

2024 届云南省建水县第六中学高三下学期期末教学质量诊断（一模）数学试题

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型 (B) 填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知抛物线 $C: y = \frac{1}{4}x^2$ 的焦点为 F ，准线为 l ， P 是 l 上一点，直线 PF 与抛物线交于 A, B 两点，若

$\overline{PA} = 2\overline{AF}$ ，则 $|AB|$ 为()

- A. $\frac{40}{9}$ B. 40 C. 16 D. $\frac{16}{3}$

2. 刘徽(约公元 225 年-295 年)，魏晋期间伟大的数学家，中国古典数学理论的奠基人之一他在割圆术中提出的，“割之弥细，所失弥少，割之又割，以至于不可割，则与圆周合体而无所失矣”，这可视为中国古代极限观念的佳作，割圆术的核心思想是将一个圆的内接正 n 边形等分成 n 个等腰三角形(如图所示)，当 n 变得很大时，这 n 个等腰三角形的面积之和近似等于圆的面积，运用割圆术的思想，得到 $\sin 2^\circ$ 的近似值为()



- A. $\frac{\pi}{90}$ B. $\frac{\pi}{180}$ C. $\frac{\pi}{270}$ D. $\frac{\pi}{360}$

3. 双曲线 $C: x^2 - 2y^2 = 1$ 的渐近线方程为()

- A. $x \pm \sqrt{2}y = 0$ B. $x \pm 2y = 0$
C. $\sqrt{2}x \pm y = 0$ D. $2x \pm y = 0$

4. 已知双曲线的中心在原点且一个焦点为 $F(\sqrt{7}, 0)$ ，直线 $y = x - 1$ 与其相交于 M, N 两点，若 MN 中点的横坐标为 $-\frac{2}{3}$ ，则此双曲线的方程是

- A. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1$ B. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$
C. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{2} = 1$ D. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{5} = 1$

5. 已知集合 $A=\{x|-1<x<2\}$, $B=\{x|x>1\}$, 则 $A\cup B=$

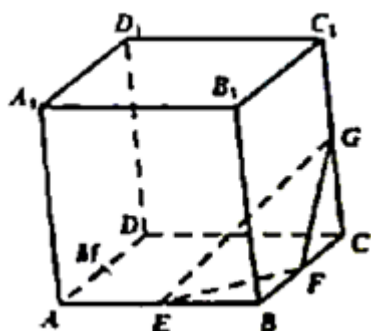
- A. $(-1, 1)$ B. $(1, 2)$ C. $(-1, +\infty)$ D. $(1, +\infty)$

6. 正项等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1a_5+2a_3a_7+a_5a_9=16$, 且 a_5 与 a_9 的等差中项为 4, 则 $\{a_n\}$ 的公比是 ()

- A. 1 B. 2 C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\sqrt{2}$

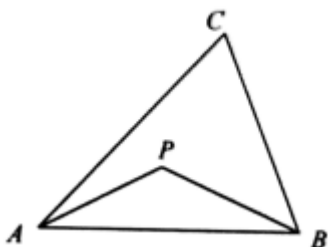
7. 如图, 在棱长为 4 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F, G 分别为棱 AB, BC, CC_1 的中点, M 为棱 AD 的中点,

设 P, Q 为底面 $ABCD$ 内的两个动点, 满足 $D_1P \parallel$ 平面 EFG , $D_1Q = \sqrt{17}$, 则 $PM + PQ$ 的最小值为 ()



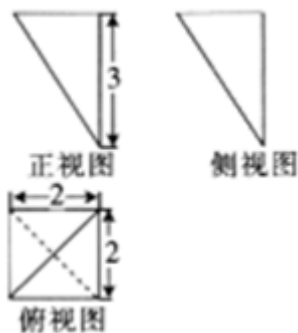
- A. $3\sqrt{2}-1$ B. $3\sqrt{2}-2$ C. $2\sqrt{5}-1$ D. $2\sqrt{5}-2$

8. 如图, 设 P 为 $\triangle ABC$ 内一点, 且 $\vec{AP} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC}$, 则 $\triangle ABP$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比为



- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$
C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{6}$

9. 已知某几何体的三视图如图所示, 其中正视图与侧视图是全等的直角三角形, 则该几何体的各个面中, 最大面的面积为 ()



- A. 2 B. 5 C. $\sqrt{13}$ D. $\sqrt{22}$

10. 已知命题 p : $m=1$ 是“直线 $x-my=0$ 和直线 $x+my=0$ 互相垂直”的充要条件; 命题 q : 函数 $f(x)=x+\frac{4}{x}$ 的最小值为 4. 给出下列命题: ① $p \wedge q$; ② $p \vee q$; ③ $p \wedge (\neg q)$; ④ $(\neg p) \wedge (\neg q)$, 其中真命题的个数为()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

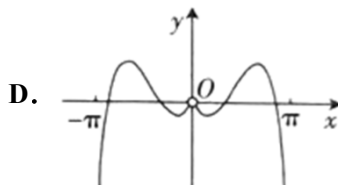
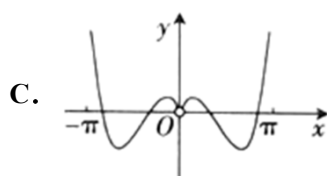
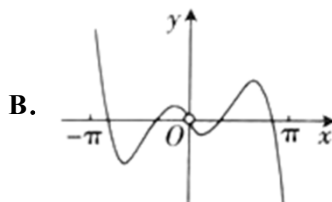
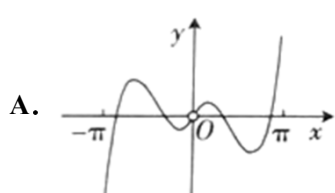
11. 为实现国民经济新“三步走”的发展战略目标, 国家加大了扶贫攻坚的力度. 某地区在 2015 年以前的年均脱贫率 (脱离贫困的户数占当年贫困户总数的比) 为 70%. 2015 年开始, 全面实施“精准扶贫”政策后, 扶贫效果明显提高, 其中 2019 年度实施的扶贫项目, 各项目参加户数占比 (参加该项目户数占 2019 年贫困户总数的比) 及该项目的脱贫率见下表:

实施项目	种植业	养殖业	工厂就业	服务业
参加用户比	40%	40%	10%	10%
脱贫率	95%	95%	90%	90%

那么 2019 年的年脱贫率是实施“精准扶贫”政策前的年均脱贫率的 ()

- A. $\frac{27}{28}$ 倍 B. $\frac{47}{35}$ 倍 C. $\frac{48}{35}$ 倍 D. $\frac{7}{5}$ 倍

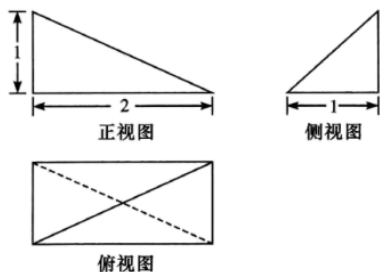
12. 函数 $f(x)=x^3 \cos x+x \ln |x|$ 在 $[-\pi, 0) \cup (0, \pi]$ 的图象大致为 ()



二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 已知双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 的右准线与渐近线的交点在抛物线 $y^2 = 2px$ 上，则实数 p 的值为_____.

14. 已知某几何体的三视图如图所示，则该几何体外接球的表面积是_____.



15. 记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，已知 $2S_n - a_n + 1 = n(a_n + 1)$ ，且 $a_2 = 5$. 若 $m > \frac{S_n}{2^n}$ ，则实数 m 的取值范围为_____.

16. 已知函数 $f(x) = e^{2x}$ ，则过原点且与曲线 $y = f(x)$ 相切的直线方程为_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12分) 以坐标原点为极点， x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_1 的参数方程是 $\begin{cases} x = 1 + \sqrt{5 - a} \cos \theta \\ y = 2 + \sqrt{5 - a} \sin \theta \end{cases}$ (θ

为参数，常数 $a < 5$)，曲线 C_2 的极坐标方程是 $\rho \sin^2 \theta + 4 \sin \theta = \rho$.

(1) 写出 C_1 的普通方程及 C_2 的直角坐标方程，并指出是什么曲线；

(2) 若直线 l 与曲线 C_1 ， C_2 均相切且相切于同一点 P ，求直线 l 的极坐标方程.

18. (12分) 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = \frac{\pi}{3}$ ， $b = \sqrt{7}$ ，_____求 BC 边上的高.

① $\sin A = \frac{\sqrt{21}}{7}$ ，② $\sin A = 3 \sin C$ ，③ $a - c = 2$ ，这三个条件中任选一个，补充在上面问题中并作答.

19. (12分) 已知函数 $f(x) = |x - 1|$ ，不等式 $f(x) + f(x - 1) < 5$ 的解集为 $\{x | m < x < n\}$.

(1) 求实数 m ， n 的值；

(2) 若 $x > 0$ ， $y > 0$ ， $nx + y + m = 0$ ，求证： $x + y \geq 9xy$.

20. (12分) 某动漫影视制作公司长期坚持文化自信，不断挖掘中华优秀传统文化中的动漫题材，创作出一批又一批的优秀动漫影视作品，获得市场和广大观众的一致好评，同时也为公司赢得丰厚的利润. 该公司2013年至2019年的年利润 y 关于年份代号 x 的统计数据如下表 (已知该公司的年利润与年份代号线性相关).

年份	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
----	------	------	------	------	------	------	------

年份代号 x	1	2	3	4	5	6	7
年利润 y (单位: 亿元)	29	33	36	44	48	52	59

(I) 求 y 关于 x 的线性回归方程, 并预测该公司 2020 年 (年份代号记为 8) 的年利润;

(II) 当统计表中某年年利润的实际值大于由 (I) 中线性回归方程计算出该年利润的估计值时, 称该年为 A 级利润年, 否则称为 B 级利润年. 将 (I) 中预测的该公司 2020 年的年利润视作该年利润的实际值, 现从 2013 年至 2020 年这 8 年中随机抽取 2 年, 求恰有 1 年为 A 级利润年的概率.

参考公式: $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$.

21. (12 分) 已知函数 $f(x) = (ax-1)e^x + ax + 1$, 其中 e 为自然对数的底数, $a \in \mathbb{R}$.

- (1) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线与直线 $2x - y + 1 = 0$ 平行, 求 a 的值;
- (2) 若 $a = \frac{1}{2}$, 问函数 $f(x)$ 有无极值点? 若有, 请求出极值点的个数; 若没有, 请说明理由.

22. (10 分) 已知椭圆 $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 经过点 $A(0, -2)$, 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

- (1) 求椭圆 M 的方程;
- (2) 经过点 $E(0, 1)$ 且斜率存在的直线 l 交椭圆于 Q, N 两点, 点 B 与点 Q 关于坐标原点对称. 连接 AB, AN . 求证: 存在实数 λ , 使得 $k_{AN} = \lambda k_{AB}$ 成立.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、D

【解析】

如图所示, 过 AB 分别作 $AC \perp l$ 于 C , $BD \perp l$ 于 D , 利用 $\triangle APC: \triangle BPD$ 和 $\triangle FPM: \triangle BPD$, 联立方程组计算得到答案.

【详解】

如图所示：过 AB 分别作 $AC \perp l$ 于 C ， $BD \perp l$ 于 D 。

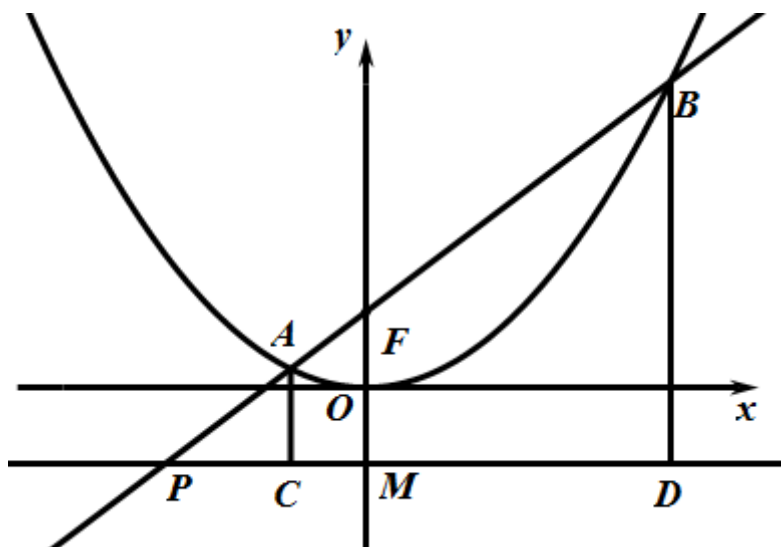
$$\overset{\curvearrowright}{PA} = 2\overset{\curvearrowright}{AF}, \text{ 则 } |AC| = \frac{2}{3}|FM| = \frac{4}{3},$$

$$\text{根据 } \triangle APC : \triangle BPD \text{ 得到: } \frac{AP}{BP} = \frac{AC}{BD}, \text{ 即 } \frac{AP}{AP + \frac{4}{3} + BD} = \frac{\frac{4}{3}}{BD},$$

$$\text{根据 } \triangle FPM : \triangle BPD \text{ 得到: } \frac{AF}{BP} = \frac{FM}{BD}, \text{ 即 } \frac{AP + \frac{4}{3}}{AP + \frac{4}{3} + BD} = \frac{2}{BD},$$

$$\text{解得 } AP = \frac{8}{3}, \quad BD = 4, \text{ 故 } |AB| = |AF| + |BF| = |AC| + |BD| = \frac{16}{3}.$$

故选：D。



【点睛】

本题考查了抛物线中弦长问题，意在考查学生的计算能力和转化能力。

2、A

【解析】

设圆的半径为 r ，每个等腰三角形的顶角为 $\frac{360^\circ}{n}$ ，则每个等腰三角形的面积为 $\frac{1}{2}r^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$ ，由割圆术可得圆的面积为 $\pi r^2 = n \cdot \frac{1}{2}r^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$ ，整理可得 $\sin \frac{360^\circ}{n} = \frac{2\pi}{n}$ ，当 $n = 180$ 时即可为所求。

【详解】

由割圆术可知当 n 变得很大时，这 n 个等腰三角形的面积之和近似等于圆的面积，

设圆的半径为 r ，每个等腰三角形的顶角为 $\frac{360^\circ}{n}$ ，

所以每个等腰三角形的面积为 $\frac{1}{2}r^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$ ，

所以圆的面积为 $\pi r^2 = n \cdot \frac{1}{2} r^2 \sin \frac{360^\circ}{n}$, 即 $\sin \frac{360^\circ}{n} = \frac{2\pi}{n}$,

所以当 $n=180$ 时, 可得 $\sin \frac{360^\circ}{180} = \sin 2^\circ = \frac{2\pi}{180} = \frac{\pi}{90}$,

故选: A

【点睛】

本题考查三角形面积公式的应用, 考查阅读分析能力.

3、 A

【解析】

将双曲线方程化为标准方程为 $x^2 - \frac{y^2}{\frac{1}{2}} = 1$, 其渐近线方程为 $x^2 - \frac{y^2}{\frac{1}{2}} = 0$, 化简整理即得渐近线方程.

【详解】

双曲线 $C: x^2 - 2y^2 = 1$ 得 $x^2 - \frac{y^2}{\frac{1}{2}} = 1$, 则其渐近线方程为 $x^2 - \frac{y^2}{\frac{1}{2}} = 0$,

整理得 $x \pm \sqrt{2}y = 0$.

故选: A

【点睛】

本题主要考查了双曲线的标准方程, 双曲线的简单性质的应用.

4、 D

【解析】

根据点差法得 $\frac{2}{a^2} = \frac{5}{b^2}$, 再根据焦点坐标得 $a^2 + b^2 = 7$, 解方程组得 $a^2 = 2$, $b^2 = 5$, 即得结果.

【详解】

设双曲线的方程为 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$, 由题意可得 $a^2 + b^2 = 7$, 设 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$, 则 MN 的中点为

$\left(-\frac{2}{3}, -\frac{5}{3}\right)$, 由 $\frac{x_1^2}{a^2} - \frac{y_1^2}{b^2} = 1$ 且 $\frac{x_2^2}{a^2} - \frac{y_2^2}{b^2} = 1$, 得 $\frac{(x_1 + x_2)(x_1 - x_2)}{a^2} = \frac{(y_1 + y_2)(y_1 - y_2)}{b^2}$, $\frac{2 \times (-\frac{2}{3})}{a^2} =$

$\frac{2 \times (-\frac{5}{3})}{b^2}$, 即 $\frac{2}{a^2} = \frac{5}{b^2}$, 联立 $a^2 + b^2 = 7$, 解得 $a^2 = 2$, $b^2 = 5$, 故所求双曲线的方程为 $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{5} = 1$. 故选 D.

【点睛】

本题主要考查利用点差法求双曲线标准方程, 考查基本求解能力, 属于中档题.

5、C

【解析】

根据并集的求法直接求出结果.

【详解】

$$\because A = \{x | -1 < x < 2\}, B = \{x | x > 1\},$$

$$\therefore A \cup B = (-1, +\infty),$$

故选 C.

【点睛】

考查并集的求法，属于基础题.

6、D

【解析】

设等比数列的公比为 q ， $q > 0$ ，运用等比数列的性质和通项公式，以及等差数列的中项性质，解方程可得公比 q .

【详解】

由题意，正项等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1a_5 + 2a_3a_7 + a_5a_9 = 16$ ，

$$\text{可得 } a_3^2 + 2a_3a_7 + a_7^2 = (a_3 + a_7)^2 = 16, \text{ 即 } a_3 + a_7 = 4,$$

a_5 与 a_9 的等差中项为 4，即 $a_5 + a_9 = 8$ ，

$$\text{设公比为 } q, \text{ 则 } q^2(a_3 + a_7) = 4q^2 = 8,$$

$$\text{则 } q = \sqrt{2} \text{ (负的舍去),}$$

故选 D.

【点睛】

本题主要考查了等差数列的中项性质和等比数列的通项公式的应用，其中解答中熟记等比数列通项公式，合理利用等比数列的性质是解答的关键，着重考查了方程思想和运算能力，属于基础题.

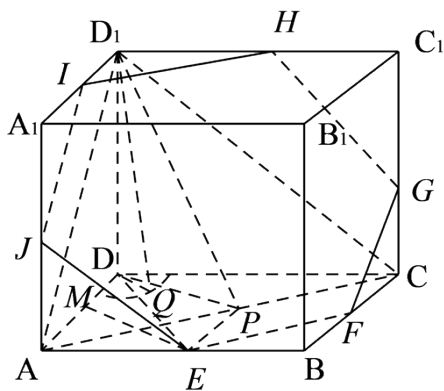
7、C

【解析】

把截面 EFG 画完整，可得 P 在 AC 上，由 $D_1Q = \sqrt{17}$ 知 Q 在以 D 为圆心 1 为半径的四分之一圆上，利用对称性可得

$PM + PQ$ 的最小值.

【详解】



如图，分别取 C_1D_1, D_1A_1, A_1A 的中点 H, I, J ，连接 GH, HI, IJ, JE ，易证 E, F, G, H, I, J 共面，即平面 EFG 为截面 $EFGHIJ$ ，连接 AD_1, D_1C, AC ，由中位线定理可得 $AC \parallel EF$ ， $AC \not\subset$ 平面 EFG ， $EF \subset$ 平面 EFG ，则 $AC \parallel$ 平面 EFG ，同理可得 $AD_1 \parallel$ 平面 EFG ，由 $AC \cap AD_1 = A$ 可得平面 $AD_1C \parallel$ 平面 EFG ，又 $D_1P \parallel$ 平面 EFG ， P 在平面 $ABCD$ 上， $\therefore P \in AC$ 。

正方体中 $DD_1 \perp$ 平面 $ABCD$ ，从而有 $DD_1 \perp DQ$ ， $\therefore DQ = \sqrt{D_1Q^2 - DD_1^2} = 1$ ， $\therefore Q$ 在以 D 为圆心 1 为半径的四分之一圆（圆在正方形 $ABCD$ 内的部分）上，

显然 M 关于直线 AC 的对称点为 E ，

$PM + PQ = PE + PQ \geq PE + PD - DQ \geq ED - DQ = \sqrt{4^2 + 2^2} - 1 = 2\sqrt{5} - 1$ ，当且仅当 E, P, Q, D 共线时取等号， $\therefore$ 所求最小值为 $2\sqrt{5} - 1$ 。

故选：C。

【点睛】

本题考查空间距离的最小值问题，解题时作出正方体的完整截面求出 P 点轨迹是第一个难点，第二个难点是求出 Q 点轨迹，第三个难点是利用对称性及圆的性质求得最小值。

8、A

【解析】

作 $PD \parallel AC$ 交 AB 于点 D ，根据向量比例，利用三角形面积公式，得出 $S_{\triangle ADP}$ 与 $S_{\triangle ABC}$ 的比例，再由 $S_{\triangle ADP}$ 与 $S_{\triangle APB}$ 的比例，可得到结果。

【详解】

如图，作 $PD \parallel AC$ 交 AB 于点 D ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/568044015040006117>