b < a < c$ B. $c < b < d$ C. $b < c < a$ D. $a < b < c$

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公比为 2 的正项等比数列, 若 a_m 、 a_n 满足 $2a_n < a_m < 1024a_n$, 则 $(m-1)^2 + n$ 的最小值为 ()

- A. 3 B. 5 C. 6 D. 10

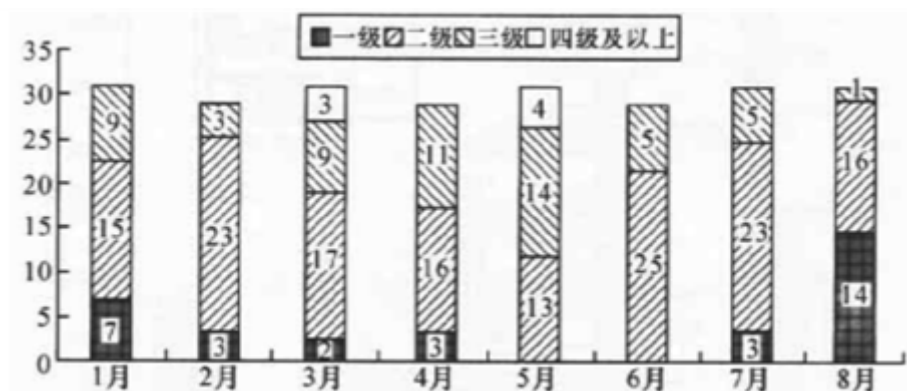
5. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 F , 过 F 的直线 l 交双曲线的渐近线于 A 、 B 两点, 且直线 l 的倾斜角是渐近线 OA 倾斜角的 2 倍, 若 $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{FB}$, 则该双曲线的离心率为 ()

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{30}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

6. 若复数 z 满足 $z(1-2i) = 10$, 则复数 z 在复平面内对应的点在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

7. 随着人民生活水平的提高, 对城市空气质量的关注度也逐步增大, 下图是某城市 1 月至 8 月的空气质量检测情况, 图中一、二、三、四级是空气质量等级, 一级空气质量最好, 一级和二级都是质量合格天气, 下面叙述不正确的是 ()



- A. 1月至8月空气合格天数超过20天的月份有5个
- B. 第二季度与第一季度相比，空气达标天数的比重下降了
- C. 8月是空气质量最好的一个月
- D. 6月份的空气质量最差.
8. 本次模拟考试结束后，班级要排一张语文、数学、英语、物理、化学、生物六科试卷讲评顺序表，若化学排在生物前面，数学与物理不相邻且都不排在最后，则不同的排表方法共有（ ）
- A. 72种 B. 144种 C. 288种 D. 360种
9. 某高中高三（1）班为了冲刺高考，营造良好的学习氛围，向班内同学征集书法作品贴在班内墙壁上，小王，小董，小李各写了一幅书法作品，分别是：“入班即静”，“天道酬勤”，“细节决定成败”，为了弄清“天道酬勤”这一作品是谁写的，班主任对三人进行了问话，得到回复如下：
- 小王说：“入班即静”是我写的；
- 小董说：“天道酬勤”不是小王写的，就是我写的；
- 小李说：“细节决定成败”不是我写的.
- 若三人的说法有且仅有一人是正确的，则“入班即静”的书写者是（ ）
- A. 小王或小李 B. 小王 C. 小董 D. 小李
10. 已知向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=1$, $|\vec{b}|=2$, 且 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 120° , 则 $|\vec{a}-3\vec{b}|=$ ()
- A. $\sqrt{11}$ B. $\sqrt{37}$ C. $2\sqrt{10}$ D. $\sqrt{43}$
11. 设 $a, b \in (1, +\infty)$, 则“ $a > b$ ”是“ $\log_a b < 1$ ”的 ()
- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
- C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
12. 已知实数 x, y 满足线性约束条件 $\begin{cases} x \geq 1 \\ x+y \geq 0 \\ x-y+2 \geq 0 \end{cases}$, 则 $\frac{y+1}{x}$ 的取值范围为 ()
- A. $(-2, -1]$ B. $(-1, 4]$ C. $[-2, 4)$ D. $[0, 4]$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A 的平分线交 BC 于 D ， $BD=3$ ， $CD=2$ ，则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为_____。

14. 已知点 $(1,2)$ 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4} = 1 (a > 0)$ 渐近线上的一点，则双曲线的离心率为_____

15. 已知 $3\cos 2\alpha = 4\sin(\frac{\pi}{4} - \alpha)$ ， $\alpha \in (\frac{\pi}{4}, \pi)$ ，则 $\sin 2\alpha =$ _____。

16. 在平面直角坐标系 xOy 中，若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\frac{5}{4}$ ，则该双曲线的渐近线方程为_____。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 诚信是立身之本，道德之基，我校学生会创设了“诚信水站”，既便于学生用水，又推进诚信教育，并用“ $\frac{\text{周实际回收水费}}{\text{周投入成本}}$ ”表示每周“水站诚信度”，为了便于数据分析，以四周为一周期，如表为该水站连续十二周（共三个周期）的诚信数据统计：

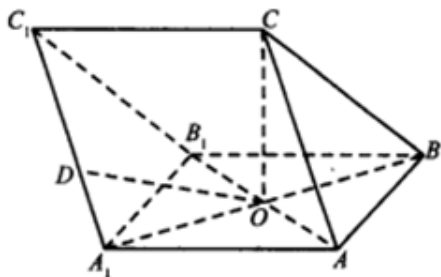
	第一周	第二周	第三周	第四周
第一周期	95%	98%	92%	88%
第二周期	94%	94%	83%	80%
第三周期	85%	92%	95%	96%

(I) 计算表中十二周“水站诚信度”的平均数 $\bar{x}$ ；

(II) 若定义水站诚信度高于 90% 的为“高诚信度”，90% 以下为“一般诚信度”则从每个周期的前两周中随机抽取两周进行调研，计算恰有两周是“高诚信度”的概率；

(III) 已知学生会分别在第一个周期的第四周末和第二个周期的第四周末各举行了一次“以诚信为本”的主题教育活动，根据已有数据，说明两次主题教育活动的宣传效果，并根据已有数据陈述理由。

18. (12 分) 如图所示，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， $\triangle ABC$ 为等边三角形， $\angle BAB_1 = \angle BB_1A$ ， $AB_1 \cap A_1B = O$ ， $CO \perp$ 平面 ABB_1A_1 ， D 是线段 A_1C_1 上靠近 A_1 的三等分点。

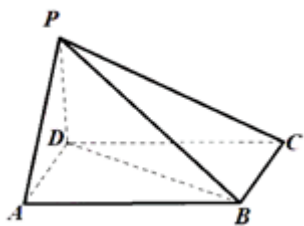


(1) 求证: $AB \perp AA_1$;

(2) 求直线 OD 与平面 A_1ACC_1 所成角的正弦值.

19. (12 分) 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是平行四边形, $PD \perp$ 底面

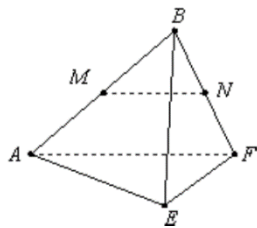
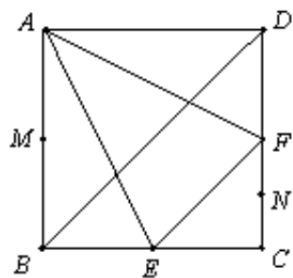
$$ABCD, \quad PD = AD = 1, AB = \sqrt{5}, \quad \sin \angle ABD = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$



(1) 证明: $PA \perp BD$;

(2) 求二面角 $A-PB-C$ 的正弦值.

20. (12 分) 在边长为 6cm 的正方形 $ABCD$, E 、 F 分别为 BC 、 CD 的中点, M 、 N 分别为 AB 、 CF 的中点, 现沿 AE 、 AF 、 EF 折叠, 使 B 、 C 、 D 三点重合, 构成一个三棱锥.



(1) 判别 MN 与平面 AEF 的位置关系, 并给出证明;

(2) 求多面体 $E-AFMN$ 的体积.

21. (12 分) $\triangle ABC$ 的内角 A , B , C 的对边分别为 a , b , c , 其面积记为 S , 满足 $\frac{2\sqrt{3}}{3}S = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA}$.

(1) 求 A ;

(2) 若 $\sqrt{3}(b+c) = 2a$, 求 $\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ac} + \frac{c^2}{ab}$ 的值.

22. (10 分) 在平面直角坐标系中, 以原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 两种坐标系中取相同的长度单位. 已知直线 l 的参数方程为

$$\begin{cases} x = \sqrt{3} - t \\ y = 1 + \sqrt{3}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}), \quad \text{曲线 } C \text{ 的极坐标方程为 } \rho = 4\sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right).$$

(1) 求直线 l 的普通方程与曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 若直线 l 与曲线 C 交于 M , N 两点, 求 $\triangle MON$ 的面积.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. A

【解析】

设圆的标准方程，利用待定系数法一一求出 a, b, r ，从而求出圆的方程.

【详解】

设圆的标准方程为 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ ，

由题意得圆心 $O(a, b)$ 为 A, B 的中点，

根据中点坐标公式可得 $a = \frac{3-2}{2} = \frac{1}{2}$ ， $b = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2}$ ，

又 $r = \frac{|AB|}{2} = \frac{\sqrt{(3+2)^2 + (-1-2)^2}}{2} = \frac{\sqrt{34}}{2}$ ，所以圆的标准方程为：

$(x - \frac{1}{2})^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = \frac{17}{2}$ ，化简整理得 $x^2 + y^2 - x - y - 8 = 0$ ，

所以本题答案为 A.

【点睛】

本题考查待定系数法求圆的方程，解题的关键是假设圆的标准方程，建立方程组，属于基础题.

2. B

【解析】

根据条件 2 名内科医生，每个村一名，3 名外科医生和 3 名护士，平均分成两组，则分 1 名外科，2 名护士和 2 名外科医生和 1 名护士，根据排列组合进行计算即可.

【详解】

2 名内科医生，每个村一名，有 2 种方法，

3 名外科医生和 3 名护士，平均分成两组，要求外科医生和护士都有，则分 1 名外科，2 名护士和 2 名外科医生和 1 名护士，

若甲村有 1 外科,2 名护士,则有 $\square_3^1 \square_3^2 = 3 \times 3 = 9$ ，其余的分到乙村，

若甲村有 2 外科,1 名护士,则有 $\square_3^2 \square_3^1 = 3 \times 3 = 9$ ，其余的分到乙村，

则总共的分配方案为 $2 \times (9+9) = 2 \times 18 = 36$ 种,

故选: B.

【点睛】

本题主要考查了分组分配问题, 解决这类问题的关键是先分组再分配, 属于常考题型.

3. A

【解析】

根据 $f(x+1)$ 图象关于 y 轴对称可知 $f(x)$ 关于 $x=1$ 对称, 从而得到 $f(x)$ 在 $(-\infty, 1)$ 上单调递增且 $f(3) = f(-1)$;

再根据自变量的大小关系得到函数值的大小关系.

【详解】

Q $f(x+1)$ 为偶函数 $\therefore f(x+1)$ 图象关于 y 轴对称

$\therefore f(x)$ 图象关于 $x=1$ 对称

Q $x \in (1, +\infty)$ 时, $f(x)$ 单调递减 $\therefore x \in (-\infty, 1)$ 时, $f(x)$ 单调递增

又 $f(3) = f(-1)$ 且 $-1 < -\frac{1}{2} < 0$ $\therefore f(-1) < f(-\frac{1}{2}) < f(0)$, 即 $b < a < c$

本题正确选项: A

【点睛】

本题考查利用函数奇偶性、对称性和单调性比较函数值的大小关系问题, 关键是能够通过奇偶性和对称性得到函数的单调性, 通过自变量的大小关系求得结果.

4. B

【解析】

利用等比数列的通项公式和指数幂的运算法则、指数函数的单调性求得 $1 < m-n < 10$ 再根据此范围求 $(m-1)^2 + n$ 的最小值.

【详解】

Q 数列 $\{a_n\}$ 是公比为 2 的正项等比数列, a_m 、 a_n 满足 $2a_n < a_m < 1024a_n$,

由等比数列的通项公式得 $2a_1 \cdot 2^{n-1} < a_1 \cdot 2^{m-1} < 1024a_1 \cdot 2^{n-1}$, 即 $2^n < 2^{m-1} < 2^{n+9}$,

$\therefore 2 < 2^{m-n} < 2^{10}$, 可得 $1 < m-n < 10$, 且 m 、 n 都是正整数,

求 $(m-1)^2 + n$ 的最小值即求在 $1 < m-n < 10$, 且 m 、 n 都是正整数范围下求 $m-1$ 最小值和 n 的最小值, 讨论 m 、 n 取值.

∴ 当 $m=3$ 且 $n=1$ 时, $(m-1)^2+n$ 的最小值为 $(3-1)^2+1=5$.

故选: B.

【点睛】

本题考查等比数列的通项公式和指数幂的运算法则、指数函数性质等基础知识, 考查数学运算求解能力和分类讨论思想, 是中等题.

5. B

【解析】

先求出直线 l 的方程为 $y = \frac{2ab}{a^2-b^2}(x-c)$, 与 $y = \pm \frac{b}{a}x$ 联立, 可得 A, B 的纵坐标, 利用 $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{FB}$, 求出 a, b 的关系, 即可求出该双曲线的离心率.

【详解】

双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的渐近线方程为 $y = \pm \frac{b}{a}x$,

∵ 直线 l 的倾斜角是渐近线 OA 倾斜角的 2 倍,

$$\therefore k_l = \frac{2ab}{a^2-b^2},$$

∴ 直线 l 的方程为 $y = \frac{2ab}{a^2-b^2}(x-c)$,

与 $y = \pm \frac{b}{a}x$ 联立, 可得 $y = -\frac{2abc}{3a^2-b^2}$ 或 $y = \frac{2abc}{a^2+b^2}$,

∵ $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{FB}$,

$$\therefore \frac{2abc}{a^2+b^2} = 2 \cdot \frac{2abc}{3a^2-b^2},$$

$$\therefore a = \sqrt{3}b,$$

$$\therefore c = 2b,$$

$$\therefore e = \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

故选 B.

【点睛】

本题考查双曲线的简单性质, 考查向量知识, 考查学生的计算能力, 属于中档题.

6. A

【解析】

化简复数, 求得 $z = 2 + 4i$, 得到复数在复平面对应点的坐标, 即可求解.

【详解】

由题意，复数 z 满足 $z(1-2i)=10$ ，可得 $z=\frac{10}{1-2i}=\frac{10(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)}=2+4i$ ，

所以复数 z 在复平面内对应点的坐标为 $(2,4)$ 位于第一象限

故选：A.

【点睛】

本题主要考查了复数的运算，以及复数的几何表示方法，其中解答中熟记复数的运算法则，结合复数的表示方法求解是解答的关键，着重考查了推理与计算能力，属于基础题.

7. D

【解析】

由图表可知5月空气质量合格天气只有13天，5月份的空气质量最差. 故本题答案选D.

8. B

【解析】

利用分步计数原理结合排列求解即可

【详解】

第一步排语文，英语，化学，生物4种，且化学排在生物前面，有 $A_4^2=12$ 种排法；第二步将数学和物理插入前4科除最后位置外的4个空挡中的2个，有 $A_4^2=12$ 种排法，所以不同的排表方法共有 $12 \times 12 = 144$ 种.

选B.

【点睛】

本题考查排列的应用，不相邻采用插空法求解，准确分步是关键，是基础题

9. D

【解析】

根据题意，分别假设一个正确，推理出与假设不矛盾，即可得出结论.

【详解】

解：由题意知，若只有小王的说法正确，则小王对应“入班即静”，

而否定小董说法后得出：小王对应“天道酬勤”，则矛盾；

若只有小董的说法正确，则小董对应“天道酬勤”，

否定小李的说法后得出：小李对应“细节决定成败”，

所以剩下小王对应“入班即静”，但与小王的错误的说法矛盾；

若小李的说法正确，则“细节决定成败”不是小李的，

则否定小董的说法得出：小王对应“天道酬勤”，

所以得出“细节决定成败”是小董的，剩下“入班即静”是小李的，符合题意.

所以“入班即静”的书写者是：小李.

故选：D.

【点睛】

本题考查推理证明的实际应用.

10. D

【解析】

先计算 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ，然后将 $|\vec{a} - 3\vec{b}|$ 进行平方，，可得结果.

【详解】

由题意可得：

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos 120^\circ = 1 \times 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

$$\therefore (\vec{a} - 3\vec{b})^2 = \vec{a}^2 - 6\vec{a} \cdot \vec{b} + 9\vec{b}^2 = 1 + 6 + 36 = 43$$

$$\therefore \text{则 } |\vec{a} - 3\vec{b}| = \sqrt{43}.$$

故选：D.

【点睛】

本题考查的是向量的数量积的运算和模的计算，属基础题。

11. C

【解析】

根据充分条件和必要条件的定义结合对数的运算进行判断即可.

【详解】

$$\because a, b \in (1, +\infty),$$

$$\therefore a > b \Rightarrow \log_a b < 1,$$

$$\log_a b < 1 \Rightarrow a > b,$$

$\therefore a > b$ 是 $\log_a b < 1$ 的充分必要条件，

故选 C.

【点睛】

本题主要考查充分条件和必要条件的判断，根据不等式的解法是解决本题的关键.

12. B

【解析】

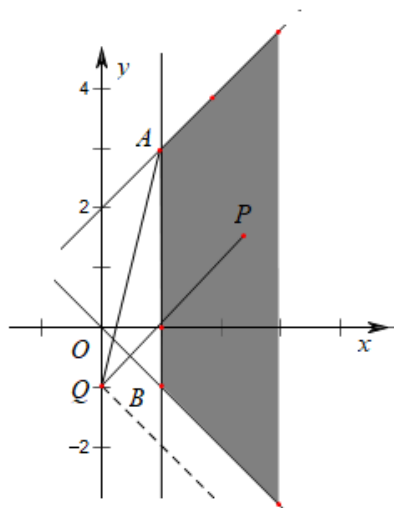
作出可行域， $\frac{y+1}{x}$ 表示可行域内点 $P(x, y)$ 与定点 $Q(0, -1)$ 连线斜率，观察可行域可得最小值。

【详解】

作出可行域，如图阴影部分（含边界）， $\frac{y+1}{x}$ 表示可行域内点 $P(x, y)$ 与定点 $Q(0, -1)$ 连线斜率， $A(1, 3)$ ，

$$k_{QA} = \frac{3 - (-1)}{1 - 0} = 4, \text{ 过 } Q \text{ 与直线 } x + y = 0 \text{ 平行的直线斜率为 } -1, \therefore -1 < k_{PQ} \leq 4.$$

故选：B.



【点睛】

本题考查简单的非线性规划。解题关键是理解非线性目标函数的几何意义，本题 $\frac{y+1}{x}$ 表示动点 $P(x, y)$ 与定点 $Q(0, -1)$ 连线斜率，由直线与可行域的关系可得结论。

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 15

【解析】

由角平分线定理得 $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$ ，利用余弦定理和三角形面积公式，借助三角恒等变化求出 V_{ABC} 面积的最大值。

【详解】

画出图形：

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/566235041105010235>

