内蒙古通辽市开鲁县蒙古族中学2024年招生全国统一考试仿真卷（九）-高考数学试题仿真试题

请考生注意：

1．请用2B铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用0．5毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。

2．答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．某单位去年的开支分布的折线图如图1所示，在这一年中的水、电、交通开支（单位：万元）如图2所示，则该单位去年的水费开支占总开支的百分比为（　　）

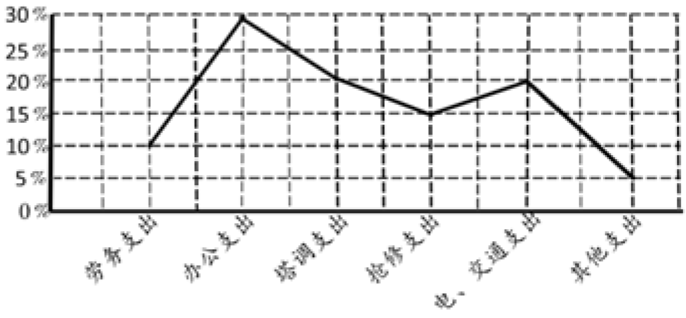


图1

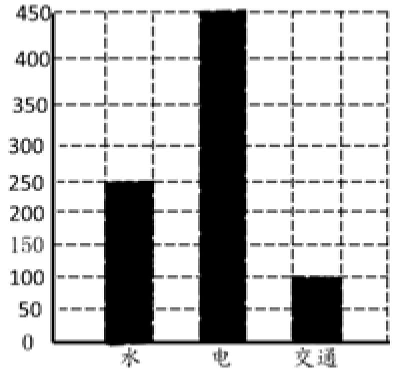


图2

A．6.25%　　B．7.5%　　C．10.25%　　D．31.25%

2．设全集为**R**，集合 $A=\{x|0<x<2\}$，$B=\{x|x\geq 1\}$，则 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=$

A．$\{x|0<x\leq 1\}$　　B．$\{x|0<x<1\}$　　C．$\{x|1\leq x<2\}$　　D．$\{x|0<x<2\}$

3．设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x|0<x\leq 2\}$，$B=\{x|x<1\}$，则集合 $A\cup B=$（　　）

A．$(2,+\infty)$　　B．$[2,+\infty)$　　C．$(-\infty,2]$　　D．$(-\infty,1]$

4．已知 $a=\ln 3, b=\log_3 e, c=\log_\pi e$，则下列关系正确的是（　　）

A．$c<b<a$　　B．$a<b<c$　　C．$b<a<c$　　D．$b<c<a$

5．集合 $P=\{x\in N\mid -2<x-1<2\}$ 的子集的个数是（　　）

A．2　　B．3　　C．4　　D．8

6．一个袋中放有大小、形状均相同的小球，其中红球1个、黑球2个，现随机等可能取出小球，当有放回依次取出两个小球时，记取出的红球数为 ξ_1；当无放回依次取出两个小球时，记取出的红球数为 ξ_2，则（　　）

A．$E\xi_1<E\xi_2$，$D\xi_1<D\xi_2$　　B．$E\xi_1=E\xi_2$，$D\xi_1>D\xi_2$

C．$E\xi_1=E\xi_2$，$D\xi_1<D\xi_2$　　D．$E\xi_1>E\xi_2$，$D\xi_1>D\xi_2$

7．已知 F_1, F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左右焦点，过 F_1 的直线与双曲线的两支分别交于 A,B 两点（**A** 在右支，**B** 在左支）若 ΔABF_2 为等边三角形，则双曲线的离心率为（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{5}$　　C．$\sqrt{6}$　　D．$\sqrt{7}$

8．已知函数 $f(x)=\ln x$，$g(x)=(2m+3)x+n$，若 $\forall x\in(0,+\infty)$ 总有 $f(x)\le g(x)$ 恒成立.记 $(2m+3)n$ 的最小值为 $F(m,n)$，则 $F(m,n)$ 的最大值为（　　）

A．1　　B．$\frac{1}{e}$　　C．$\frac{1}{e^2}$　　D．$\frac{1}{e^3}$

9．已知函数 $□(□)=\left(\frac{□}{e^{□}}\right)^2+\frac{□□}{e^{□}}-□$ 有三个不同的零点 $□_1,□_2,□_3$（其中 $□_1<□_2<□_3$），则 $\left(1-\frac{□_1}{e^{□_1}}\right)^2\left(1-\frac{□_2}{e^{□_2}}\right)\left(1-\frac{□_3}{e^{□_3}}\right)$ 的值为(　　)

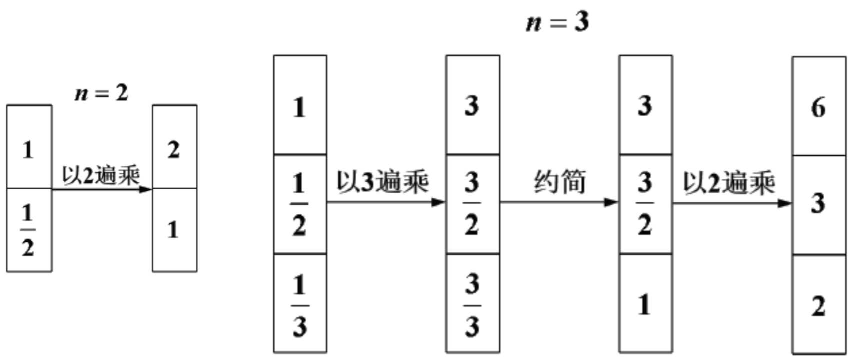
A．1　　B．-1　　C．□　　D．$-□$

10．定义在 **R** 上的偶函数 ***f***（***x***）满足 ***f***（***x***+2）=***f***（***x***），当 ***x***∈[－3，－2]时，***f***（***x***）=－***x***－2，则（　　）

A．$f\left(sin\frac{\pi}{6}\right)>f\left(cos\frac{\pi}{6}\right)$　　B．***f***（***sin***3）<***f***（***cos***3）

C．$f\left(sin\frac{4\pi}{3}\right)<f\left(cos\frac{4\pi}{3}\right)$　　D．***f***（2020）>***f***（2019）

11．《九章算术》“少广”算法中有这样一个数的序列：列出“全步”（整数部分）及诸分子分母，以最下面的分母遍乘各分子和“全步”，各自以分母去约其分子，将所得能通分之分数进行通分约简，又用最下面的分母去遍乘诸（未通者）分子和以通之数，逐个照此同样方法，直至全部为整数，例如：$n=2$ 及 $n=3$ 时，如图：



记 S_n 为每个序列中最后一列数之和，则 S_6 为（　　）

A．147　　B．294　　C．882　　D．1764

12．已知平面向量 $\vec{a},\vec{b}$，满足 $|\vec{a}|=\frac{1}{3},|\vec{b}|=1$，且 $|2\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}+\vec{b}|$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为（　　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　　　B. $\frac{\pi}{3}$　　　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　　　D. $\frac{5\pi}{6}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知一个正四棱锥的侧棱与底面所成的角为$60°$，侧面积为$4\sqrt{7}$，则该棱锥的体积为__________.

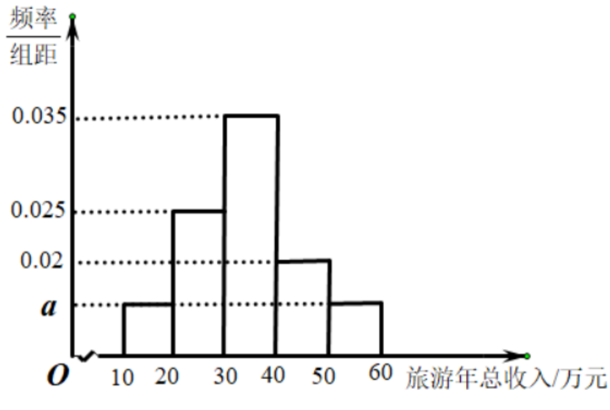
14．设x，y满足约束条件$\begin{cases}2x-y\le 6\\ x+y\ge 3\\ y\le 3\end{cases}$，若$z=x+3y+a$的最大值是 10，则$a=$________.

15．记实数$x_1,x_2,\cdots,x_n$中的最大数为$\max\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$，最小数为$\min\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$.已知实数$1$，$x$，$y$且三数能构成三角形的三边长，若$t=\max\left\{\frac{1}{x},\frac{x}{y},y\right\}\cdot\min\left\{\frac{1}{x},\frac{x}{y},y\right\}$，则$t$的取值范围是______.

16．过直线$y=kx+7$上一动点$M(x,y)$向圆$C:x^2+y^2+2y=0$引两条切线 ***MA***，***MB***，切点为 ***A***，***B***，若$k\in[1,4]$，则四边形 ***MACB*** 的最小面积$S\in[\sqrt{3},\sqrt{7}]$的概率为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）**2019 年 9 月 26 日，携程网发布《2019 国庆假期旅游出行趋势预测报告》，2018 年国庆假日期间，西安共接待游客 1692.56 万人次，今年国庆有望超过 2000 万人次，成为西部省份中接待游客量最多的城市.旅游公司规定：若公司某位导游接待旅客，旅游年总收人不低于 40(单位：万元)，则称该导游为优秀导游.经验表明，如果公司的优秀导游率越高，则该公司的影响度越高.已知甲、乙家旅游公司各有导游 40 名，统计他们一年内旅游总收入，分别得到甲公司的频率分布直方图和乙公司的频数分布表如下：**



分组	[10,20)	[20,30)	[30,40)	[40,50)
频数	2	b	20	10

（1）求a，b的值，并比较甲、乙两家旅游公司，哪家的影响度高？

（2）从甲、乙两家公司旅游总收人在$[10,20)$ **(单位：万元)的导游中，随机抽取 3 人进行业务培训，设来自甲公司的人数为**X，**求**X**的分布列及数学期望.**

18.（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\left|x\right|+\left|x-a\right|$.

（1）当 $a=2$ 时，求不等式 $f\left(x\right)<4$ 的解集；

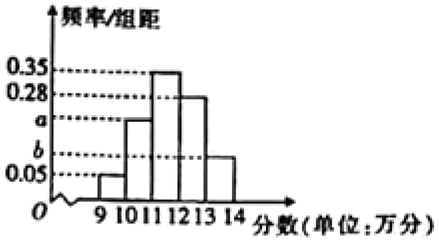
（2）若 $f\left(x\right)\geq 1$ 对任意 $x\in\mathbf{R}$ 成立，求实数 a 的取值范围.

19.（12 分）已知在□□□□中，角□, □, □的对边分别为□, □, □,且$\frac{\cos□}{□}+\frac{\cos□}{□}=\frac{2\sqrt{3}\sin□}{3\sin□}$.

（1）求□的值；

（2）若$\cos□+\sqrt{3}\sin□=2$,求□ + □的取值范围.

20.（12 分）某芯片公司对今年新开发的一批 **5*G*** 手机芯片进行测评，该公司随机调查了 **100** 颗芯片，并将所得统计数据分为$\left[9,10\right)\left[10,11\right),\left[11,12\right),\left[12,13\right),\left[13,14\right]$五个小组（所调查的芯片得分均在$\left[9,14\right]$内），得到如图所示的频率分布直方图，其中 $a-b=0.18$.



（1）求这 **100** 颗芯片评测分数的平均数（同一组中的每个数据可用该组区间的中点值代替）.

（2）芯片公司另选 **100** 颗芯片交付给某手机公司进行测试，该手机公司将每颗芯片分别装在 **3** 个工程手机中进行初测。若 **3** 个工程手机的评分都达到 **11** 万分，则认定该芯片合格；若 **3** 个工程手机中只要有 **2** 个评分没达到 **11** 万分，则认定该芯片不合格；若 **3** 个工程手机中仅 **1** 个评分没有达到 **11** 万分，则将该芯片再分别置于另外 **2** 个工程手机中进行二测，二测时，**2** 个工程手机的评分都达到 **11** 万分，则认定该芯片合格；**2** 个工程手机中只要有 **1** 个评分没达到 **11** 万分，手机公司将认定该芯片不合格．已知每颗芯片在各次置于工程手机中的得分相互独立，并且芯片公司对芯片的评分方法及标准与手机公司对芯片的评分方法及标准都一致（以频率作为概率）．每颗芯片置于一个工程手机中的测试费用均为 **300** 元，每颗芯片若被认定为合格或不合格，将不再进行后续测试，现手机公司测试部门预算的测试经费为 **10** 万元，试问预算经费是否足够测试完这 **100** 颗芯片？请说明理由.

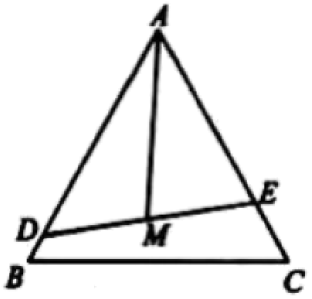
21.（12 分）已知 a ，b ，c 为正数，且 $abc=1$，证明：

（1）$\left(2a+1\right)\left(2b+1\right)\left(2c+1\right)\geq 27$；

（2）$\dfrac{1}{a\left(b+c\right)^{2}}+\dfrac{1}{b\left(a+c\right)^{2}}+\dfrac{1}{c\left(a+b\right)^{2}}\leq\dfrac{3}{4}$.

22.（10 分）某公园有一块边长为 **3** 百米的正三角形 ABC

空地，拟将它分割成面积相等的三个区域，用来种植三种花卉.方案是：先建造一条直道 DE 将 ΔABC 分成面积之比为 $2:1$ 的两部分（点 **D**，**E** 分别在边 AB，AC 上）；再取 DE 的中点 **M**，建造直道 AM（如图）.设 $AD = x$，$DE = y_1$，$AM = y_2$（单位：百米）.



（1）分别求 y_1，y_2 关于 ***x*** 的函数关系式；

（2）试确定点 ***D*** 的位置，使两条直道的长度之和最小，并求出最小值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**A**

【解析】

由折线图找出水、电、交通开支占总开支的比例，再计算出水费开支占水、电、交通开支的比例，相乘即可求出水费开支占总开支的百分比.

【详解】

水费开支占总开支的百分比为 $\dfrac{250}{250+450+100}\times 20\% = 6.25\%$.

故选：**A**

【点睛】

本题考查折线图与柱形图，属于基础题.

2、**B**

【解析】

分析：由题意首先求得 $C_R B$，然后进行交集运算即可求得最终结果.

详解：由题意可得：$C_R B=\left\{x \mid x<1\right\}$，

结合交集的定义可得：$A\cap\left(C_R B\right)=\left\{0<x<1\right\}$.

本题选择 B 选项.

点睛：本题主要考查交集的运算法则，补集的运算法则等知识，意在考查学生的转化能力和计算求解能力.

3、C

【解析】

∵集合 $A=\left\{x\middle|0<x\le 2\right\}$，$B=\left\{x\middle|x<1\right\}$，

$\therefore A\cup B=\left(-\infty,2\right]$

点睛：本题是道易错题，看清所问问题求并集而不是交集.

4、A

【解析】

首先判断 a,b,c 和 1 的大小关系，再由换底公式和对数函数 $y=\ln x$ 的单调性判断 b,c 的大小即可.

【详解】

因为 $a=\ln 3>\ln e>1$，$b=\log_3 e=\dfrac{1}{\ln 3},c=\log_\pi e=\dfrac{1}{\ln\pi}$，$1<\ln 3<\ln\pi$，所以 $c<b<1$，综上可得 $c<b<a$.

故选：A

【点睛】

本题考查了换底公式和对数函数的单调性，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

5、D

【解析】

先确定集合 P 中元素的个数，再得子集个数.

【详解】

由题意 $P=\{x\in N\mid -1<x<3\}=\{0,1,2\}$，有三个元素，其子集有 8 个.

故选：D.

【点睛】

本题考查子集的个数问题，含有 n 个元素的集合其子集有 2^n 个，其中真子集有 2^n-1 个.

6、B

【解析】

分别求出两个随机变量的分布列后求出它们的期望和方差可得它们的大小关系.

【详解】

ξ_1 可能的取值为 $0,1,2$；ξ_2 可能的取值为 $0,1$，

$P\left(\xi_1=0\right)=\frac{4}{9}$，$P\left(\xi_1=2\right)=\frac{1}{9}$，$P\left(\xi_1=1\right)=1-\frac{4}{9}-\frac{1}{9}=\frac{4}{9}$，

故 $E\xi_1=\frac{2}{3}$，$D\xi_1=0^2\times\frac{4}{9}+2^2\times\frac{1}{9}+1^2\times\frac{4}{9}-\frac{4}{9}=\frac{4}{9}$.

$P\left(\xi_2=0\right)=\frac{2\times1}{3\times2}=\frac{1}{3}$，$P\left(\xi_2=1\right)=\frac{2\times1\times2}{3\times2}=\frac{2}{3}$，

故 $E\xi_2=\frac{2}{3}$，$D\xi_2=0^2\times\frac{1}{3}+1^2\times\frac{2}{3}-\frac{4}{9}=\frac{2}{9}$，

故 $E\xi_1=E\xi_2$，$D\xi_1>D\xi_2$.故选 **B.**

【点睛】

离散型随机变量的分布列的计算，应先确定随机变量所有可能的取值，再利用排列组合知识求出随机变量每一种取值情况的概率，然后利用公式计算期望和方差，注意在取球模型中摸出的球有放回与无放回的区别.

7、**D**

【解析】

根据双曲线的定义可得 ΔABF_2 的边长为 $4a$，然后在 ΔAF_1F_2 中应用余弦定理得 a,c 的等式，从而求得离心率.

【详解】

由题意 $\left|AF_1\right|-\left|AF_2\right|=2a$，$\left|BF_2\right|-\left|BF_1\right|=2a$，又 $\left|AF_2\right|=\left|BF_2\right|=\left|AB\right|$，

$\therefore\left|AF_1\right|-\left|BF_1\right|=\left|AB\right|=4a$，$\therefore\left|BF_1\right|=2a$，

在 ΔAF_1F_2 中 $\left|F_1F_2\right|^2=\left|AF_1\right|^2+\left|AF_2\right|^2-2\left|AF_1\right|\left|AF_2\right|\cos60°$，

即 $4c^2=(6a)^2+(4a)^2-2\times6a\times4a\times\frac{1}{2}=28a^2$，$\therefore$.

故选：**D.**

【点睛】

本题考查求双曲线的离心率，解题关键是应用双曲线的定义把 A 到两焦点距离用 a 表示，然后用余弦定理建立关系式.

8、**C**

【解析】

根据 $\forall x\in\left(0,+\infty\right)$ 总有 $f\left(x\right)\le g\left(x\right)$ 恒成立可构造函数 $h\left(x\right)=\ln x-\left(2m+3\right)x-n$,求导后分情况讨论 $h\left(x\right)$ 的最大值可得最大值最大值 $h\left(\frac{1}{2m+3}\right)=-\ln\left(2m+3\right)-1-n$,

即 $-\ln\left(2m+3\right)-1-n\le0$.根据题意化简可得 $\left(2m+3\right)n\ge\left(2m+3\right)\left[-\ln\left(2m+3\right)-1\right]$,求得

$F(m,n)=(2m+3)\left[-\ln(2m+3)-1\right]$,再换元求导分析最大值即可.

【详解】

由题，$\forall x\in(0,+\infty)$ 总有 $\ln x\le(2m+3)x+n$ 即 $\ln x-(2m+3)x-n\le 0$ 恒成立.

设 $h(x)=\ln x-(2m+3)x-n$,则 $h(x)$ 的最大值小于等于 **0**.

又 $h'(x)=\dfrac{1}{x}-(2m+3)$,

若 $2m+3\le 0$ 则 $h'(x)>0$, $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，$h(x)$ 无最大值.

若 $2m+3>0$,则当 $x>\dfrac{1}{2m+3}$ 时, $h'(x)<0$, $h(x)$ 在 $\left(\dfrac{1}{2m+3},+\infty\right)$ 上单调递减,

当 $0<x<\dfrac{1}{2m+3}$ 时, $h'(x)>0$, $h(x)$ 在 $\left(0,\dfrac{1}{2m+3}\right)$ 上单调递增.

故在 $x=\dfrac{1}{2m+3}$ 处 $h(x)$ 取得最大值 $h\left(\dfrac{1}{2m+3}\right)=\ln\dfrac{1}{2m+3}-1-n=-\ln(2m+3)-1-n$.

故 $-\ln(2m+3)-1-n\le 0$,化简得 $(2m+3)n\ge(2m+3)\left[-\ln(2m+3)-1\right]$.

故 $F(m,n)=(2m+3)\left[-\ln(2m+3)-1\right]$,令 $t=2m+3,(t>0)$,可令 $k(t)=-t(\ln t+1)$,

故 $k'(t)=-\ln t-2$,当 $t>\dfrac{1}{e^2}$ 时，$k'(t)<0$, $k(t)$ 在 $\left(\dfrac{1}{e^2},+\infty\right)$ 递减;

当 $0<t<\dfrac{1}{e^2}$ 时，$k'(t)>0$, $k(t)$ 在 $\left(0,\dfrac{1}{e^2}\right)$ 递增.

故在 $t=\dfrac{1}{e^2}$ 处 $h(t)$ 取得极大值,为 $k\left(\dfrac{1}{e^2}\right)=-\dfrac{1}{e^2}\left(\ln\dfrac{1}{e^2}+1\right)=\dfrac{1}{e^2}$.

故 $F(m,n)$ 的最大值为 $\dfrac{1}{e^2}$.

故选：**C**

【点睛】

本题主要考查了根据导数求解函数的最值问题,需要根据题意分析导数中参数的范围,再分析函数的最值,进而求导构造函数求解 $(2m+3)n$ 的最大值.属于难题.

9、**A**

【解析】

令$\frac{□}{e^{□}}=□$，构造$□(□)=\frac{□}{e^{□}}$，要使函数$□(□)=\left(\frac{□}{e^{□}}\right)^2+\frac{□□}{e^{□}}-□$有三个不同的零点$□_1,□_2,□_3$（其中$□_1<□_2<□_3$），则方程$□^2+□□-□=0$需要有两个不同的根$□_1,□_2$，则$□=□^2+4□>0$，解得$□>0$或$□<-4$，结合$□(□)=\frac{□}{e^{□}}$的图象，并分$□>0$，$□<-4$两个情况分类讨论，可求出$\left(1-\frac{□_1}{e^{□_1}}\right)^2\left(1-\frac{□_2}{e^{□_2}}\right)\left(1-\frac{□_3}{e^{□_3}}\right)$的值.

【详解】

令$\frac{□}{e^{□}}=□$，构造$□(□)=\frac{□}{e^{□}}$，求导得$□'(□)=\frac{1-□}{e^{□}}$，当$□<1$时，$□'(□)>0$；当$□>1$时，$□'(□)<0$，

故$□(□)$在$(-\infty,1)$上单调递增，在$(1,+\infty)$上单调递减，且$□<0$时，$□(□)<0$，$□>0$时，$□(□)>0$，

$□(□)_{max}=□(1)=\frac{1}{e}$，可画出函数$□(□)$的图象（见下图），要使函数$□(□)=\left(\frac{□}{e^{□}}\right)^2+\frac{□□}{e^{□}}-□$有三个不同的零点$□_1,□_2,□_3$

（其中$□_1<□_2<□_3$），则方程$□^2+□□-□=0$需要有两个不同的根$□_1,□_2$（其中$□_1<□_2$），则$□=□^2+4□>0$，

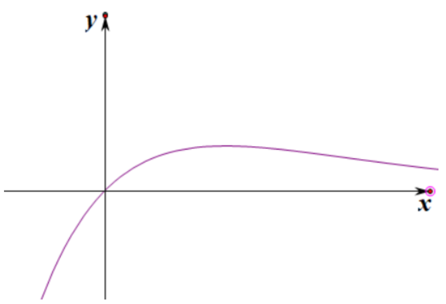
解得$□>0$或$□<-4$，且$\begin{cases}□_1+□_2=-□\\ □_1\cdot□_2=-□\end{cases}$，

若$□>0$，即$\begin{cases}□_1+□_2=-□<0\\ □_1\cdot□_2=-□<0\end{cases}$，则$□_1<0<□_2<\frac{1}{e}$，则$□_1<0<□_2<1<□_3$，且$□(□_2)=□(□_3)=□_2$，

故$\left(1-\frac{□_1}{e^{□_1}}\right)^2\left(1-\frac{□_2}{e^{□_2}}\right)\left(1-\frac{□_3}{e^{□_3}}\right)=(1-□_1)^2(1-□_2)^2=[1-(□_1+□_2)+□_1□_2]^2=(1+□-□)^2=1$，

若$□<-4$，即$\begin{cases}□_1+□_2=-□>4\\ □_1\cdot□_2=-□>4\end{cases}$，由于$□(□)_{max}=□(1)=\frac{1}{e}$，故$□_1+□_2<\frac{2}{e}<4$，故$□<-4$不符合题意，舍去.

故选 A.



【点睛】

解决函数零点问题，常常利用数形结合、等价转化等数学思想.

10、B