【巩固卷】期末测评卷 单元测试A-沪教版（2020）选择性必修第一册

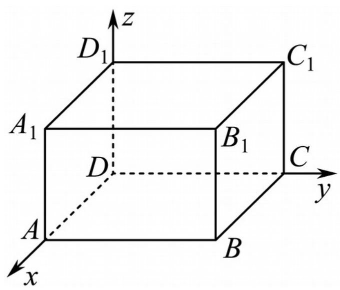
学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、填空题

1．双曲线$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$的渐近线方程为____.

2．计算$\sum_{i=1}^{+\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^i=$_______.

3．如图，以长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的顶点D为坐标原点，过D的三条棱所在的直线为坐标轴，建立空间直角坐标系，若$\overline{DB_1}$的坐标为$(4,3,2)$，则$\overline{AC_1}$的坐标为____



4．直线l经过点$P(-2,-1)$且一个法向量为$\vec{n}=(6,8)$，则直线l的一般式方程为____.

5．设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$S_9=72$，则$a_2+a_4+a_9=$_____.

6．已知两点$A(2,-1)$，$B(-5,-3)$，直线l过点$(1,1)$，若直线l与线段AB相交，则直线l的斜率k取值范围是____.

7．椭圆$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$的焦点为$F_1,F_2$，$P$为椭圆上一点,若$|PF_1|=5$,则$\cos\angle F_1PF_2=$_____.

8．等比数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=3^n+a$，则a的值为_____.

9．已知$\overrightarrow{PA}=(2,1,-3)$，$\overrightarrow{PB}=(-1,2,3)$，$\overrightarrow{PC}=(7,6,\lambda)$，若P，A，B，C四点共面，则$\lambda$=______.

10．已知$M\left(-1,2\right)$，N是曲线$C:x^2+y^2-6x-2y+9=0$上的动点，P为直线$x+2y+2=0$上的一个动点，则$\left|PM\right|+\left|PN\right|$的最小值为___.

11．某化工厂打算投入一条新的生产线，但需要经环保部门审批同意方可投入生产．已知该生产线连续生产n年的累计年产量为$T\left(n\right)=\frac{1}{4}n\left(n+1\right)\left(n+3\right)$（单位：万件），但如果年产量超过60万件，将会给环境造成危害，为保护环境，环保部门应给该厂这条生产线拟定最长的生产期限是___年．

12．已知F_1、F_2是椭圆和双曲线的公共焦点，P是他们的一个公共点，且$\angle F_1PF_2=\frac{\pi}{3}$，则椭圆和双曲线的离心率的倒数之和的最大值为_.

二、单选题

13．已知圆C_1的半径为3，圆C_2的半径为7，若两圆相交，则两圆的圆心距可能是（　）

A．0　　B．4　　C．8　　D．12

14．我国古代数学著作《九章算术》中有如下问题："今有善走男，日增等里，首日行走一百里，九日共行一千二百六十里，问日增几何？"，该问题中，善走男第5日所走的路程里数是（　）

A．120　　B．130　　C．140　　D．150

15．设$p:mx^2+ny^2=1$表示的是椭圆；$q:m>0,n>0$，则p是q成立的（　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

16．在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，点P,Q分别是线段AB_1,A_1C_1上的点（不为端点），给出

如下两个命题：①对任意点P，均存在点Q，使得$PQ\perp CD_1$；②存在点P，对任意的Q，均有$PQ\perp DB_1$则（　）

A．①②均正确　　B．①②均不正确

C．①正确，②不正确　　D．①不正确，②正确

三、解答题

17．已知$\triangle ABC$中，点$A\left(-1,5\right)$，边BC所在直线的方程为$7x-y-18=0$，边AB上的中线所在的直线的方程为$y=x$.

(1)求点B和点C的坐标；

(2)求$\triangle ABC$的外接圆的方程.

18．已知抛物线$x^2=2py(p>0)$过点$(2,1)$.

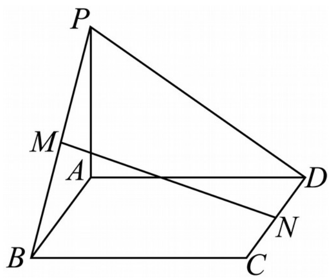
（Ⅰ）求抛物线的方程和焦点坐标；

（Ⅱ）过点$A(0,-4)$的直线l与抛物线交于两点M,N，点M关于y轴的对称点为T，试判断直线TN是否过定点，并加以证明.

19．已知四边形$ABCD$是矩形，$PA\perp$平面$ABCD,PA=AB=1,AD=\sqrt{2}$，点M，N在线段PB,DC上（不为端点），且满足$\overrightarrow{BM}=\lambda\overrightarrow{MP},\overrightarrow{DN}=\lambda\overrightarrow{NC}$，其中$\lambda>0$.

(1)若$\lambda=1$，求直线MN与直线PD所成角的大小.

(2)是否存在λ,使MN是PB，DC的公垂线，即MN同时垂直PB,DC?说明理由.



20．已知数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$满足：$a_1=2$，$na_{n+1}=(n+1)a_n+n(n+1)$，$n\in \mathbf{N}^*$且对一切$n\in \mathbf{N}^*$，

均有$b_1b_2\cdots b_n=\left(\sqrt{2}\right)^{a_n}$．

（1）求证：数列$\left\{\dfrac{a_n}{n}\right\}$为等差数列，并求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）求数列$\{b_n\}$的前n项和S_n；

（3）设$c_n=\dfrac{a_n-b_n}{a_nb_n}\left(n\in \mathbf{N}^*\right)$，记数列$\{c_n\}$的前$n$项和为$T_n$，求正整数$k$，使得对任意$n\in \mathbf{N}^*$，

均有$T_k\ge T_n$．

21．设$m>0$，椭圆Γ：$\dfrac{x^2}{3m}+\dfrac{y^2}{m}=1$与双曲线$C$：$m^2x^2-y^2=m^2$的焦点相同．

（1）求椭圆Γ与双曲线C的方程；

（2）过双曲线C的右顶点作两条斜率分别为k_1，k_2的直线l_1，l_2，分别交双曲线C于点P，

Q（P，Q不同于右顶点），若k_1[illegible]k_2[illegible]1，求证：直线PQ的倾斜角为定值，并求出此定

值；

（3）设点$T(0,2)$，若对于直线$l:y=x+b$，椭圆Γ上总存在不同的两点A与B关于直线l对

称，且$9<4\overrightarrow{TA}\cdot\overrightarrow{TB}<10$，求实数$b$的取值范围.

参考答案：

1． $y=\pm\frac{2}{3}x$

【解析】由双曲线方程可得a,b，由此可得渐近线方程.

【详解】由双曲线方程知：$a=3$，$b=2$ $\therefore$渐近线方程为：$y=\pm\frac{2}{3}x$

故答案为：$y=\pm\frac{2}{3}x$

【点睛】本题考查由双曲线方程求解渐近线方程的问题，属于基础题.

2．2

【分析】根据无穷等比数列的求和公式直接即可求出答案.

【详解】$\sum_{i=1}^{+\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^i=\frac{\frac{2}{3}}{1-\frac{2}{3}}=2$.

故答案为：2.

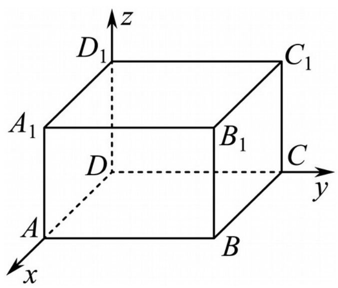
3． $(-4,3,2)$

【详解】 如图所示，以长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的顶点D为坐标原点，

过D的三条棱所在直线为坐标轴，建立空间直角坐标系，

因为$\overrightarrow{DB_1}$的坐标为$(4,3,2)$，所以$A(4,0,0),C_1(0,3,2)$，

所以$\overrightarrow{AC_1}=(-4,3,2)$.



4．$3x+4y+10=0$.

【分析】先根据法向量求出直线的斜率，再应用点斜式求出直线方程最后化简为一般式即可.

【详解】由直线方程一个法向量为$\vec{n}=(6,8)$，所以直线的斜率为$k=-\frac{3}{4}$，点斜式得l的方程$y+1=-\frac{3}{4}(x+2)$，即$3x+4y+10=0$.

故答案为：$3x+4y+10=0$.

5．24

【分析】根据等差数列的性质与前n项和公式计算.

【详解】$\{a_n\}$是等差数列，

$\therefore S_9=\frac{9(a_1+a_9)}{2}=9a_5=72$，$a_5=8$，

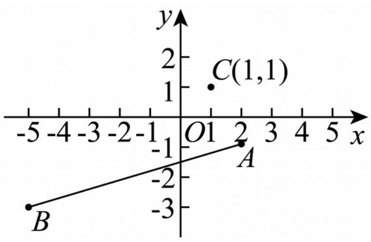
$a_2+a_4+a_9=a_1+d+a_1+3d+a_1+8d=3(a_1+4d)=3a_5=24\cdot$

故答案为：24.

6．$(-\infty,-2]\cup\left[\frac{2}{3},+\infty\right)$

【分析】先求解临界情况，再根据直线的斜率关系求解即可.

【详解】



由题意，设$C\left(1,1\right)$，则$k_{AC}=\dfrac{1-\left(-1\right)}{1-2}=-2$，$k_{BC}=\dfrac{1-\left(-3\right)}{1-\left(-5\right)}=\dfrac{2}{3}$.

故若直线l与线段AB相交，则直线l的斜率k取值范围是$\left(-\infty,-2\right]\cup\left[\dfrac{2}{3},+\infty\right)$.

故答案为：$\left(-\infty,-2\right]\cup\left[\dfrac{2}{3},+\infty\right)$

7．$\dfrac{3}{5}$

【解析】根据椭圆定义可得:$\left|PF_1\right|+\left|PF_2\right|=2a$,$\left|F_1F_2\right|=2c=2\sqrt{5}$,在三角形$\Delta F_1PF_2$中由余弦定理,即可求得答案.

【详解】$\because$椭圆$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$

可得:$a=3$,$b=2$,$c=\sqrt{5}$.

根据椭圆定义可得:$\left|PF_1\right|+\left|PF_2\right|=2a=6$,$\left|F_1F_2\right|=2c=2\sqrt{5}$,

可得$5+\left|PF_2\right|=2a$

解得:$\left|PF_2\right|=2a-5=6-5=1$.

在三角形ΔF_1PF_2中由余弦定理:$\cos\angle F_1PF=\dfrac{\left|PF_1\right|^2+\left|PF_2\right|^2-\left|F_1F_2\right|^2}{2\left|PF_1\right|\cdot\left|PF_2\right|}=\dfrac{25+1-20}{2\times5\times1}=\dfrac{3}{5}$,

故答案为:$\dfrac{3}{5}$.

【点睛】本题主要考查了由余弦定理解三角形,解题关键是掌握椭圆基础知识和余弦定理,考查了分析能力和计算能力,属于中档题.

8．-1

【分析】根据等比数列的前n项和公式，求a_1,a_2,a_3，再结合等比数列的性质，列式求解.

【详解】根据题意，等比数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=3^n+a$，则$a_1=3^1+a=3+a$，

$a_2=S_2-S_1=\left(3^2+a\right)-\left(3+a\right)=6,a_3=S_3-S_2=\left(3^3+a\right)-\left(3^2+a\right)=18$，则有

$\left(3+a\right)\times 18=36$，解可得$a=-1$，

故答案为：-1

9．-9

【分析】由已知可得$\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PB},\overrightarrow{PC}$共面，根据共面向量的基本定理，即可求解.

【详解】由P，A，B，C四点共面，可得$\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PB},\overrightarrow{PC}$共面，

$\therefore \overrightarrow{PC}=x\overrightarrow{PA}+y\overrightarrow{PB}=(2x-y,x+2y,-3x+3y)=(7,6,\lambda)$，

$\begin{cases}2x-y=7\\x+2y=6\\-3x+3y=\lambda\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=4\\y=1\\\lambda=-9\end{cases}$.

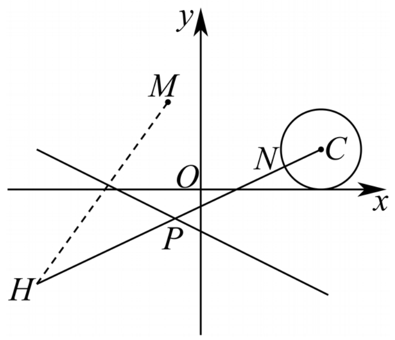
故答案为：-9

10．$3\sqrt{5}-1$

【分析】根据题意，求得M关于直线$x+2y+2=0$的对称点H，结合图像即可得到当

P,H,C三点共线时，$|PM|+|PN|$取得最小值.

【详解】



如图，曲线$C:x^2+y^2-6x-2y+9=0$是以$C(3,1)$为圆心，以1为半径的圆，

则根据圆的性质可知，$|PN|$的最小值为$|PC|-1$，

设M关于直线$x+2y+2=0$的对称点为$H(m,n)$，

则可得$\begin{cases}\dfrac{n-2}{m+1}=2\\ \dfrac{m-1}{2}+2\times\dfrac{n+2}{2}+2=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}m=-3\\ n=-2\end{cases}$，即$H(-3,-2)$，

连接HC，分别交直线$x+2y+2=0$与圆C于P,N，

则$|PM|+|PN|\geq|PM|+|PC|-1=|PH|+|PC|-1\geq|HC|-1$，

当且仅当P,H,C三点共线时取等号，此时取得最小值$3\sqrt{5}-1$，

所以$|PM|+|PN|$的最小值为$3\sqrt{5}-1$.

故答案为: $3\sqrt{5}-1$

11．8

【分析】计算出$a_n=\frac{1}{4}n(3n+5)$，解不等式$\frac{1}{4}n(3n+5)\leq 60$，则有$3n^2+5n-240\leq 0$，再利用二次函数的单调性即可得到答案.

【详解】解：第一年年产量为$a_1=2$，以后各年年产量为$a_n=T(n)-T(n-1)=\frac{1}{4}n(3n+5)$（

$n \geq 2$，n 为正整数），当 $n=1$ 时也符合上式，

∴ $a_n = \frac{1}{4}n\left(3n+5\right)$（$n$ 为正整数）.

令 $\frac{1}{4}n\left(3n+5\right) \leq 60$，得 $3n^2+5n-240 \leq 0$.

设 $f\left(n\right)=3n^2+5n-240$，对称轴为 $n=-\frac{5}{6}$，

则当 $n>0$ 时，$f\left(n\right)$ 严格增，又因为 n 为正整数，$f\left(8\right)=3\times 8^2+5\times 8-240=-8<0$，

$f\left(9\right)=3\times 9^2+5\times 9-240=48>0$，

则最大生产期限应拟定为 8 年，

故答案为：8.

12．$\frac{4\sqrt{3}}{3}$

【分析】设 $|PF_1|=r_1$，$|PF_2|=r_2$，$|F_1F_2|=2c$，椭圆和双曲线的离心率分别为 e_1，e_2, 由余弦定理可得

$4c^2=(r_1)^2+(r_2)^2-2r_1r_2\cos\frac{\pi}{3}$，①在椭圆中，①化简为即 $4c^2=4a^2-3r_1r_2$…②，在双曲线中，

化简为即 $4c^2=4a_1^2+r_1r_2$…③，所以 $\frac{1}{{e_1}^2}+\frac{3}{{e_2}^2}=4$，再利用柯西不等式求椭圆和双曲线的离心率的倒数之和的最大值.

【详解】设椭圆的长半轴为 a，双曲线的实半轴为 a_1，（$a>a_1$），半焦距为 c，

由椭圆和双曲线的定义可知，

设 $|PF_1|=r_1$，$|PF_2|=r_2$，$|F_1F_2|=2c$，

椭圆和双曲线的离心率分别为 e_1，e_2,