

# 2024年苏教新版高三数学下册阶段测试试卷349

## 考试试卷

考试范围：全部知识点；考试时间：120分钟

学校：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_ 考号：\_\_\_\_\_

### 总分栏

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

评卷人	得分

### 一、选择题(共7题，共14分)

1、下列函数中 $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  $f(x) = (x-1)^2$ ,  $f(x) = e^x$ ,  $f(x) = \ln(x+1)$  满足“对任意的 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$ , 当 $x_1 < x_2$ 时, 都有 $f(x_1) > f(x_2)$ ”的个数是 ( )

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

2、已知幂函数 $y=f(x)$ 的图象过点 $(2, \frac{1}{2})$ , 则 $f(x) =$  ( )

- A.  $x^{\frac{1}{2}}$
- B.  $x$
- C.  $x^2$
- D.  $x^{-\frac{1}{2}}$

3、下列函数：① $f(x) = \sqrt{|x|+2}$ ; ② $f(x) = \sqrt{x+2}$ ; ③ $f(x) = \frac{x-2}{x+2}$ ; ④ $f(x) = x^2+2x$ , 定义域相同的是 ( )

- A. ①②
- B. ②③
- C. ③①
- D. ④①

4、已知函数： $y = a_n x^2$  ( $a_n \neq 0, n \in \mathbb{N}^*$ ) 的图象在 $x=1$ 处的切线斜率为 $2a_{n-1}+1$  ( $n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*$ ), 且当 $n=1$ 时其图象过点 $(2, 8)$ , 则 $a_7$ 的值为 ( )

- A.  $\frac{1}{2}$





B. 7

C. 5

D. 6

5、

【题文】在 $\triangle ABC$ 中，角 $A, B, C$ 所对边长分别为 $a, b, c$   $\sin \frac{A+C}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$   $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 6$

则 $\triangle ABC$ 的面积为。

A. 3 B.  $3\sqrt{3}$  C. 6 D.  $6\sqrt{3}$

6、已知 $a, b$ 是单位圆上的动点，且 $|AB| = \sqrt{3}$  单位圆的圆心为 $O$  则 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} =$  ( )

A.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

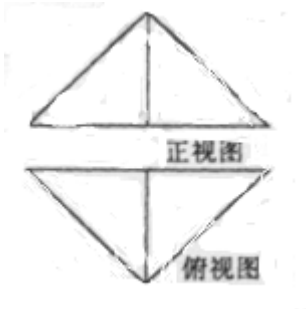
B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C.  $-\frac{1}{2}$

D.  $\frac{1}{2}$

7、把边长为 $\sqrt{2}$ 的正方形 $ABCD$ 沿对角线 $BD$ 折起，连结 $AC$ ，得到三棱锥 $C-ABD$

其正视图；俯视图均为全等的等腰直角三角形（如图所示），则其侧视图的面积为 ( )



A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B.  $\frac{1}{2}$

C. 1

D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

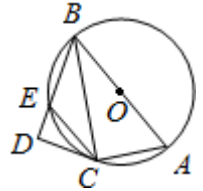
评卷人	得分

二、填空题(共8题, 共16分)

8、向量  $a, b$  满足  $|a| = |a+b| = |2a+b| = 1$ , 则  $|b| = \underline{\hspace{2cm}}$ .

9、已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1=2, a_{n+1}=2a_n-1$ , 则  $a_n = \underline{\hspace{2cm}}$ .

10、(2015秋•天津期中) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ, AB=2AC=8$ , 作  $\triangle ABC$  外接圆  $O$  的切线  $CD$ , 作  $BD \perp CD$  于  $D$ , 交圆  $O$  于点  $E$ , 给出下列四个结论: ①  $\angle BCD=60^\circ$ ; ②  $DE=2$ ; ③  $BC^2=BD \cdot BA$ ; ④  $CE \parallel AB$ ; 则其中正确的序号是       .



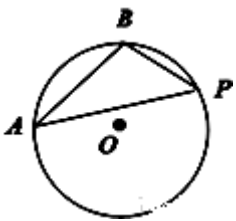
11、在  $\triangle ABC$  中,  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 若  $a=2\sqrt{3}, A=\frac{\pi}{3}$ , 则此三角形周长的最大值为       .

12、已知  $i$  为虚数单位, 则  $|\frac{1}{1+i^3}| = \underline{\hspace{2cm}}$ .

13、函数  $y = \sin^2 x - \sin 2x$  的最小正周期为       .

14、为了了解参加运动会的2000名运动员的年龄情况, 从中抽取20名运动员的年龄进行统计分析. 就这个问题, 下列说法中正确的有       .

15、如图, 半径为1的  $\odot O$  上有一定点  $P$  和两个动点  $A, B$ , 且  $AB=1$ , 则  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$  的最大值是       .



评卷人	得分

三、判断题(共6题, 共12分)

16、判断集合  $A$  是否为集合  $B$  的子集; 若是打“√”, 若不是打“×”.

- (1)  $A=\{1, 3, 5\}, B=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .       ;
- (2)  $A=\{1, 3, 5\}, B=\{1, 3, 6, 9\}$ .       ;
- (3)  $A=\{0\}, B=\{x|x^2+1=0\}$ .       ;
- (4)  $A=\{a, b, c, d\}, B=\{d, b, c, a\}$ .       .

17、函数 $y=\sin x, x \in [0, 2\pi]$ 是奇函数. \_\_\_\_ (判断对错)

18、已知函数 $f(x) = 4+a^{x-1}$ 的图象恒过定点 $p$ , 则点 $p$ 的坐标是  $(1, 5)$  \_\_\_\_ . (判断对错)

19、判断集合 $A$ 是否为集合 $B$ 的子集; 若是打“√”, 若不是打“×”.

(1)  $A=\{1, 3, 5\}, B=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . \_\_\_\_;

(2)  $A=\{1, 3, 5\}, B=\{1, 3, 6, 9\}$ . \_\_\_\_;

(3)  $A=\{0\}, B=\{x|x^2+1=0\}$ . \_\_\_\_;

(4)  $A=\{a, b, c, d\}, B=\{d, b, c, a\}$ . \_\_\_\_.

20、已知函数 $f(x) = 4+a^{x-1}$ 的图象恒过定点 $p$ , 则点 $p$ 的坐标是  $(1, 5)$  \_\_\_\_ . (判断对错)

21、已知 $A=\{x|x=3k-2, k \in \mathbb{Z}\}$ , 则 $5 \in A$ . \_\_\_\_.

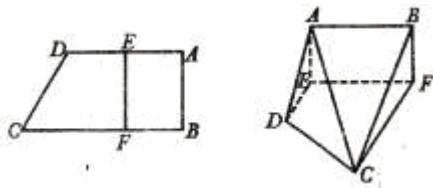
评卷人	得分

#### 四、简答题(共1题, 共6分)

22、如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中,  $AD \parallel BC, \angle ABC = 90^\circ$  当 $E, F$ 分别在线段 $AD, BC$ 上, 且 $EF \perp BC$   $AD=4, CB=6, AE=2$ , 现将梯形 $ABCD$ 沿 $EF$ 折叠, 使平面 $ABFE$ 与平面 $EFCD$ 垂直。

1.判断直线 $AD$ 与 $BC$ 是否共面, 并证明你的结论;

2.当直线 $AC$ 与平面 $EFCD$ 所成角为多少时, 二面角 $A-DC-E$ 的大小是 $60^\circ$ 。



评卷人	得分

#### 五、证明题(共3题, 共30分)

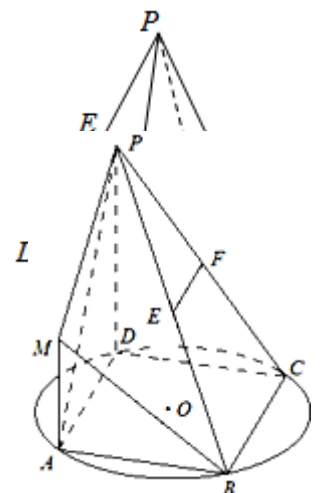
23、如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,  $E, F$ 分别为所在边中点, 证明:  $EF \parallel$ 平面 $PBC$ .

24、在如图所示的几何体中, 平行四边形 $ABCD$ 的顶点都在以 $AC$ 为直径的圆 $O$ 上,  $AD=CD=DP=a, AP=CP=\frac{\sqrt{2}}{2}a, DP \parallel AM$ , 且 $AM=\frac{1}{2}DP$ ;  $E, F$ 分别为 $BP, CP$ 的中点.

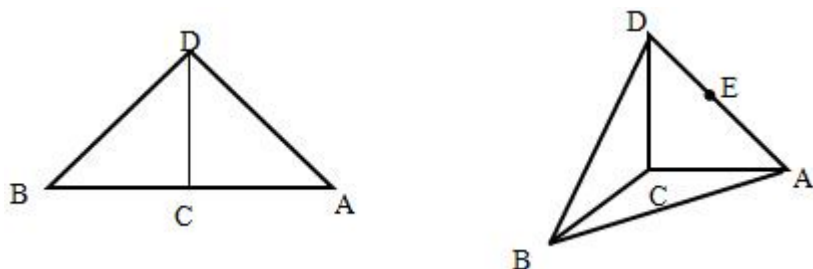
(I) 证明:  $EF \parallel$ 平面 $ADP$ ;

(II) 求三棱锥 $M-ABP$ 的体积.

25、如图, 已知 $\triangle ABD$ 是等腰直角三角形,  $\angle D=90^\circ, BD=\frac{\sqrt{2}}{2}$



- 现将 $\triangle ABD$ 沿斜边的中线 $DC$ 折起；使二面角 $A-DC-B$ 为直二面角， $E$ 是线段 $AD$ 的中点， $F$ 是线段 $AC$ 上的一个动点（不包括 $A$ ）。
- （1）确定 $F$ 的位置；使得平面 $ABD \perp$ 平面 $BEF$ ；
  - （2）当直线 $BD$ 与直线 $EF$ 所成的角为 $60^\circ$ 时；求证：平面 $ABD \perp$ 平面 $BEF$ 。

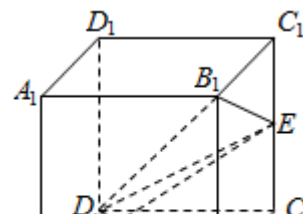


评卷人	得分

### 六、综合题(共3题, 共27分)

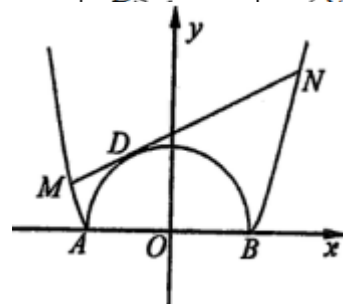
26、在棱长为4的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，设 $E$ 是棱 $CC_1$ 的中点。

- （1）求证： $BD \perp AE$ ；
- （2）求证： $AC \parallel$ 平面 $B_1DE$ ；
- （3）求三棱锥 $A-B_1DE$ 的体积。



27、如图所示，曲线 $C$ 由上半圆 $C_1: x^2+y^2=1 (y \geq 0)$ 和部分抛物线 $C_2: y=x^2-1 (y \geq 0)$ 连接而成， $A, B$ 为 $C_1$ 与 $C_2$ 的公共点（ $B$ 在原点右侧），过 $C_1$ 上的点 $D$ （异于点 $A, B$ ）的切线 $l$ 与 $C_2$ 分别相交于 $M, N$ 两点。

- （1）若切线 $l$ 与抛物线 $y=x^2-1$ 在点 $D$ 处的切线平行；求点 $D$ 的坐标。
- （2）若点 $D(x_0, y_0)$ 为动点时，求证 $\angle MON$ 恒为钝角。



28、对于函数 $f(x)$ ，其定义域为 $D$ ，若任取 $x_1, x_2 \in D$ ，且 $x_1 \neq x_2$ ，若 $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) > \frac{1}{2}[f(x_1) + f(x_2)]$ ；则称 $f(x)$ 为定义域上的凸函数。

- （1）设 $f(x) = ax^2 (a > 0)$ ；试判断 $f(x)$ 是否为其定义域上的凸函数，并说明原因；
- （2）若函数 $f(x) = \log_a x (a > 0, \text{且} a \neq 1)$ 为其定义域上的凸函数，试求出实数 $a$ 的取值范围。

## 参考答案

### 一、选择题(共7题, 共14分)

1、A

【分析】

【分析】根据题意和函数单调性的定义，判断出函数在 $(0, +\infty)$ 上是减函数，再根据反比例函数、二次函数、指数函数和数函数的单调性进行判断。

---

【解析】



【解答】解：∵对任意 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$ ，当 $x_1 < x_2$ 时，都有 $f(x_1) > f(x_2)$ ；

∴函数在 $(0, +\infty)$ 上是减函数；

由反比例函数的性质知，函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数；

由于 $f(x) = (x-$

1)<sup>2</sup>；由二次函数的性质知，在 $(0, 1)$ 上是减函数，在 $(1, +\infty)$ 上是增函数；

由于 $e > 1$ ，则由指数函数的单调性知，函数 $f(x) = e^x$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数；

根据对数的真数大于零得；函数的定义域为 $(-1, +\infty)$ ；

由于 $e > 1$ ；则由对数函数的单调性知，在 $(0, +\infty)$ 上是增函数；

故选：A.

2、A

【分析】

【分析】设幂函数 $f(x) = x^\alpha$  ( $\alpha$ 为常数)，把点 $(2, \frac{1}{2})$ 代入解析式求出 $\alpha$ 的值即可.

【解析】

【解答】解：设幂函数 $f(x) = x^\alpha$  ( $\alpha$ 为常数)；

因为幂函数 $f(x)$ 的图象过点 $(2, \frac{1}{2})$ ；

所以 $\frac{1}{2} = 2^\alpha$ ，解得 $\alpha = \frac{1}{2}$ ，则 $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$ ；

故选：A.

3、D

【分析】

【分析】使各个式子有意义即可求到各个函数的定义域，即可得答案.

【解析】

【解答】解：选项①；由 $|x|+2 \geq 0$ ，可得 $x \in \mathbb{R}$ ，故函数的定义域为 $\mathbb{R}$ ；

②由 $x+2 \geq 0$ ；解得 $x \geq -2$ ，故函数的定义域为 $[-2, +\infty)$ ；

③由 $x+2 \neq 0$ ；解得 $x \neq -2$ ，故函数的定义域为 $(-\infty, -2) \cup (-2, +\infty)$ ；

④ $f(x) = x^2+2x$ 的定义域为全体实数；即 $\mathbb{R}$

故定义域相同的是①④；

故选D

4、C

【分析】

求导函数，可得 $y'=2a_nx$ ；

∵函数： $y=a_nx^2$  ( $a_n \neq 0, n \in \mathbb{N}^*$ ) 的图象在 $x=1$ 处的切线斜率为 $2a_{n-1}+1$  ( $n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*$ )；

∴ $2a_n=2a_{n-1}+1$  ( $n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*$ )；

∴ $a_n - a_{n-1} = \frac{1}{2}$  ( $n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*$ )；

∴当 $n=1$ 时其图象过点(2; 8)；

∴ $8=4a_1$ ；

∴ $a_1=2$

∴数列 $\{a_n\}$ 是以2为首项， $\frac{1}{2}$ 为公差的等差数列。

∴ $a_7 = a_1 + 6 \times \frac{1}{2} = 5$

故选C.

【解析】

【答案】求导函数，利用 $y=a_nx^2$  ( $a_n \neq 0, n \in \mathbb{N}^*$ ) 的图象在 $x=1$ 处的切线斜率为 $2a_{n-1}+1$ ，可得数列相邻项的关系，进而利用等差数列的通项公式可求 $a_7$ 的值.

5、B

【分析】

【解析】解：因为 $\triangle ABC$ 中，角 $A, B, C$ 所对边长分别为 $a, b, c$   $\sin \frac{A+C}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$   $\overline{BA} \cdot \overline{BC} = 6$

故三角形ABC的面积。

$$S = \frac{1}{2} \sin B |\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \because \cos \frac{B}{2} = \sin \frac{A+C}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \sin \frac{B}{2} = \frac{1}{2} \therefore \sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = ac \cos B = 6 \therefore ac = 12$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 3\sqrt{3}$$

选B

【解析】

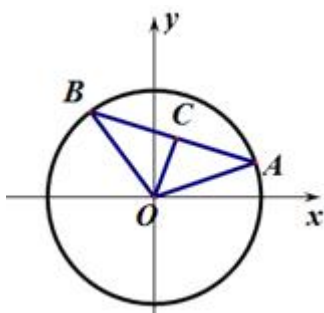
【答案】B

6、C

【分析】

【解答】如图，过点  $O$  作  $OC \perp AB$  于  $C$  在  $Rt\triangle OAC$  中  $OA=1$   $AC = \frac{\sqrt{3}}{2} \therefore \angle AOC = 60^\circ$

$\therefore \angle AOB = 120^\circ \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$  选C.

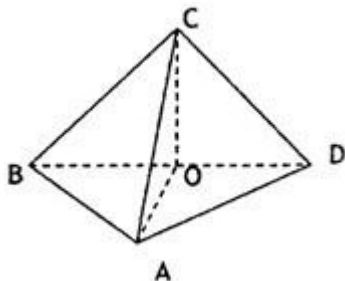


7、B

【分析】

【解答】在三棱锥  $C-ABD$  中， $C$  在平面  $ABD$  上的射影为  $BD$  的中点， $\because$  正方形边长为  $\sqrt{2}$

$\therefore AO = OC = 1 \therefore$  侧视图的面积为  $S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$  选B.



## 二、填空题(共8题, 共16分)

8、略

【分析】

【分析】将已知等式平方，展开变形得到。  $a^2 \cdot b = -\frac{3}{2}$ ,  $|b|^2 = -2 \cdot a^2 \cdot b$ .

【解析】

【解答】解：因为  $|a| = |a + b| = 2 \cdot |a + b| = 1$ ，所以  $|a|^2 = |a + b|^2 = 2 \cdot |a + b|^2 = 1$ ，展开整理得到  $a^2 \cdot b = -\frac{3}{2}$ ,  $|b|^2 = -2 \cdot a^2 \cdot b$ ，所以  $|b| = \sqrt{3}$ ;

故答案为：  $\sqrt{3}$ .

9、略

【分析】

【分析】由已知变形可得数列  $\{a_n + 1\}$  为公比为2的等比数列，又可得数列的首项，可得通项，移项可得所求.

【解析】

【解答】解：由  $a_{n+1} = 2a_n - 1$  可得  $a_{n+1} - 1 = 2a_n - 2 = 2(a_n - 1)$ ;

故可得  $\frac{a_{n+1} - 1}{a_n - 1} = 2$ ，故数列  $\{a_n - 1\}$  为公比为2的等比数列;

---

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/568055064077007006>