

四川省泸州市泸县第二中学 2023 年高三下学期 5 月调研考试数学试题

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若 P 是 $\neg q$ 的充分不必要条件，则 $\neg p$ 是 q 的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

2. 过双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点 F 作双曲线 C 的一条弦 AB ，且 $\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} = \mathbf{0}$ ，若以 AB 为直径的圆经过双曲线 C 的左顶点，则双曲线 C 的离心率为 ()

- A. $\sqrt{2}$
- B. $\sqrt{3}$
- C. 2
- D. $\sqrt{5}$

3. 双曲线 $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一个焦点为 $F(c, 0) (c > 0)$ ，且双曲线 C_1 的两条渐近线与圆 $C_2: (x-c)^2 + y^2 = \frac{c^2}{4}$ 均相切，则双曲线 C_1 的渐近线方程为 ()

- A. $x \pm \sqrt{3}y = 0$
- B. $\sqrt{3}x \pm y = 0$
- C. $\sqrt{5}x \pm y = 0$
- D. $x \pm \sqrt{5}y = 0$

4. 已知 α, β 是空间中两个不同的平面， m, n 是空间中两条不同的直线，则下列说法正确的是 ()

- A. 若 $m \subset \alpha, n \subset \beta$ ，且 $\alpha \perp \beta$ ，则 $m \perp n$
- B. 若 $m \subset \alpha, n \subset \alpha$ ，且 $m // \beta, n // \beta$ ，则 $\alpha // \beta$
- C. 若 $m \perp \alpha, n // \beta$ ，且 $\alpha \perp \beta$ ，则 $m \perp n$
- D. 若 $m \perp \alpha, n // \beta$ ，且 $\alpha // \beta$ ，则 $m \perp n$

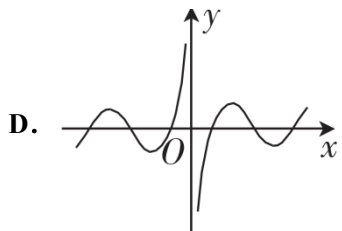
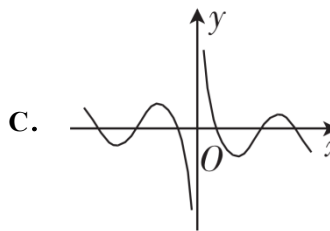
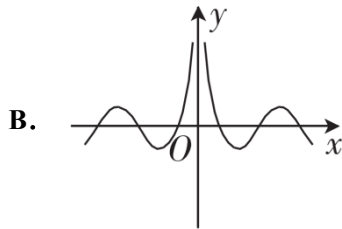
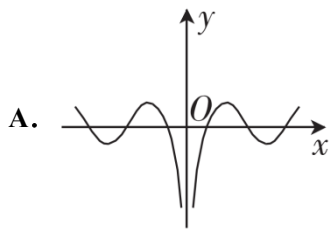
5. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 2$ ， $AC = 3$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， O 为 $\triangle ABC$ 的外心，若 $\overrightarrow{AO} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ， $x, y \in R$ ，则 $2x + 3y =$ ()

- A. 2 B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{3}{2}$

6. 若等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $S_{13} = 0$ ， $a_3 + a_4 = 21$ ，则 S_7 的值为 () .

- A. 21 B. 63 C. 13 D. 84

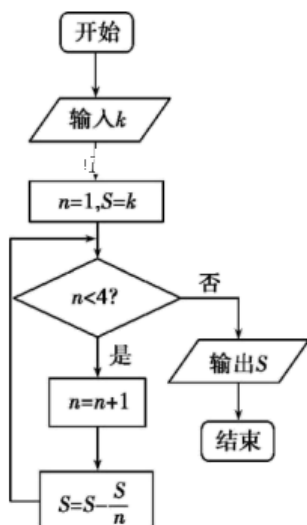
7. 函数 $f(x) = \cos 2x + \frac{2\cos 2x}{2^x - 1}$ 的图象大致是 ()



8. 已知直线 $x + y = t$ 与圆 $x^2 + y^2 = 2t - t^2$ ($t \in \mathbb{R}$) 有公共点，则 $t(4-t)$ 的最大值为 ()

- A. 4 B. $\frac{28}{9}$ C. $\frac{32}{9}$ D. $\frac{32}{7}$

9. 我国古代数学著作《九章算术》中有如下问题：“今有器中米，不知其数，前人取半，中人三分取一，后人四分取一，余米一斗五升(注 一斗为十升).问，米几何？”下图是解决该问题的程序框图，执行该程序框图，若输出的 $S=15$ (单位：升)，则输入的 k 的值为 ()



- A. 45 B. 60 C. 75 D. 100

10. 设集合 $U = \mathbb{R}$ ($\mathbb{R}$ 为实数集)， $A = \{x | x > 0\}$ ， $B = \{x | x \geq 1\}$ ，则 $A \cap C_U B =$ ()

- A. $\{x|0 < x < 1\}$ B. $\{x|0 < x \leq 1\}$ C. $\{x|x \geq 1\}$ D. $\{x|x > 0\}$

11. 双曲线 $C: \frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{m} = 1$ ($m > 0$), 左焦点到渐近线的距离为 2, 则双曲线 C 的渐近线方程为 ()

- A. $2x \pm 5y = 0$ B. $2x \pm \sqrt{5}y = 0$ C. $\sqrt{5}x \pm 2y = 0$ D. $\sqrt{5}x \pm y = 0$

12. 已知复数 z 满足: $zi = 3 + 4i$ (i 为虚数单位), 则 $\bar{z} =$ ()

- A. $4 + 3i$ B. $4 - 3i$ C. $-4 + 3i$ D. $-4 - 3i$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知函数 $y = f(x+1) - 2$ 为奇函数, $g(x) = \frac{2x-1}{x-1}$, 且 $f(x)$ 与 $g(x)$ 图象的交点为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_6, y_6)$, 则 $x_1 + x_2 + \dots + x_6 + y_1 + y_2 + \dots + y_6 =$ _____.

14. 已知下列命题:

- ①命题“ $\exists x_0 \in \mathbb{R}, x_0^2 + 1 > 3x_0$ ”的否定是“ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 < 3x$ ”;
 ②已知 p, q 为两个命题, 若“ $p \vee q$ ”为假命题, 则“ $(\neg p) \wedge (\neg q)$ ”为真命题;
 ③“ $a > 2$ ”是“ $a > 5$ ”的充分不必要条件;
 ④“若 $xy = 0$, 则 $x = 0$ 且 $y = 0$ ”的逆否命题为真命题.

其中所有真命题的序号是_____.

15. 若 $x > 0, y > 0$, 且 $\frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 1$, 则 $x + 2y$ 的最小值是_____.

16. 若函数 $f(x) = x^2 + \frac{ax^2}{2^x + 1}$ 为奇函数, 则 $a =$ _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}ax^2 - (a+1)x + \ln x, a \in \mathbb{R}$.

(1) 当 $a = 0$ 时, 求曲线 $f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 的切线方程;

(2) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性.

18. (12 分) 已知函数 $f(x) = (x+a)\ln(x+a) + e^x + x$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的图象在 $x = 0$ 处的切线方程;

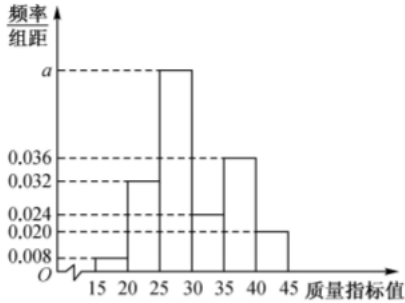
(2) 讨论函数 $h(x) = f(x) - e^x - x$ 的单调性;

(3) 当 $a = 0$ 时, 若方程 $h(x) = f(x) - e^x - x = m$ 有两个不相等的实数根 x_1, x_2 , 求证: $\ln(x_1 + x_2) > \ln 2 - 1$.

19. (12 分)

某企业对设备进行升级改造，现从设备改造前后生产的大量产品中各抽取了 100 件产品作为样本，检测一项质量指标值，该项质量指标值落在区间 $[20,40)$ 内的产品视为合格品，否则视为不合格品，如图是设备改造前样本的频率分布直方图，下表是设备改造后样本的频数分布表.

图：设备改造前样本的频率分布直方图

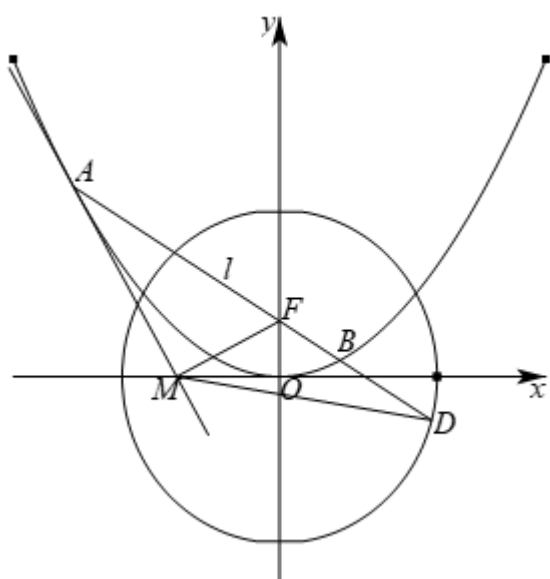


表：设备改造后样本的频率分布表

质量指标值	$[15,20)$	$[20,25)$	$[25,30)$	$[30,35)$	$[35,40)$	$[40,45)$
频数	2	18	48	14	16	2

- (1) 求图中实数 a 的值；
- (2) 企业将不合格品全部销毁后，对合格品进行等级细分，质量指标值落在区间 $[25,30)$ 内的定为一等品，每件售价 240 元；质量指标值落在区间 $[20,25)$ 或 $[30,35)$ 内的定为二等品，每件售价 180 元；其他的合格品定为三等品，每件售价 120 元，根据表 1 的数据，用该组样本中一等品、二等品、三等品各自在合格品中的频率代替从所有产品中抽到一件相应等级产品的概率.若有一名顾客随机购买两件产品支付的费用为 X (单位：元)，求 X 的分布列和数学期望.

20. (12 分) 已知抛物线 $C_1: x^2 = 4y$ 的焦点 F 也是椭圆 $C_2: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1(a > b > 0)$ 的一个焦点， C_1 与 C_2 的公共弦的长为 $2\sqrt{6}$.



(1) 求 C_2 的方程;

(2) 过点 F 的直线与 C_1 相交于 A 、 B 两点, 与 C_2 相交于 C 、 D 两点, 且 $\overrightarrow{AC}$ 与 $\overrightarrow{BD}$ 同向, 设 C_1 在点 A 处的切线与 x 轴的交点为 M , 证明: 直线 l 绕点 F 旋转时, $\triangle MFD$ 总是钝角三角形;

(3) P 为 C_2 上的动点, A_1 、 A_2 为 C_2 长轴的两个端点, 过点 O 作 A_2P 的平行线交椭圆于点 R , 过点 O 作 A_1P 的平行线交椭圆于点 S , 请问 $\triangle ORS$ 的面积是否为定值, 并说明理由.

21. (12 分) 已知 $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$, $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, 证明:

(1) $(x+y)^2 + (y+z)^2 + (x+z)^2 \geq 4$;

(2) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} > 1 + 2\sqrt{xy} + 2\sqrt{xz} + 2\sqrt{yz}$.

22. (10 分) 已知函数 $f(x) = 16 - |2x - 1|$.

(1) 解不等式 $f(x) \leq |x + 2|$;

(2) 若函数 $y = f(x) - a$ 存在零点, 求 a 的求值范围.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、B

【解析】

试题分析: 通过逆否命题的同真同假, 结合充要条件的判断方法判定即可.

由 p 是 $\neg q$ 的充分不必要条件知“若 p 则 $\neg q$ ”为真, “若 $\neg q$ 则 p ”为假, 根据互为逆否命题的等价性知, “若 q 则 $\neg p$ ”为真, “若 $\neg p$ 则 q ”为假, 故选 B.

考点: 逻辑命题

2、C

【解析】

由 $\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} = 0$ 得 F 是弦 AB 的中点. 进而得 AB 垂直于 x 轴, 得 $\frac{b^2}{a} = a + c$, 再结合 a, b, c 关系求解即可

【详解】

因为 $\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} = \mathbf{0}$ ，所以 F 是弦 AB 的中点.且 AB 垂直于 x 轴.因为以 AB 为直径的圆经过双曲线 C 的左顶点，所以

$$\frac{b^2}{a} = a + c, \text{ 即 } \frac{c^2 - a^2}{a} = a + c, \text{ 则 } c - a = a, \text{ 故 } e = \frac{c}{a} = 2.$$

故选：C

【点睛】

本题是对双曲线的渐近线以及离心率的综合考查，是考查基本知识，属于基础题.

3、A

【解析】

根据题意得到 $d = \frac{bc}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{c}{2}$ ，化简得到 $a^2 = 3b^2$ ，得到答案.

【详解】

根据题意知：焦点 $F(c, 0)$ 到渐近线 $y = \frac{b}{a}x$ 的距离为 $d = \frac{bc}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{c}{2}$ ，

故 $a^2 = 3b^2$ ，故渐近线为 $x \pm \sqrt{3}y = 0$ 。

故选：A。

【点睛】

本题考查了直线和圆的位置关系，双曲线的渐近线，意在考查学生的计算能力和转化能力.

4、D

【解析】

利用线面平行和垂直的判定定理和性质定理,对选项做出判断，举出反例排除.

【详解】

解：对于 A ，当 $m \subset \alpha, n \subset \beta$ ，且 $\alpha \perp \beta$ ，则 m 与 n 的位置关系不定，故错；

对于 B ，当 $m \parallel n$ 时，不能判定 $\alpha \parallel \beta$ ，故错；

对于 C ，若 $m \perp \alpha, n \parallel \beta$ ，且 $\alpha \perp \beta$ ，则 m 与 n 的位置关系不定，故错；

对于 D ，由 $m \perp \alpha, \alpha \parallel \beta$ 可得 $m \perp \beta$ ，又 $n \parallel \beta$ ，则 $m \perp n$ 故正确.

故选：D。

【点睛】

本题考查空间线面位置关系.判断线面位置关系利用好线面平行和垂直的判定定理和性质定理.

一般可借助正方体模型，以正方体为主线直观感知并准确判断.

5、B

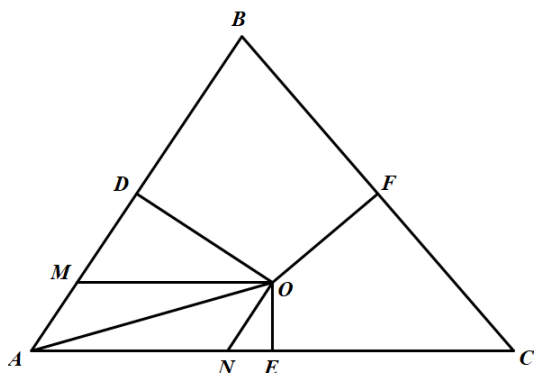
【解析】

首先根据题中条件和三角形中几何关系求出 x ， y ，即可求出 $2x+3y$ 的值.

【详解】

如图所示过 O 做三角形三边的垂线，垂足分别为 D ， E ， F ，

过 O 分别做 AB ， AC 的平行线 NO ， MO ，



$$\text{由题知 } \cos 60^\circ = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{9 + 4 + BC^2}{12} \Rightarrow BC = \sqrt{7},$$

$$\text{则外接圆半径 } r = \frac{BC}{2 \cdot \sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{21}}{3},$$

$$\text{因为 } OD \perp AB, \text{ 所以 } OD = \sqrt{AO^2 - AD^2} = \sqrt{\frac{21}{9} - 1} = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{又因为 } \angle DMO = 60^\circ, \text{ 所以 } DM = \frac{2}{3} \Rightarrow AM = \frac{1}{3}, \quad MO = AN = \frac{4}{3},$$

$$\text{由题可知 } \overrightarrow{AO} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN},$$

$$\text{所以 } x = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{6}, \quad y = \frac{AN}{AC} = \frac{4}{9},$$

$$\text{所以 } 2x + 3y = \frac{5}{3}.$$

故选：D.

【点睛】

本题主要考查了三角形外心的性质，正弦定理，平面向量分解定理，属于一般题.

6、B

【解析】

由已知结合等差数列的通项公式及求和公式可求 d ， a_1 ，然后结合等差数列的求和公式即可求解.

【详解】

解：因为 $S_{13} = 0$ ， $a_3 + a_4 = 21$ ，

所以 $\begin{cases} 13a_1 + 13 \times 6d = 0 \\ 2a_1 + 5d = 21 \end{cases}$ ，解可得， $d = -3$ ， $a_1 = 18$ ，

则 $S_7 = 7 \times 18 + \frac{1}{2} \times 7 \times 6 \times (-3) = 63$.

故选：B.

【点睛】

本题主要考查等差数列的通项公式及求和公式的简单应用，属于基础题.

7、C

【解析】

根据函数奇偶性可排除 AB 选项；结合特殊值，即可排除 D 选项.

【详解】

$$\because f(x) = \cos 2x + \frac{2\cos 2x}{2^x - 1} = \frac{2^x + 1}{2^x - 1} \times \cos 2x,$$

$$f(-x) = \frac{2^{-x} + 1}{2^{-x} - 1} \times \cos(-2x) = -\frac{2^x + 1}{2^x - 1} \times \cos 2x = -f(x),$$

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 为奇函数，

$\therefore$ 排除选项 A，B；

又 $\because$ 当 $x \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ 时， $f(x) > 0$ ，

故选：C.

【点睛】

本题考查了依据函数解析式选择函数图象，注意奇偶性及特殊值的用法，属于基础题.

8、C

【解析】

根据 $x^2 + y^2 = 2t - t^2$ ($t \in R$) 表示圆和直线 $x + y = t$ 与圆 $x^2 + y^2 = 2t - t^2$ ($t \in R$) 有公共点，得到 $0 \leq t \leq \frac{4}{3}$

，再利用二次函数的性质求解.

【详解】

因为 $x^2 + y^2 = 2t - t^2$ ($t \in R$) 表示圆，

所以 $2t - t^2 > 0$ ，解得 $0 < t < 2$ ，

因为直线 $x + y = t$ 与圆 $x^2 + y^2 = 2t - t^2$ ($t \in R$) 有公共点，

所以圆心到直线的距离 $d \leq r$ ，

$$\text{即 } \frac{|t|}{\sqrt{2}} \leq \sqrt{2t - t^2},$$

$$\text{解得 } 0 \leq t \leq \frac{4}{3},$$

$$\text{此时 } 0 \leq t \leq \frac{4}{3},$$

因为 $f(t) = t(4-t) = -t^2 + 4t = -(t-2)^2 + 4$ ，在 $\left[0, \frac{4}{3}\right]$ 递增，

$$\text{所以 } t(4-t) \text{ 的最大值 } f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{32}{9}.$$

故选：C

【点睛】

本题主要考查圆的方程，直线与圆的位置关系以及二次函数的性质，还考查了运算求解的能力，属于中档题.

9、B

【解析】

根据程序框图中程序的功能，可以列方程计算.

【详解】

$$\text{由题意 } S \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = 15, \quad S = 60.$$

故选：B.

【点睛】

本题考查程序框图，读懂程序的功能是解题关键.

10、A

【解析】

根据集合交集与补集运算,即可求得 $A \cap C_U B$.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/568005007065006051>