

# 吉林省长春市第一零三中学 2024-2025 学年九年级上学期开学

## 考试数学试题

学校:\_\_\_\_\_ 姓名:\_\_\_\_\_ 班级:\_\_\_\_\_ 考号:\_\_\_\_\_

### 一、单选题

1. 下列方程，是一元二次方程的是 ( )

- A.  $2x+1=0$       B.  $y^2+x=1$       C.  $x^2+x-1=0$       D.  $\frac{1}{x}+x^2=1$

2. 化简  $\sqrt{75} \div \sqrt{3}$  正确的是 ( )

- A.  $2\sqrt{5}$       B.  $\sqrt{5}$       C.  $\sqrt{15}$       D. 5

3. 一只不透明的袋中装有 5 个红球和 2 个白球，这些球除颜色外都相同，从袋中任意摸出一个球为白球的概率是 ( )

- A.  $\frac{2}{7}$       B.  $\frac{5}{7}$       C.  $\frac{2}{5}$       D.  $\frac{5}{2}$

4. 用配方法将方程  $x^2+2x=0$  进行配方得 ( )

- A.  $(x+1)^2=1$       B.  $(x-1)^2=1$       C.  $x^2=1$       D.  $x^2-1=1$

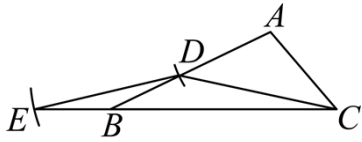
5. 在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  的对边分别为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ ，则下列式子一定成立的是 ( )

- A.  $a=c \cdot \sin B$       B.  $a=c \cdot \cos B$       C.  $c=\frac{a}{\tan B}$       D.  $c=a \cdot \sin A$

6. 为促进消费，重庆市政府开展发放政府补贴消费的“消费券活动”，某超市的月销售额逐步增加；据统计 4 月份的销售额为 200 万元，接下来 5 月，6 月的月增长率相同，6 月份的销售额为 500 万元，若设 5 月、6 月每月的增长率为  $x$ ，则可列方程为 ( )

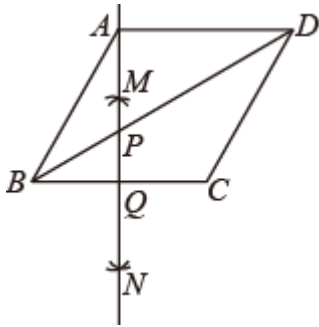
- A.  $200(1+x)=500$       B.  $200+200(1+x)=500$   
C.  $200(1+x)^2=500$       D.  $200(1+2x)=500$

7. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB > AC$ ，以点 A 为圆心， $AC$  长为半径作弧，交  $AB$  于点 D，连接 DC；再以点 D 为圆心， $DC$  长为半径画弧，交  $CB$  的延长线于点 E。若  $BE=BD$ ， $\angle E=15^\circ$ ， $AD=1$ ，则下列结论正确的是 ( )



- A.  $\angle ACD = 30^\circ$     B.  $AB = 2AC$     C.  $\triangle EBD \sim \triangle EDC$     D.  $S_{\triangle ABC} = \sqrt{3}$

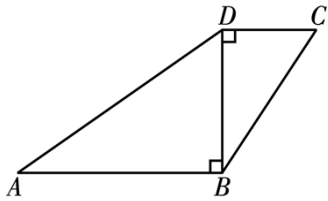
8. 如图，在边长为 2 的菱形  $ABCD$  中，按如下步骤作图：①分别以点  $B$  和点  $C$  为圆心，大于  $\frac{1}{2}BC$  的长为半径画弧，两弧交于点  $M, N$ ；②作直线  $MN$ ，且  $MN$  恰好经过点  $A$ ，与  $BD$  交于点  $P$ ，与  $BC$  交于点  $Q$ 。  $AP$  的长度为 ( )



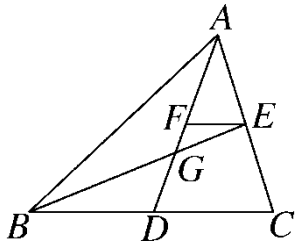
- A.  $\sqrt{2}$     B.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$     C.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$     D.  $\sqrt{3}$

## 二、填空题

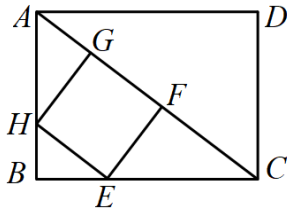
9. 某水库大坝，其坡面  $AB$  的坡度  $i = 1:\sqrt{3}$ ，则斜坡  $AB$  的坡角的度数为  $\underline{\quad}$ °.
10. 已知 0 是关于  $x$  的方程  $(m+3)x^2 - x + 9 - m^2 = 0$  的根，则  $m = \underline{\quad}$ .
11. 如果  $\frac{a-b}{a} = \frac{3}{2}$ ，那么  $\frac{b}{a} = \underline{\quad}$ .
12. 如图， $\angle ABD = \angle BDC = 90^\circ$ ， $\angle A = \angle CBD$ ， $AB = 3$ ， $BD = 2$ ，则  $CD = \underline{\quad}$ .



13. 如图， $\triangle ABC$  的两条中线  $AD$  和  $BE$  相交于点  $G$ ，过点  $E$  作  $EF \parallel BC$  交  $AD$  于点  $F$ ，那么  $\frac{FG}{AG} = \underline{\quad}$ .



14. 如图，在矩形  $ABCD$  中， $AB=3$ ， $BC=4$ ，点  $E$  是  $BC$  边上一点，点  $H$  是  $AB$  边上一点，点  $G$ 、 $F$  在对角线  $AC$  上，四边形  $EFGH$  是正方形，则  $HE$  的长为\_\_\_\_\_。



### 三、解答题

15. 计算：

(1)  $\sqrt{36} - \sqrt[3]{27} + \sqrt{(-2)^2}$

(2)  $2 \cos 60^\circ - \sin 30^\circ + \tan 45^\circ$

16. 解下列方程：

(1)  $2(x-2)^2 = 3(2-x)$

(2)  $x^2 + 2x = 3$

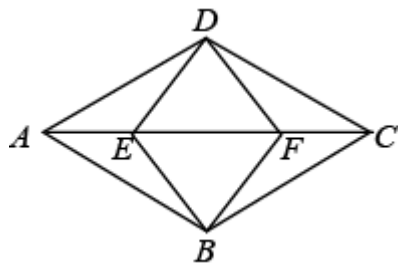
17. 《义务教育劳动课程标准（2022年版）》要求中学生学会做家务，劳动教育中包含在学校劳动，也包含家庭中的家务劳动，小林家的厨房有三个调料罐，标签已经模糊不清了，分别装有白糖、盐、生粉，由于三种调料都为白色，外观非常接近，小林误认为三罐调料都是食盐，一天，小林独自下厨炒菜。



(1) 小林在煎鸡蛋的时候，想要放一些盐，从中随机取一个调料罐，加入调料少许，放入调料正确的概率是\_\_\_\_\_；

(2) 若小林一共烧制煎鸡蛋，炒青菜两道菜，两道菜分别随机取用一次其中的一瓶调料，请用画树状图求两道菜都放入了食盐的概率。

18. 如图，四边形  $ABCD$  是菱形， $E, F$  是对角线  $AC$  上的两点，且  $AE = CF$ ，连接  $BF, FD, DE, EB$ 。



求证：四边形  $DEBF$  是菱形。

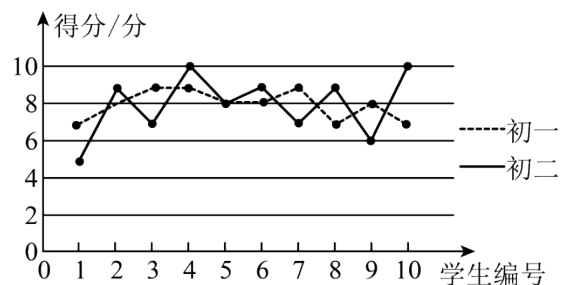
19. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - (m+3)x + 3m = 0$ 。

(1) 若  $x=1$  是这个方程的一个根，求  $m$  的值和它的另一根；

(2) 求证：无论  $m$  取任何实数，方程总有实数根；

20. 4月24日是中国航天日，某校初中部举办了“航天知识”竞赛，每个年级各随机抽取10名学生，统计这部分学生的竞赛成绩，并对成绩进行了整理，分析。下面给出了部分信息。

① 初一、初二年级学生得分的折线图如下：



② 初三年级学生得分：10, 8, 7, 8, 10, 6, 7, 9, 10, 10；

③ 初一、初二、初三，三个年级学生得分的平均数和中位数如下：

年级	初一	初二	初三
平均数	8	8	$m$
中位数	8	8.5	$n$

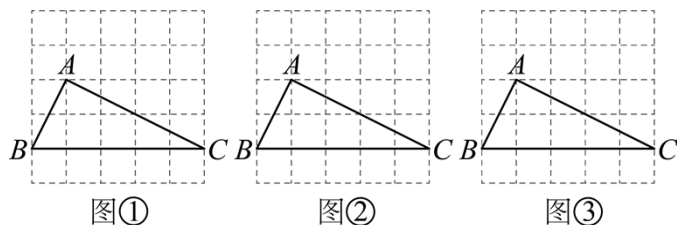
根据以上信息，回答下列问题：

(1) 分别记初一、初二两个年级学生“航天知识”竞赛成绩的方差为  $S_1^2$ ,  $S_2^2$ ，由折线统计图可知， $S_1^2$   $S_2^2$  (填不等号)。

(2)统计表中  $m = \underline{\quad}$ ,  $n = \underline{\quad}$ .

(3)根据以上数据,你认为哪个年级对航天知识的掌握情况更好?请说明理由.

21. 如图①、图②、图③均是  $5 \times 5$  的正方形网格,每个小正方形的边长均为 1,其顶点称为格点,  $\triangle ABC$  的顶点均在格点上,只用无刻度的直尺,在给定的网格中,按下列要求作图,保留作图痕迹.

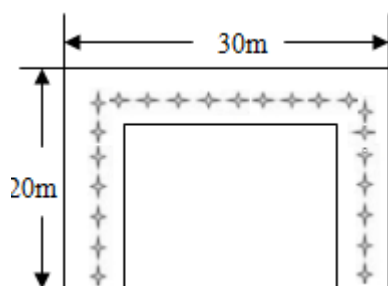


(1)在图①中  $\triangle ABC$  的边  $BC$  上确定一点  $D$ , 连接  $AD$ , 使  $\triangle ABD \sim \triangle CBA$ ;

(2)在图②中  $\triangle ABC$  的边  $BC$  上确定一点  $E$ , 连接  $AE$ , 使  $S_{\triangle ABE} = 2S_{\triangle ACE}$ ;

(3)在图②中  $\triangle ABC$  的边  $AC$  上确定一点  $F$ , 连接  $BF$ , 使  $\tan \angle ABF = 1.5$ .

22. 某中学有一块长 30m, 宽 20m 的矩形空地, 计划在这块空地面积的一半区域种花, 其余部分硬化. 如图所示, 小亮同学设计了一个宽度相同的“U”形区域, 求花带的宽度.



23. [教材呈现]如图是华师版九年级上册数学教材第 103 页的部分内容.

例 2 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $CD$

是斜边  $AB$  上的中线. 求证:  $CD = \frac{1}{2}AB$ .

证明: 延长  $CD$  至点  $E$ , 使  $DE = CD$ , 连接  $AE$ 、 $BE$ .

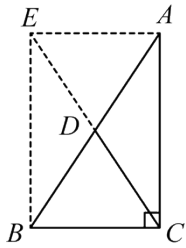


图1

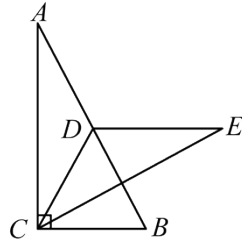


图2

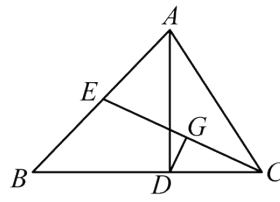


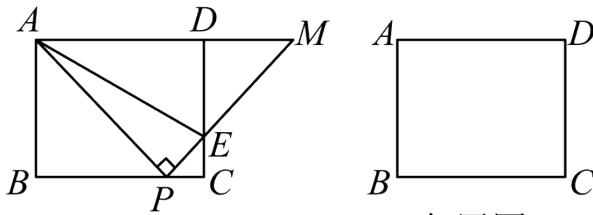
图3

(1)请根据教材提示,结合图1,写出完整的证明过程.

(2)结论应用]如图2,直角三角形  $ABC$  纸片中,  $\angle ACB = 90^\circ$ , 点  $D$  是  $AB$  边上的中点, 连接  $CD$  将  $\triangle ACD$  沿  $CD$  折叠, 点  $A$  落在点  $E$  处, 此时恰好有  $CE \perp AB$ . 若  $BC = 5$ , 那么  $CE =$  \_\_\_\_\_;

(3)如图3, 在  $\triangle ABC$  中,  $AD$  是  $BC$  边上的高线,  $CE$  是  $AB$  边上的中线,  $G$  是  $CE$  的中点,  $CD = AE$ . 若  $AB = 12$ ,  $DG = 2$ , 则  $\cos \angle BCE =$  \_\_\_\_\_.

24. 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = 4, BC = 5$ ,  $P$  是射线  $BC$  上的一个动点, 作  $PM \perp AP$ , 交射线  $AD$  于点  $M$ , 交射线  $DC$  于点  $E$ .



备用图

(1)如图, 当点  $P$  在边  $BC$  上时 (点  $P$  与点  $B, C$  不重合), 延长  $PE$  交  $AD$  延长线于  $M$ .

①当  $AE$  平分  $\angle PAD$  时, 求  $CE$  的长;

②设  $BP = x, DM = y$ , 求  $y$  关于  $x$  的函数关系式, 并写出自变量的取值范围;

(2)当点  $P$  在射线  $BC$  上时 (点  $P$  与点  $B, C$  不重合), 射线  $AE$  交射线  $BC$  于点  $F$ , 当

$\tan \angle PAE = \frac{1}{3}$  时, 直接写出  $CF$  的长.

参考答案:

题号	1	2	3	4	5	6	7	8		
答案	C	D	A	A	B	C	C	B		

1. C

【分析】本题根据一元二次方程的定义解答. 一元二次方程必须满足四个条件: (1) 未知数的最高次数是 2; (2) 二次项系数不为 0; (3) 是整式方程; (4) 含有一个未知数. 由这四个条件对四个选项进行验证, 满足这四个条件者为正确答案.

【详解】A. 该方程中的未知数的指数是 1. 故本选项错误;

B. 该方程中含有两个未知数. 故本选项错误;

C. 该方程符合一元二次方程的定义. 故本选项正确;

D. 该方程是分式方程. 故本选项错误.

故选 C.

【点睛】本题考查了一元二次方程的概念, 判断一个方程是否是一元二次方程, 首先要看是否是整式方程, 然后看化简后是否是只含有一个未知数且未知数的最高次数是 2.

2. D

【分析】根据二次根式的乘除运算法则即可求答案.

本题考查二次根式的乘除运算, 解题的关键是熟练运用二次根式的乘除运算法则, 本题属于基础题型

【详解】解: 原式 =  $\sqrt{\frac{75}{3}} = 5$ ,

故选: D.

3. A

【分析】根据概率 = 所求事件的结果数 ÷ 总的结果数计算求值即可.

【详解】解: 任取一个球, 是白球的结果有 2 种, 总共有 7 种结果,

∴ 从袋中任意摸出一个球为白球的概率为  $\frac{2}{7}$ ,

故选: A.

【点睛】本题考查了概率的计算, 掌握概率的计算公式是解题关键.

4. A

【分析】依题意, 按照完全平方公式  $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ , 即可求解;

【详解】由题知, 依据完全平方公式  $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ , 对  $x^2 + 2x = 0$  配方为:

$$x^2 + 2x + 1^2 - 1^2 = 0$$

$$(x+1)^2 - 1 = 0$$

$$(x+1)^2 = 1$$

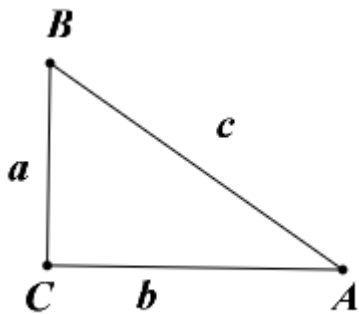
故选：A

【点睛】本题主要考查一元二次方程的配方，关键在熟练使用完全平方公式；

5. B

【分析】根据题意，画出直角三角形，再根据锐角三角函数的定义对选项逐个判断即可.

【详解】解：由题意可得，如下图：



$\sin A = \frac{a}{c}$ ，则  $a = c \cdot \sin A$ ，A 选项错误，不符合题意；

$\cos B = \frac{a}{c}$ ，则  $a = c \cdot \cos B$ ，B 选项正确，符合题意；

$\tan B = \frac{b}{a}$ ，则  $c \neq \frac{a}{\tan B}$ ，C 选项错误，不符合题意；

$\sin A = \frac{a}{c}$ ，则  $c = \frac{a}{\sin A}$ ，D 选项错误，不符合题意；

故选 B，

【点睛】此题考查了锐角三角函数的定义，解题的关键是画出图形，根据锐角三角函数的定义进行求解.

6. C

【分析】根据“4 月份的销售额为 200 万元，接下来 5 月，6 月的月增长率相同，6 月份的销售额为 500 万元”，可以列出相应的一元二次方程，本题得以解决.

【详解】解：由题意可得，

$$200(1+x)^2 = 500,$$

故选：C.

【点睛】本题考查由实际问题抽象出一元二次方程，解答本题的关键是明确题意，列出相应的方程，这是一道典型的增长率问题，是中考常考题。

7. C

【分析】由  $BE = BD$ ，得  $\angle BDE = \angle E = 15^\circ$ ，由  $DE = DC$ ，得  $\angle DCE = \angle E = 15^\circ$ ，则  $\angle ABC = \angle BDE + \angle E = 30^\circ$ ， $\angle ACD = \angle ADC = \angle ABC + \angle DCE = 45^\circ$ ，可判断 A 错误；可求得  $\angle ACB = \angle ACD + \angle DCE = 60^\circ$ ，则  $\angle A = 90^\circ$ ，所以  $BC = 2AC = 2$ ，由勾股定理求得  $AB = \sqrt{3}$ ，可知  $AB \neq 2AC$ ，可判断 B 错误；由  $\angle E = \angle E$ ， $\angle BDE = \angle DCE$ ，可证明  $\triangle EBD \sim \triangle EDC$ ，可判断 C 正确；由  $\angle A = 90^\circ$ ， $AC = 1$ ， $AB = \sqrt{3}$ ，求得  $S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，可判断 D 错误，于是得到问题的答案。

【详解】解：由作图可知， $AD = AC$ ， $DE = DC$ ，

∵  $BE = BD$ ，

$$\therefore \angle BDE = \angle E = 15^\circ，$$

$$\therefore \angle DCE = \angle E = 15^\circ，$$

$$\therefore \angle ABC = \angle BDE + \angle E = 15^\circ + 15^\circ = 30^\circ，$$

$$\therefore \angle ACD = \angle ADC = \angle ABC + \angle DCE = 30^\circ + 15^\circ = 45^\circ，$$

∵  $\angle ACD \neq 30^\circ$ ，故 A 错误，不合题意；

$$\therefore \angle ABC = 30^\circ，\angle ACB = \angle ACD + \angle DCE = 45^\circ + 15^\circ = 60^\circ，$$

$$\therefore \angle A = 90^\circ，$$

∵  $AC = 1$ ，

$$\therefore BC = 2AC = 2，$$

$$\therefore AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}，$$

∵  $AB = \sqrt{3}AC \neq 2AC$ ，故 B 错误，不合题意；

∵  $\angle E = \angle E$ ， $\angle BDE = \angle DCE$ ，

∴  $\triangle EBD \sim \triangle EDC$ ，故 C 正确，符合题意；

∵  $\angle A = 90^\circ$ ， $AC = 1$ ， $AB = \sqrt{3}$ ，

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}，$$

∴  $S_{\triangle ABC} \neq \sqrt{3}$ ，故 D 错误，不合题意；

故选：C。

【点睛】此题重点考查等腰三角形的性质、三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和、直角三角形中 $30^\circ$ 角所对的直角边等于斜边的一半、勾股定理等知识，求得 $\angle ACD = \angle ADC = 45^\circ$ 是解题的关键。

8. B

【分析】依题意图中作图作 $BC$ 边的垂直平分线，即可求出 $BQ$ 的长度，根据勾股定理求出 $AQ$ 的长，根据 $\triangle APD \sim \triangle QPB$ 列比例可求出 $AP$ 的长。

【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 为菱形，

$$\therefore AB = BC = CD = AD = 2,$$

依题意图中作图作 $BC$ 边的垂直平分线，

$$\therefore BQ = CQ = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 2 = 1,$$

∴ 在 $Rt\triangle ABQ$ 中，

$$AQ = \sqrt{AB^2 + BQ^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3},$$

∵  $AD \parallel BC$ ，

$$\therefore DA \perp AQ,$$

$$\angle DAP = \angle BQP = 90^\circ,$$

$$\angle BPQ = \angle DPA,$$

$$\therefore \triangle APD \sim \triangle QPB,$$

$$\therefore \frac{AD}{QB} = \frac{AP}{QP} = \frac{2}{1},$$

$$\therefore AP = \frac{2}{3}AQ = \frac{2}{3} \times \sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

故选：B.

【点睛】本题主要考查垂直平分线的性质，相似三角形判定与性质，勾股定理等知识点，明确题目中所画直线为垂直平分线是解题关键。

9. 30

【分析】本题考查了解直角三角形的实际应用-坡度坡角问题，利用坡度的定义及特殊锐角三角函数值可求出斜坡 $AB$ 的坡角的度数，掌握知识点的应用是解题的关键。

$$\text{【详解】解：} \because \tan A = i = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle A = 30^\circ,$$

故答案为：30.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/567134121001006146>