陕西省铜川市王益中学2024届高三下学期模拟预测理科数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

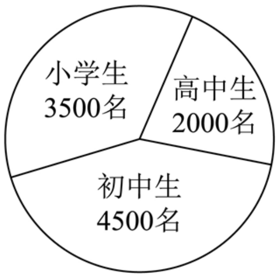
1．已知$M=\{x|x\in A且x\notin B\}$，若集合$A=\{-1,1,2,4\}$，$B=\{y|y=x^2,x\in \mathbf{Z}\}$，则$M=$（　）

A．$\{2\}$　　B．$\{1,4\}$　　C．$\{-1,2\}$　　D．$\{-1\}$

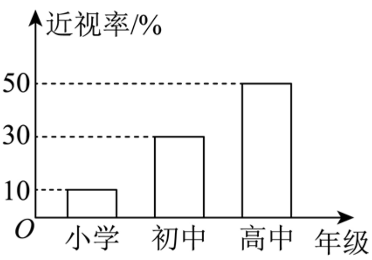
2．已知复数$z_1=\dfrac{3+\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}$的实部为$a,z_2=\mathrm{i}(2+\mathrm{i})$的虚部为$b$，则$z=a+(b+1)\mathrm{i}$的共轭复数在复平面内对应的点位于（　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．已知某地区中小学生人数和近视情况分别如图甲和图乙所示．为了了解该地区中小学生近视情况形成的原因，采用分层抽样的方法抽取部分学生进行调查，若抽取的小学生人数为70，则抽取的高中生中近视人数为（　）



图甲



图乙

A．10　　B．20　　C．25　　D．40

4．已知x,y满足约束条件$\begin{cases}x+3y+6\geq 0,\\2x+y\leq 0,\\x-y+4\geq 0,\end{cases}$则目标函数$z=x+2y$的最大值为（　）

A．$-\dfrac{11}{2}$　　B．$-\dfrac{18}{5}$　　C．4　　D．5

5．下列说法正确的是（　）

A．若直线l,m,n两两相交，则直线l,m,n共面

B．若直线l,m与平面α所成的角相等，则直线l,m互相平行

C．若平面α上有三个不共线的点到平面β的距离相等，则平面α与平面β平行

D．若不共面的4个点到平面α的距离相等，则这样的平面α有且只有7个

6．已知$\omega>0$，若函数$f\left(x\right)=\begin{cases}\ln x-\dfrac{x}{3},x>0,\\ \sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{3}\right),-\pi\le x\le 0\end{cases}$有 4 个零点，则$\omega$的取值范围是（　）

A．$\left(\dfrac{4}{3},\dfrac{7}{3}\right]$　　B．$\left[\dfrac{4}{3},\dfrac{7}{3}\right)$　　C．$\left(\dfrac{7}{3},\dfrac{10}{3}\right]$　　D．$\left[\dfrac{7}{3},\dfrac{10}{3}\right)$

7．已知数列$\{a_n\}$满足$a_n\left(3a_{n+2}-a_{n+1}\right)=2a_{n+1}a_{n+2}$，且$3a_1=a_2=1$，则$a_8=$（　）

A．$-\dfrac{1}{123}$　　B．$-\dfrac{1}{251}$　　C．$\dfrac{1}{517}$　　D．$\dfrac{1}{261}$

8．在$\triangle ABC$中，$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}^2$，若$\vec{a}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC}$，$\vec{b}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AC}$，$\vec{c}=\dfrac{2}{7}\overrightarrow{AB}+\dfrac{5}{7}\overrightarrow{AC}$，则（　）

A．$|\vec{b}|>|\vec{c}|>|\vec{a}|$　　B．$|\vec{b}|>|\vec{a}|>|\vec{c}|$　　C．$|\vec{a}|>|\vec{c}|>|\vec{b}|$　　D．$|\vec{c}|>|\vec{a}|>|\vec{b}|$

9．已知F_1,F_2是椭圆$E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左、右焦点，若$E$上存在不同的两点$A,B$，使得$\overrightarrow{F_1A}=\sqrt{2}\overrightarrow{F_2B}$，则$E$的离心率的取值范围为（　）

A．$\left(0,\sqrt{2}-1\right)$　　B．$\left(0,\sqrt{2}-1\right]$　　C．$\left(3-2\sqrt{2},1\right)$　　D．$\left[3-2\sqrt{2},1\right)$

10．在正四棱台$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=2A_1B_1=4\sqrt{3}$，$AA_1=\sqrt{10}$，P是四边形$ABCD$内的动点，且$A_1P=4$，则动点P运动轨迹的长度为（　）

A．$\dfrac{5\sqrt{3}\pi}{3}$　　B．$\dfrac{4\sqrt{3}\pi}{3}$　　C．$\dfrac{5\sqrt{2}\pi}{2}$　　D．$2\sqrt{2}\pi$

11．小张同学喜欢吃 4 种不同品种的奶糖，她有 5 个不同颜色的塑料袋，每个袋子中至少装 1 种奶糖．小张同学希望 5 个袋子中所装奶糖种类各不相同，且每一种奶糖在袋子中出现的总次数均为 2，那么不同的方案数为（　）

A．3000　　B．3360　　C．1440　　D．1560

12．已知$a=\sqrt{6}\ln\pi,b=\sqrt{2\pi}\ln3,c=\sqrt{3\pi}\ln2$，则$a$，$b$，$c$的大小关系是（　）

A．$c<a<b$　　B．$b<c<a$　　C．$b<a<c$　　D．$c<b<a$

二、填空题

13．已知数列$\{a_n\}$的前三项依次为$2,2,3,\{a_n\}$的前n项和$S_n=pn^2+qn+r$，则$a_{2024}=$_____．

14．若$\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，且$\cos 2\alpha = \sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$，则$\alpha$的值为_____.

15．已知双曲线$C:\frac{y^2}{a^2}-x^2=1\left(a>0\right)$，过双曲线上一点$M(x_0,y_0)$作直线$l$，分别与双曲线的两条渐近线交于点$P,Q$，且$M$为$PQ$的中点，$O$为坐标原点，若双曲线的离心率为$\frac{\sqrt{5}}{2}$，则$\triangle OPQ$的面积为_____.

16．设函数$f\left(x\right)$的定义域为$\mathbf{R}$，且$2\left[f\left(x+y\right)+f\left(x-y\right)\right]=f\left(x\right)f\left(y\right)$，$f\left(1\right)=2\sqrt{3}$，则$\sum\limits_{2024}^{k=1} f\left(2k+1\right)$_____.

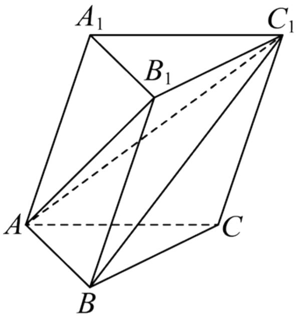
三、解答题

17．在锐角$\triangle ABC$中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，且a，b，$a+c$成等比数列.

(1)若$A=\frac{\pi}{5}$，求角C；

(2)若$\triangle ABC$的面积为S，求$\frac{S}{a^2}$的取值范围.

18．如图，在斜三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$\triangle ABC$是边长为2的正三角形，且四棱锥$A-BCC_1B_1$的体积为2.



(1)求三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的高；

(2)若$AA_1=2$，平面$ABC\perp$平面BCC_1B_1，$\angle B_1BC$为锐角，求平面ABC_1与平面AB_1C_1的夹角的余弦值.

19．已知函数$f\left(x\right)=\ln\left(2x+1\right)-4a\mathrm{e}^x+\left(a-2\right)x\left(a\in \mathrm{R}\right)$.

(1)当$a=0$时，求$f\left(x\right)$的最大值；

(2)若$g\left(x\right)=f\left(x\right)+3a\mathrm{e}^x$对定义域内任意实数$x$都有$g\left(x\right)\le 0$，求$a$的取值范围.

20

．不透明的袋子中装有大小相同的白球和彩球各 1 个，将‘连续两次从袋子中有放回地摸出 1 个小球”记为一次试验，若两次均摸到彩球，则试验成功并终止试验，否则在袋子中添加一个相同的白球，然后进行下一次试验.

(1)若最多只能进行 3 次试验，设试验终止时进行的次数为随机变量 X，求 X 的分布列与数学期望；

(2)若试验可以一直进行下去，第 i 次试验成功的概率记为 $P_i\left(i=1,2,3,\cdots\right)$，求证：$P_1+P_2+P_3+\cdots+P_n<\dfrac{1}{2}$.

21．若 A,B 是抛物线 $y^2=2px\left(p>0\right)$ 上的不同两点，弦 AB（不平行于 y 轴）的垂直平分线与 x 轴相交于点 P，则称弦 AB 是点 P 的一条“相关弦”．已知当 $x_0>p$ 时，点 $P\left(x_0,0\right)$ 存在无穷多条“相关弦”.

(1)证明：点 $P\left(x_0,0\right)\left(x_0>p\right)$ 的所有“相关弦”的中点的横坐标相同；

(2)当 $p=2$ 时，试问：点 $P\left(x_0,0\right)\left(x_0>2\right)$ 的“相关弦”的弦长中是否存在最大值？若存在，求其最大值（用 x_0 表示）；若不存在，请说明理由.

22．在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_2 的参数方程为 $\begin{cases}x=2+2\cos\alpha,\\ y=2\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），以 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho=4\sqrt{3}\sin\theta$.

(1)求曲线 C_1 的直角坐标方程与曲线 C_2 的普通方程；

(2)设点 A 的极坐标为 $\left(4\sqrt{3},\dfrac{\pi}{2}\right)$，射线 $\theta=\gamma\left(0<\gamma<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 与 C_1 的交点为 M（异于极点），与 C_2 的交点为 N（异于极点），若 $|MN|=\sqrt{3}|MA|$，求 $\tan\gamma$ 的值.

23．已知函数 $f\left(x\right)=\left|x-a\right|-\left|x-a^2\right|$.

(1)当 $a=-2$ 时，求不等式 $f\left(x\right)\le 2$ 的解集；

(2)若 $f\left(x\right)\le 2\left|x-a\right|-2a-4$，求实数 a 的取值范围.

参考答案：

1．C

【分析】根据定义计算即可.

【详解】根据题意，集合B是一个由所有整数的平方数构成的集合，集合A中只有-1和2不是B中的元素.

故选：C.

2．D

【分析】根据复数的运算法则，求得z_1,z_2，得到$z=1+3\mathrm{i}$，得出$\overline{z}=1-3\mathrm{i}$，结合复数的几何意义，即可求解.

【详解】由复数$z_1=\frac{3+\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=\frac{(3+\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}{(1-\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}=1+2\mathrm{i},z_2=\mathrm{i}\cdot(2+\mathrm{i})=-1+2\mathrm{i}$，可得$a=1,b=2$，

所以$z=1+3\mathrm{i}$，所以$\overline{z}=1-3\mathrm{i}$在复平面内的对应点为$(1,-3)$，位于第四象限.

故选：D.

3．B

【分析】根据题意，求得抽取的高中生人数是40人，再结合图乙可知高中生的近视率为50%，即可求解.

【详解】由图甲可知抽取的高中生人数是$70\times\frac{2000}{3500}=40$，

又由图乙可知高中生的近视率为50%，所以抽取的高中生中近视人数为$40´\ 50\%=20$人.

故选：B.

4．C

【分析】先画出可行域，数形结合计算即可

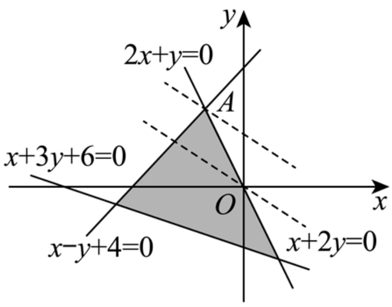
【详解】画出满足约束条件的平面区域，

如图所示，易得直线$2x+y=0$与$x-y+4=0$的交点$A\left(-\frac{4}{3},\frac{8}{3}\right)$，

平移直线$x+2y=0$，当经过A时，目标函数z取得最大值，

即$z_{\max}=-\frac{4}{3}+2\times\frac{8}{3}=4$.

故选：C.



5．D

【分析】根据题意，结合空间中直线与平面位置关系的判定和性质，逐项判定，即可求解.

【详解】对于 A 中，当直线l,m,n交于同一点时，则直线l,m,n可能不共面，所以 A 错误；

对于 B 中，当直线l,m倾斜方向不同时，直线l,m与平面α所成的角也可能相等，所以 B 错误；

对于 C 中，当这 3 个点不在平面β的同侧时，平面α与平面β相交，所以 C 错误；

对于 D 中，根据题意，显然这 4 个点不可能在平面α的同侧，

当这 4 个点在平面α两侧 1，3 分布时，这样的平面α有 4 个，

当这 4 个点在平面α两侧 2，2 分布时，这样的平面α有 3 个，

所以这样的平面α有且只有 7 个，所以 D 正确.

故选：D.

6．B

【分析】根据导数判断$f\left(x\right)$在$\left(0,3\right)$和$\left(3,+\infty\right)$上各有 1 个零点，转化为当$-\pi \leqslant x \leqslant 0$时，$f\left(x\right)$有 2 个零点，利用正弦型函数的性质建立不等式求解即可.

【详解】当$x>0$时，$f'\left(x\right)=\frac{1}{x}-\frac{1}{3}=\frac{3-x}{3x}$，当$x\in\left(0,3\right)$时，$f'\left(x\right)>0,f\left(x\right)$单调递增；

当$x\in\left(3,+\infty\right)$时，$f'\left(x\right)<0,f\left(x\right)$单调递减.

又$f\left(1\right)=-\frac{1}{3}<0$，$f\left(3\right)=\ln 3-1>0$，$f\left(\mathrm{e}^2\right)=2-\frac{\mathrm{e}^2}{3}<0$，所以$f\left(x\right)$在$\left(0,3\right)$和$\left(3,+\infty\right)$上各有 1 个零点.

又因为$f\left(x\right)=0$有 4 个根，所以当$-\pi \leqslant x \leqslant 0$时，$f\left(x\right)$有 2 个零点，

因为$-\pi \leqslant x \leqslant 0$，所以$-\pi\omega+\frac{\pi}{3}\le \omega x+\frac{\pi}{3}\le \frac{\pi}{3}$，即$-2\pi<-\pi\omega+\frac{\pi}{3}\le -\pi$，

解得$\frac{4}{3}\le \omega<\frac{7}{3}$.

故选：B.

7．B

【分析】对所给式子化简、变形，构造新数列，通过等比数列的定义求出新数列的通项公式，再用累加法求出$\frac{1}{a_{n+1}}$，进而得到数列$\{a_n\}$的通项公式，即可得到答案.

【详解】因为$3a_na_{n+2}-a_na_{n+1}=2a_{n+1}a_{n+2}$，由递推知，$a_n\neq 0$，所以$a_{n+2}=\frac{a_na_{n+1}}{3a_n-2a_{n+1}}$，

则$\frac{1}{a_{n+2}}=\frac{3a_n-2a_{n+1}}{a_na_{n+1}}=\frac{3}{a_{n+1}}-\frac{2}{a_n}$，有$\frac{1}{a_{n+2}}-\frac{1}{a_{n+1}}=2\left(\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}\right)$，

所以数列$\left\{\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}\right\}$是以$\frac{1}{a_2}-\frac{1}{a_1}=-2$为首项，2为公比的等比数列，

则$\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}=-2\times 2^{n-1}=-2^n$，所以$\frac{1}{a_{n+1}}=\left(\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}\right)+\left(\frac{1}{a_n}-\frac{1}{a_{n-1}}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{a_2}-\frac{1}{a_1}\right)+\frac{1}{a_1}$

$=-\left(2^n+2^{n-1}+\cdots+2^1\right)+3=-2^{n+1}+5$，

则$a_{n+1}=\frac{1}{-2^{n+1}+5}$，所以$a_8=\frac{1}{-2^8+5}=\frac{1}{-251}$.

故选：B

【点睛】方法点睛：利用递推数列求通项公式，在理论上和实践中均有较高的价值。比较复杂的递推公式求通项公式一般需用构造法构造来求，构造法求数列通项公式一般而言包括：取倒数，取对数，待定系数法等,其中待定系数法较为常见.

一、倒数变换法，适用于$a_{n+1}=\frac{Aa_n}{Ba_n+C}$（$A,B,C$为常数）；二、取对数运算；三、待定系数法：1、构造等差数列法；2、构造等比数列法：

①定义构造法。利用等比数列的定义$q=\frac{a_{n+1}}{a_n}$通过变换，构造等比数列的方法.

②$a_{n+1}=Aa_n+B$（A,B为常数）型递推式可构造为形如$a_{n+1}+\lambda=A\left(a_n+\lambda\right)$的等比数列.

③$a_{n+1}=Aa_n+Bc^n$（A,B,C为常数，下同）型递推式，可构造为形如$a_{n+1}+\lambda c^{n+1}=A\left(a_n+\lambda c^n\right)$的等比数列.

8．A

【分析】由$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}^2$得出$AB=AC$，再借助平行四边形定则画图可解.

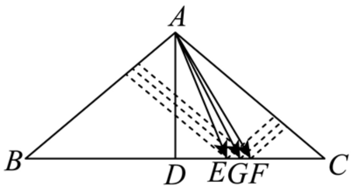
【详解】如图，设BC的中点为D，则$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}^2=\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BD}$，所以

$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BC}\cdot\left(\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BD}\right)=\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{DA}=0$， $AD\perp BC$，则 $AB=AC$.

设 $\vec{d}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$，由于 $AB=AC$，则 $\vec{d}^2=\vec{b}^2$，则 $\left|\vec{b}\right|=\left|\vec{d}\right|$.

假如 $\vec{a},\vec{d},\vec{c}$ 的起点均为A，运用加法的平行四边形法作图求和，对角线对应的终点 E,F,G 如图所示，所以 $\left|\vec{b}\right|>\left|\vec{c}\right|>\left|\vec{a}\right|$.

故选：A.



9．C

【分析】利用向量关系结合椭圆的对称性，

找到当 A_1,A 分别位于 E 的左、右顶点时，$\frac{|F_1A|}{|A_1F_1|}$ 有最大值，求出离心率的取值范围.

【详解】如图，延长 AF_1 交椭圆于 A_1，根据椭圆的对称性，得 $\overrightarrow{F_2B}=\overrightarrow{A_1F_1}$， $\overrightarrow{F_1A}=\sqrt{2}\,\overrightarrow{A_1F_1}$，

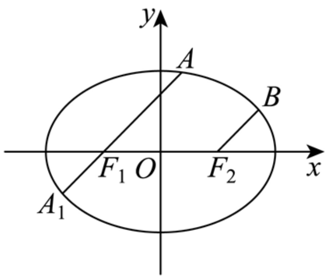
当 A_1,A 分别位于 E 的左、右顶点时，$\frac{|F_1A|}{|A_1F_1|}$ 有最大值，

又因为 A,B 不重合，所以 $\frac{a+c}{a-c}>\sqrt{2}$，即 $\frac{1+\mathrm{e}}{1-\mathrm{e}}>\sqrt{2}$，

解得 $\mathrm{e}>3-2\sqrt{2}$，

所以 E 的离心率的取值范围为 $\left(3-2\sqrt{2},1\right)$.

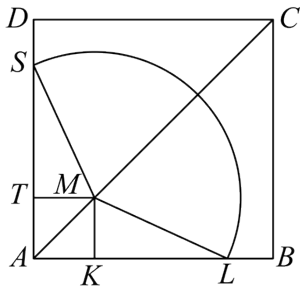
故选：C.



10．A

【分析】利用勾股定理得到 $PM=2\sqrt{3}$，即可得到点 P 的轨迹，然后求长度即可.

【详解】



设A_1在平面$ABCD$内的射影为M，则M在线段AC上，则

$AM=\dfrac{AC-A_1C_1}{2}=\dfrac{4\sqrt{6}-2\sqrt{6}}{2}=\sqrt{6}$，$A_1M=\sqrt{10-6}=2$，

$PM=\sqrt{A_1P^2-A_1M^2}=\sqrt{16-4}=2\sqrt{3}$，

故动点P的轨迹为以M为圆心，以$2\sqrt{3}$为半径的圆在正方形$ABCD$内部部分，

如图所示，其中$MT=MK=\sqrt{3}$，故$DT=BK=3\sqrt{3}$，

又$SM=ML=2\sqrt{3}$，所以$ST=KL=\sqrt{12-3}=3$，

因为$\dfrac{ST}{SM}=\dfrac{KL}{LM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，所以$\angle SMT=\angle LMK=\dfrac{\pi}{3}$，故$\angle SML=\dfrac{5\pi}{6}$，故动点$P$的轨迹长度是$\dfrac{5\pi}{6}\times 2\sqrt{3}=\dfrac{5\sqrt{3}\pi}{3}$.

故选：A.

11．A

【分析】根据已知先分类讨论再排列得出结果.

【详解】依次记四种奶糖为H,Y,X,Z，则每个字母出现2次，先分堆.

若是“$8=4+1+1+1+1$”，则其中的“4”必须是$HYXZ$，故有1种可能；

若是“$8=3+2+1+1+1$”，则考虑$(HYX)(Z※)(※)(※)(※)$，故有$C_4^3C_3^1=12$种可能；

若是“$8=1+1+2+2+2$”，则考虑$(Z)(X)(Z※)(X※)(※※)$，故有$C_4^2A_2^2=12$种可能，

所以不同的方案数为$(1+12+12)\cdot A_5^5=3000$种.

故选:A.

12．D

【分析】构造函数$f(x)=\dfrac{\ln x}{x}(0<x<e)$，由导数可判断出$\boldsymbol{f(x)=\dfrac{\ln x}{x}}$在$(0,e)$上单调递增，从而可得$\dfrac{\ln\sqrt{\pi}}{\sqrt{\pi}}>\dfrac{\ln\sqrt{3}}{\sqrt{3}}>\dfrac{\ln\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$，化简变形可比较出$a$，$b$，$c$的大小关系

【详解】令 $f(x)=\frac{\ln x}{x}(0<x<e)$，可得 $f'(x)=\frac{\frac{1}{x}\cdot x-\ln x}{x^2}=\frac{1-\ln x}{x^2}$，当 $0<x<e$ 时， $f'(x)\geq 0$ 恒成立，

所以 $\boldsymbol{f(x)=\frac{\ln x}{x}}$ 在 $(0,e)$ 上单调递增，所以 $f(\sqrt{2})<f(\sqrt{3})<f(\sqrt{\pi})$，

即 $\frac{\ln\sqrt{\pi}}{\sqrt{\pi}}>\frac{\ln\sqrt{3}}{\sqrt{3}}>\frac{\ln\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$，得 $\sqrt{\pi}\sqrt{2}\ln\sqrt{3}>\sqrt{\pi}\sqrt{3}\ln\sqrt{2},\sqrt{2}\sqrt{3}\ln\sqrt{\pi}>\sqrt{\pi}\sqrt{3}\ln\sqrt{2}$，

$\sqrt{2}\sqrt{3}\ln\sqrt{\pi}>\sqrt{\pi}\sqrt{2}\ln\sqrt{3}$，

又已知 $a=\sqrt{6}\ln\pi\Rightarrow\frac{a}{2}=\frac{\sqrt{6}}{2}\ln\pi=\sqrt{2}\ln\sqrt{\pi}^{\sqrt{3}}$，

$b=\sqrt{2\pi}\ln 3\Rightarrow\frac{b}{2}=\frac{\sqrt{2\pi}}{2}\ln 3=\sqrt{\pi}\ln\sqrt{3}^{\sqrt{2}}$， $c=\sqrt{6\pi}\ln 2\Rightarrow\frac{c}{2}=\frac{\sqrt{6\pi}}{2}\ln 2=\sqrt{\pi}\ln\sqrt{2}^{\sqrt{3}}$，

所以 $c<b<a$，

故选：D.

13．2024

【分析】根据题意列方程得到 p,q,r，然后根据 $a_n=S_n-S_{n-1}$ 求 a_{2024} 即可.

【详解】由题意知 $S_1=p+q+r=2$， $S_2=4p+2q+r=4$， $S_3=9p+3q+r=7$，

解得 $p=\frac{1}{2}$， $q=\frac{1}{2}$， $r=1$，

所以 $S_n=\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{2}n+1$， $a_{2024}=S_{2024}-S_{2023}=2024$.

故答案为：2024.

14． $\frac{\pi}{4}$ 或 $-\frac{\pi}{12}$

【分析】运用二倍角公式，平方差公式，差角公式变形后分类讨论，结合同角三角函数关系式,辅助角公式和三角函数知识即可求解.

【详解】由 $\cos 2\alpha=\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$，得 $\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\alpha-\sin\alpha)$，

即 $(\cos\alpha+\sin\alpha)(\cos\alpha-\sin\alpha)=\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\alpha-\sin\alpha)$，

当 $\cos\alpha-\sin\alpha=0$ 时， $\cos\alpha=\sin\alpha$，即 $\tan\alpha=1$，由 $\alpha\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$，得 $\alpha=\frac{\pi}{4}$；

当 $\cos\alpha-\sin\alpha\neq 0$ 时， $\cos\alpha+\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以 $\sqrt{2}\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，