[redacted]

总复习（2）

电子测量是以电子技术理论为根据，以电子测量仪器和设备为手段，以电量和非电量为测量对象的测量过程。

电子测量的内容涉及：

① 电能量的测量（多种频率和波形的电压、电流、电功率等）；

② 电信号特征的测量（信号波形、频率、相位、噪声及逻辑状态等）；

③ 电路参数的测量（阻抗、品质因数、电子器件的参数等）；

④ 导出量的测量（增益、失真度、调幅度等）；

⑤ 特征曲线的显示（幅频特征、相频特征及器件的参数等）。

- 计量是为了确保量值的统一和精确一致的一种测量。它的三个主要特征是统一性、精确性和法制性。
- 计量学是研究测量、确保测量统一和精确的科学。
- 计量是国民经济的一项主要的技术基础。计量科学技术的水平一般也能够标志着一种国家科学技术发展的水平。

1、误差的概念

真值：一种量在被观察时，该量本身所具有的真实大小称为真值。

测量误差：人们经过试验的措施来求被测量的真值时，对客观规律认识的不足、测量器具的不精确、测量手段的不完善、测量条件发生变化及测量工作中的疏忽或错误等原因，都会使测量成果与真值不同，这个差别就是测量误差。

误差：测量值（或称测得值、测值）与真值之差。

误差=测量值-真值

- 在《通用计量术语及定义》中，真值是"与给定的特定量的定义一致的值"，并注明：
- ①量的真值只有经过完善的测量才有可能取得；
- ②真值按其本性是不拟定的；
- ③与给定的特定量定义一致的值不一定只有一种。
- **真值是一种理想的概念。真值客观存在，却难以取得。**
- **因为自然界任何物体都处于永恒的运动中，一种量在不同步间、空间都会发生变化，从而有不同的真值。故真值应是指在瞬间条件下的值，一般来说是无法经过完善的测量来取得。**

修正值

定义：用代数措施与未修正测量成果相加，以补偿其系统误差的值，修正值等于负的系统误差。

$$C=-\Delta x=A-x$$

在测量时，利用测得值与已知的修正值相加，即可算出被测量的实际值。

$$A=x+C$$

2　相对误差：

例：　用二只电压表V_1和V_2分别测量两个电压值。

V_1　表测量150伏，绝对误差Δx_1=1.5伏，

V_2　表测量10伏，　绝对误差Δx_2=0.5伏

从绝对误差来比较　　$\Delta x_1 > \Delta x_2$　　谁精确？

$$\left.\begin{aligned}\gamma_1 &= \frac{\Delta x_1}{U_1}\times 100\% = \frac{\pm 1.5}{150}\times 100\% = \pm 1\% \\ \gamma_2 &= \frac{\Delta x_2}{U_2}\times 100\% = \frac{\pm 0.5}{10}\times 100\% = \pm 5\%\end{aligned}\right\}$$

用相对误差便于比较

γ ------表达相对误差

- （1）定义
- 测量的绝对误差与被测量的真值之比（用百分数表达），称为相对误差用γ0表达。

$$\gamma_0 = \frac{\Delta x}{A_0} \times 100\%$$

一般情况下，可用绝对误差与实际值之比表达相对误差（有必要区别时称为实际相对误差），用γ_A表达

$$\gamma_A = \frac{\Delta x}{A} \times 100\% = \frac{x - A}{A} \times 100\%$$

例：

$$\gamma_{A1}=\frac{\Delta U_1}{U_1}\times 100\%=\frac{1}{100}\times 100\%=1\%$$

$$\gamma_{A2}=\frac{\Delta U_2}{U_2}\times 100\%=\frac{1}{5}\times 100\%=20\%$$

用相对误差能够恰本地表征测量的精确程度。

相对误差是一种只有大小和符号，而没有量纲的数值。

- 在误差较小或要求不太严格的场合，也能够用仪器的测得值替代实际值。这时的相对误差称为示值相对误差，用γx表达。

$$\gamma_x = \frac{\Delta x}{x} \times 100\%$$

- 式中，Δx由所用仪器的精确度等级定出。因为x中具有误差，所以γx只合用于近似测量。

满度（引用）相对误差：用绝对误差与仪器满量程x_m之比来表达相对误差，记为：

$$\gamma_m = \frac{\Delta x}{x_m} \times 100\% = S\%$$

测量值相对误差 γ_x 与满度相对误差S%的关系：

$$\gamma_x = \frac{\Delta x}{x} \times 100\% = \frac{\Delta x}{x} \frac{x_m}{x_m} \times 100\% = \frac{\Delta x}{x_m} \times 100\% \frac{x_m}{x} = \pm S\% \frac{x_m}{x}$$

$$\gamma_x = \pm S\% \frac{x_m \downarrow}{x \uparrow}$$

测量值x接近满量程值x_m相对误差小

电工仪表将满度相对误差分为七个等级：

等级	0.1	0.2	0.5	1.0	1.5	2.5	5.0
±S%	0.1%	0.2%	0.5%	1.0%	1.5%	2.5%	5.0%

例2.2： 1.5级电压表在150V档时，其最大绝对误差为

$$\Delta x_m = \pm 1.5\% \times 150V = \pm 2.25V$$

例2.3：检定量程为1000μA的0.2级电流表，在500μA刻度上原则表读数为499μA，问此电流表是否合格？

解：　$x_0=499\mu A$　　　$x=500\mu A$　　　$x_m=1000\mu A$

$$\gamma_m=\frac{x-x_0}{x_m}\times 100\%=\frac{500-499}{1000}\times 100\%=0.1\%<0.2\%$$

（0.2级表）

按照误差的特点和性质，误差可分为系统误差、随机误差和粗大误差三类。

- **1、系统误差**
- 在相同条件下，屡次测量同一种量值时，误差的绝对值和符号保持不变，或在条件变化时，按一定规律变化的误差称为系统误差。
- 系统误差的特点是，测量条件一经拟定，误差就为一确切的数值。用屡次测量取平均值的措施并不能变化误差的大小。

- **2、随机误差**
- 在相同条件下，屡次测量同一种量值时，误差的绝对值和符号均以不可预定方式变化的误差称为随机误差。
- 这一类误差的特点是，在屡次测量中误差绝对值的波动有一定的界线，即具有有界性；正负误差出现的机会相同，即具有对称性。根据上述特点，能够经过对屡次测量值取算术平均值的措施来消弱随机误差对测量成果的影响。

- **3、疏失误差（粗大误差）**
- 在一定的测量条件下，测量值明显地偏离实际值所形成的误差称为疏失误差。
- 凡确认具有疏失误差的测量数据称为坏值，应该剔除不用。

3.　t分布下的置信度　（n<20）

在实际测量中，总是进行有限次测量，只能根据贝塞尔公式求出原则差的估值s(x)，但因测量次数较少（如$n<20$时，测值不服从正态分布。英国人科萨特（Gosset，但常以“student”笔名刊登文章）证明了这时服从t分布，也称“学生”氏分布。

对于非等精度测量，计算最终测量成果及其精度（如原则差），不能套用前面等精度测量的计算公式，需要采用新的计算公式。

1. “权”的概念和拟定措施

日常统计中也用“权”的概念，如按学分加权课程统计学生的各科总平均成绩，以显示学分多的课程主要性。例如，三门学分为3、1、2课程的加权平均成绩为

$$\frac{3\times82+1\times86+2\times75}{3+1+2}=\frac{482}{6}=80.3\text{分}$$

2. 加权算术平均值

若对同一被测量进行m组非等精度测量，得到m组测量成果 $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \cdots, \bar{x}_m$ ，设相应的权值为 $w_1, w_2, \cdots, w_m$ ，则

加权算术平均值为

$$\bar{x} = \frac{w_1\bar{x}_1 + w_2\bar{x}_2 + \cdots\cdots + w_m\bar{x}_m}{w_1 + w_2 + \cdots\cdots + w_m}$$

例2.10　工作基准米尺在连续三天内与国家基准器比较，得到工作基准米尺的平均长度分别为999.9425（3次测量的），999.9416mm（2次测量的），999.9419（5次测量的），求最终测量成果。

解：　按测量次数来拟定权：w_1=3，w_2=2，w_3=5 ，取x_0=999.94mm，则有

$$\bar{x} = 999.94mm + \frac{3\times0.0025 + 2\times0.0016 + 5\times0.0019}{3+2+5}mm$$

$$= 999.9420mm$$

2.3 粗大误差

一、定义

在一定条件下，测量值明显偏离其实际值所相应的误差。

产生原因：主要是体现为读数错误、测量措施错误、仪器有缺陷、电磁干扰及电压跳动等。

粗大误差无规律可循，故必须看成坏值予以剔除。

剔除是要有一定根据的。在不明原因的情况下，首先要判断可疑数据是否是粗大误差。其措施的基本思想是给定一置信概率，拟定相应的置信区间，凡超出置信区间的误差就以为是粗大误差。详细检验措施常见的有三种：

2.3.1 莱特检验法

- 这是一种在正态分布情况下鉴别异常值的措施。
- 假设在一列等精度测量成果中，第i项测量值xi，所相应的残差vi的绝对值

$$|v_i| > 3s（x）$$

则该误差为粗差，应剔除不用。

式中s(x)是这列数据的原则差估计值。

2.3.2 格拉布斯检验法

- 格氏检测法是在未知总体原则偏差s(x)的情况下，对正态样本或接近正态样本异常值进行鉴别的一种措施。

（理论与试验证明很好）

$$|v_{\max}| > G_S$$

在一组测量数据中，可疑数据应极少。不然，阐明系统工作不正常。

2.3.3 中位数检验法

- 中位数检验法是把测量成果按自小到大的顺序排列起来，在所得的数值中居于中间位置的一种值应是最佳估计，称之为中位数。假如有两个值居于中间位置，则它们的平均值为中位数。
- 当数据列中没有粗大误差时，其中位数应与这个数据列的算术平均值十分接近，若差别较大，阐明有异常数据，则剔除数列两头数值偏离中位数较大的那个数据，然后再计算算术平均值。

2.4.1 系统误差的检验和鉴别

系统误差（简称系差）的特征是：

恒定系差------屡次测量同一量值时，误差的绝对值和符号保持不变；

变值系差------条件变化时，误差按一定的规律变化。

1. 恒定系统误差的检验和处理

1) 变化测量条件

测量条件指测量者、测量措施和环境条件等。在某一测量条件下，测量值为一拟定不变值。如变化测量条件，就会出现另一种拟定的值，则可判断有恒差，例如，对仪表零点的调整。

2. 变值系差的鉴定

常用的有下列两种判据：

1)剩余误差观察法

（a）剩余误差大致上正负相间，且无明显变化规律，可以为不存在系统误差；

（b）剩余误差有规律的递增或递减，且在测量开始与结束误差符号相反，则存在线性系统误差；

（c）变值系统误差剩余误差符号有规律地由正变负，再由负变正，且循环交替反复变化，则存在周期性系统误差；

（d）同步存在线性和周期性系统误差。若测量列中具有不变的系统误差，用剩余误差观察法则发觉不了。

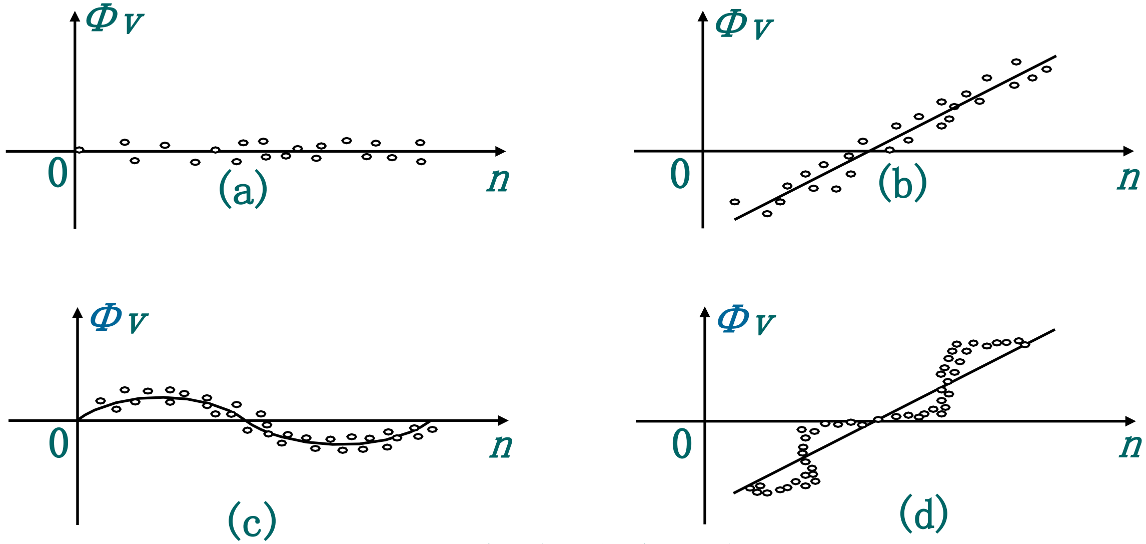


图2.13　变值系差示意图

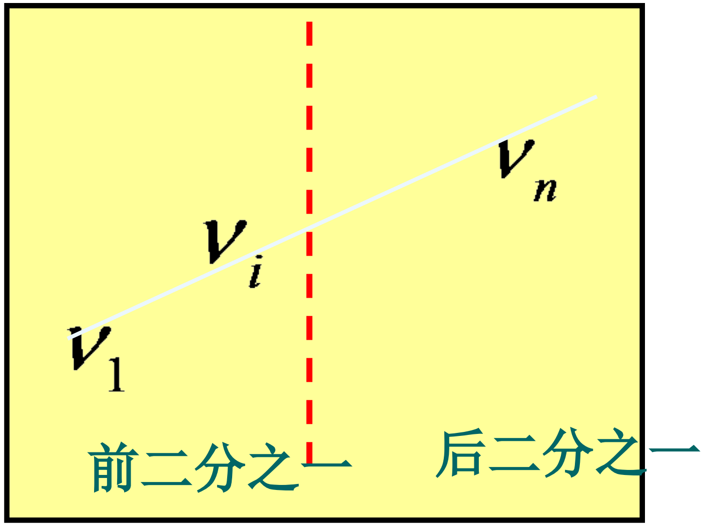
2） 累进性系差的鉴别—马利科夫判据

图2.13(a)(b)表达了与测量条件成线性关系的累进性系统误差，如因为蓄电池端电压的下降引起的电流下降。在累进性系差的情况下，残差基本上向一种固定方向变化。

马利科夫判据是常用的鉴别有无累进性系差的措施。详细环节是：

①将n项剩余误差 v_i 按顺序排列；

②提成前后两半求和，再求其差值D



当n为偶数时 $$D=\sum_{i=1}^{n/2}v_i-\sum_{i=n/2+1}^{n}v_i$$

当n为奇数时 $$D=\sum_{i=1}^{(n+1)/2}v_i-\sum_{i=(n+1)/2}^{n}v_i \qquad (2.41)$$

③若 $D\neq 0$ 则阐明测量数据存在累进性系差。

3)周期性系差的鉴别——阿贝—赫梅特判据

周期性系差的经典例子是当指针式仪表度盘安装偏心时，会产生这种周期性系差。

如图 2.14（a）所示，如钟表的轴心在水平方向有一点偏移，设它的指针在垂直向上的位置时造成的误差为ξ，当指针在水平位置运动时ξ逐渐减小至零，当指针运动到垂直向下位置时，误差为$-\xi$，如此周而复始，造成的误差如图2.14（b）所示，此类呈规律性交替变换的系统误差称为周期性系统误差。

2.5 误差的合成与分配

研究：

$$\text{总合误差}\ \underset{\text{分配}}{\overset{\text{合成}}{\leftrightarrows}}\ \text{分项误差}$$

先讲合成：

例： $P=IU$　　ΔU和ΔI怎样影响 ΔP？

$I=U/R$　　ΔU和ΔR怎样影响 ΔI？

措施：推导一种普遍合用的公式。

2.5.1 测量误差的合成

1 误差传递公式

设 $$y=f(x_1, x_2)$$

若在

$y_0=f(x_{10}, x_{20})$ （“0”点，表达真值、起始点）

附近各阶偏导数存在，则可把y展为泰勒级数

$$y=f(x_1, x_2)$$

$$=f(x_{10}, x_{20})+[\frac{\partial f}{\partial x_1}(x_1-x_{10})+\frac{\partial f}{\partial x_2}(x_2-x_{20})]$$

$$+\frac{1}{2!}[\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2}(x_1-x_{10})^2+2\frac{\partial^2 f}{\partial x_1\partial x_2}(x_1-x_{10})\times(x_2-x_{20})+\frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}(x_2-x_{20})^2]+\cdots$$

若用

$$\Delta x_1 = (x_1 - x_{10}) \text{及} \Delta x_2 = (x_2 - x_{20})$$

分别表达x_1及x_2分项的误差，因为

$$\Delta x_1 << x_1 \text{及} \Delta x_2 << x_2$$ 则泰勒级数

的中高阶小量能够略去，则总合的误差为

$$\Delta y = y - y_0 = y - f(x_{10}, \ x_{20})$$

$$= \frac{\partial f}{\partial x_1}\Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2}\Delta x_2$$

同理，当总合y由m个分项合成时，可得

$$\Delta y = \frac{\partial f}{\partial x_1}\Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2}\Delta x_2 + \cdots + \frac{\partial f}{\partial x_m}\Delta x_m$$

即

$$\Delta y = \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial f}{\partial x_j}\Delta x_j$$

绝对误差的传递公式　　（2.45）

这是绝对误差的传递公式。

2.5.3 最佳测量方案的选择

对于实际测量，我们一般希望测量的精确度越高即误差的总合越小越好。所谓测量的最佳方案，从误差的角度看就是要做到

$$\varepsilon_y = \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial f}{\partial x_j} \varepsilon_j = \varepsilon_{y\min} \qquad (2.56)$$

$$\sigma^2(y) = \sum_{j=1}^{m} \left(\frac{\partial f}{\partial x_j}\right)^2 \sigma^2(x_j) = \sigma^2(y)_{\min} \qquad (2.57)$$

常用选择措施有：

1. 函数形式的选择

当有多种间接测量方案时，各方案的函数表达式不同，应选其中总合误差最小的函数形式。

例：前述测量电阻R消耗的功率例中，当

$$\gamma_R = \pm 1\%, \quad \gamma_V = \pm 2\%, \quad \gamma_I = \pm 2.5\%$$

问采用哪种测量方案很好？

方案1：$P=UI$

$$\gamma_p=\gamma_I+\gamma_V=\pm(2.5\%+2\%)=\pm4.5\%$$

方案2：$P=U^2/R$

$$\gamma_P=2\gamma_V-\gamma_R=\pm(2\times2\%+1\%)=\pm5\%$$

方案3：$P=I^2R$

$$\gamma_P=2\gamma_I+\gamma_R=\pm(2\times2.5\%+1\%)=\pm6\%$$

可见，在题中给定的各分项误差条件下，应选择第一方案$P=UI$.

2. 测量点的选择

在前面引用（满度）相对误差中曾指出，用指针式三用表电压、电流档测量时，应正确选择量程，使测值接近满度，即测量点要选在满量程附近，测量成果的相对误差小。对电阻档测量点应选择何处呢？现简介一般性措施。

$$R_x = \frac{E}{I} - R_i \qquad I = \frac{E}{R_x + R_i}$$

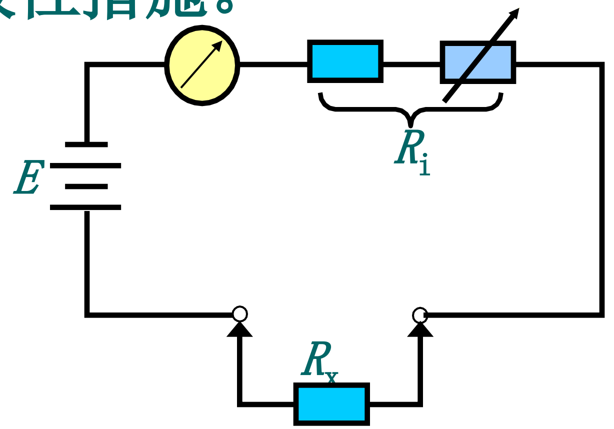


图2.20 电阻测量原理

由误差合成公式(2.45)，可求得绝对误差为

$$\Delta R_X = \frac{\partial R_x}{\partial I}\Delta I = -\frac{E}{I^2}$$

则相对误差体现式为

$$\gamma_R = \frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{E}{I^2 R_i - IE} \Delta I$$

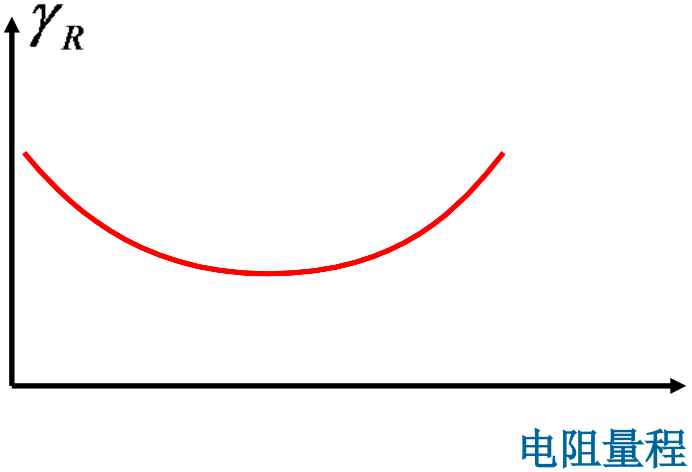
令

$$\frac{\partial}{\partial I}\left(\frac{\Delta R_x}{R_x}\right) = 0$$

求极小值

可求得

$$I = \frac{E}{2R_i} = \frac{1}{2} I_{\max}$$



结论：指针处于中央位置时，测量电阻的相对误差最小。

1. 不拟定度的定义和分类

测量不拟定度从词义上了解，意味着对测量成果有效性的可疑程度或不愿定程度。从老式上了解，它是被测量真值所处范围的估计值。但是真值是一种理想化的概念，实际上往往难以测得，而能够详细操作的则是变化的测量成果。所以，当代的测量不拟定度被定义为：“不拟定度是与测量成果相联络的一种参数，用于表征被测量之值可能的分散性程度”。

这种测量不拟定度的定义表白：

$$Y = y \pm U$$

其中，y——是被测量值的估计，一般取屡次测量值的算术平均值：$\overline{y}=x_i$。

U——是测量不拟定度，在GUM中要求，这个参数能够是原则偏差s或是s的倍数ks；也能够是具有某置信概率P（例如P= 95%或P= 99%）下置信区间的半宽。

不拟定度分类：

- 不拟定度
  - 原则不拟定度
    - A类原则不拟定度u_A（类同随机误差的处理）
    - B类原则不拟定度u_B（查已经有信息求得）
    - 合成原则不拟定度u_C（A、B类的合成）
  - 扩展(展伸)不拟定度（扩大u_C的置信区间，提升置信概率）

2 数字的舍入（修约）规则

经典的“四舍五入”的缺陷：
- 对五入可能带来误差
- 未使尾数为偶数，不便于除尽

测量中用：**四舍六入五凑偶法则**

三例都取4位有效数字

规则
- 不大于5舍
- 不小于5入
- 等于5取偶
  - 5后有数，舍5入1
  - 5后无数或为零时
    - 5前是奇数，舍5入1
    - 5前是偶数，舍5不进

3.62456→3.625

17.995→18.00

14.9850→14.98

3. 近似运算规则

在近似数运算中，为了确保最终成果有尽量高的精度，全部参加运算的数据，在有效数字后可多保存一位数字作为参照数字，或称为安全数字。

1)在近似数加减运算时，各运算数据以小数位数至少的数据位数为准，其他各数据可多取一位小数，但最终成果应与小数位数至少的数据小数位相同。

例2.24　求2643.0＋ 987.7十4.187＋ 0.2354= ？

≈2643.0＋ 987.7＋ 4.19＋ 0.24

＝ 3635.13≈3635.1

2)在近似数乘除运算时，各运算数据以有效位数至少的数据位数为准，其他各数据要比有效位数至少的数据位数多取一位数字，而最终成果应与有效位数至少的数据位数相同。