

- A. $-\frac{1}{20}$ B. $-\frac{\sqrt{10}}{10}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ D. $\frac{1}{20}$

6. 若直线 $l: kx - y + 3k = 0$ 与曲线 $C: \sqrt{1-x^2} = y - 1$ 有两个不同的交点, 则实数 k 的取值范围是 ()

- A. $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right]$ B. $\left[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$ C. $\left(0, \frac{3}{4}\right)$ D. $\left(0, \frac{3}{4}\right]$

7. 已知椭圆 $x^2 + 4y^2 = 12$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 P 在椭圆上, 线段 PF_1 的中点在 y 轴上, 则 $|PF_1|$ 是 $|PF_2|$ 的 ()

- A. 3 倍 B. 4 倍 C. 5 倍 D. 7 倍

8. 已知实数 x, y 满足方程 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$, 则下列说法错误的是 ()

- A. $\frac{y}{x}$ 的最大值为 $\frac{4}{3}$
 B. $\frac{y}{x}$ 的最小值为 0
 C. $x^2 + y^2$ 的最大值为 $\sqrt{5} + 1$
 D. $x + y$ 的最大值为 $3 + \sqrt{2}$

二、多选题

9. 已知椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 与椭圆 $\frac{x^2}{25-k} + \frac{y^2}{9-k} = 1$, 则 ()

- A. $k < 9$ B. 短轴长相等 C. 焦距相等 D. 离心率相等

10. 关于空间向量, 以下说法正确的是 ()

- A. 非零向量 \vec{a}, \vec{b} , 若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, 则 $\vec{a} \perp \vec{b}$
 B. 若对空间中任意一点 O , 有 $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{6}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$, 则 P, A, B, C 四点

共面

C. 设 $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ 是空间中的一组基底, 则 $\{\vec{a}-\vec{b}, \vec{b}+\vec{c}, \vec{a}+\vec{c}\}$ 也是空间的一组基底

D. 若空间四个点 P, A, B, C , $\vec{PC} = \frac{1}{4}\vec{PA} + \frac{3}{4}\vec{PB}$, 则 A, B, C 三点共线

11. 设有一组圆 $C_k: (x-k)^2 + (y-k)^2 = 4 (k \in \mathbb{R})$, 下列命题正确的是 ()

A. 不论 k 如何变化, 圆心 C 始终在一条直线上

B. 所有圆 C_k 均不经过点 $(3,0)$

C. 经过点 $(2,2)$ 的圆 C_k 有且只有一个

D. 所有圆的面积均为 4π

12. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右两个焦点分别为 F_1, F_2 , 长轴端点分别为 A, B ,

点 P 为椭圆上一动点, $M(1,1)$, 则下列结论正确的有 ()

A. $\triangle PF_1F_2$ 的最大面积为 $2\sqrt{3}$

B. 若直线 PA, PB 的斜率为 k_1, k_2 , 则 $k_1 \cdot k_2 = -\frac{3}{4}$

C. 存在点 P 使得 $\vec{PF}_1 \cdot \vec{PF}_2 = 0$

D. $|PM| + |PF_1|$ 的最大值为 5

三、填空题

13. 若椭圆 $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ 上一点 A 到焦点 F_1 的距离为 2, B 为 AF_1 的中点, O 是坐标原点,

则 $|OB| = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 设 \vec{e}_1, \vec{e}_2 是空间两个不共线的非零向量, 已知 $\vec{AB} = 2\vec{e}_1 + k\vec{e}_2$, $\vec{BC} = \vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$,

$\overrightarrow{DC} = 2\vec{e}_1 - \vec{e}_2$ ，且 A, B, D 三点共线，则实数 k 的值为_____.

15. 已知直线 $l: (m+1)x - 2(m+2)y + 3m+1 = 0$ 恒过点 P ，点 Q 在直线 $x + y + 1 = 0$ 上，

则 $|PQ|$ 的最小值为_____.

16. 直线 $ax + y + 2 = 0$ 与圆 $C: x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ 相交于 A, B 两点，若 $\angle ACB =$

120° ，则 $a = \underline{\hspace{1cm}}$.

四、解答题

17. 已知两直线 $l_1: 2mx + (3 - m)y + 1 = 0$ ， $l_2: 2x + 2my + m = 0$.

(1) 求 l_1 和 l_2 平行时 m 的值；

(2) 求 l_1 和 l_2 垂直时 m 的值.

18. 已知空间三点 $A(-2, 0, 2)$ ， $B(-1, 1, 2)$ ， $C(-3, 0, 4)$ ，设 $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$ ， $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$.

(1) 求 \vec{a} ， \vec{b} 夹角的余弦值；

(2) 若 $k\vec{a} + \vec{b}$ 与 $k\vec{a} - 2\vec{b}$ 的夹角是钝角，求 k 的取值范围.

19. 已知线段 AB 的端点 B 的坐标是 $(6,5)$ ，端点 A 在圆 $C_1: (x-4)^2 + (y-3)^2 = 4$ 上运动.

(1) 求线段 AB 的中点 P 的轨迹 C_2 的方程:

(2) 设圆 C_1 与曲线 C_2 的交点为 M 、 N ，求线段 MN 的长.

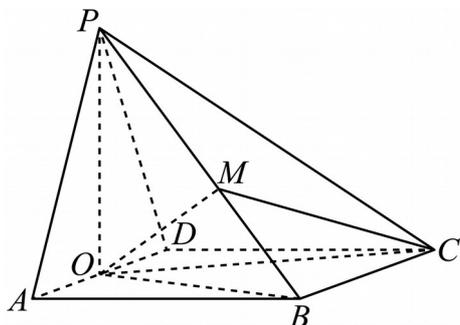
20. 在平面直角坐标系中，曲线 $y = x^2 - 6x + 1$ 与坐标轴的交点都在圆 C 上.

(1) 求圆 C 的方程:

(2) 若圆 C 与直线 $x - y + a = 0$ 交于 A 、 B 两点，且 $OA \perp OB$ ，求 a 的值.

21. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是菱形, $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$, M 是棱 PB 上的点,

O 是 AD 中点, 且 $PO \perp$ 底面 $ABCD$, $OP = \sqrt{3}OA$.



(1) 求证: $BC \perp OM$;

(2) 若 $PM = \frac{2}{3}PB$, 求二面角 $B-OM-C$ 的余弦值.

22. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点是 $F(2\sqrt{3}, 0)$, 过点 F 的直线交椭圆 C

于 A, B 两点, 若线段 AB 中点 Q 的坐标为 $(\frac{8\sqrt{3}}{7}, -\frac{6}{7})$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 已知 $P(0, -b)$ 是椭圆 C 的下顶点, 如果直线 $y = kx + 1 (k \neq 0)$ 交椭圆 C 于不同的两点

M, N ，且 M, N 都在以 P 为圆心的圆上，求 k 的值.

参考答案:

1. C

【分析】化简直线方程为直线的斜截式方程，结合斜率和在 y 轴上的截距，即可求解.

【详解】因为 $A \cdot C < 0$ ，且 $B \cdot C < 0$ ，所以 A 、 B 、 C 均不为零，

由直线方程 $Ax + By + C = 0$ ，可化为 $y = -\frac{A}{B}x + (-\frac{C}{B})$ ，

因为 $A \cdot C < 0$ ，且 $B \cdot C < 0$ ，可得 $-\frac{A}{B} < 0$ ， $-\frac{C}{B} > 0$ ，

所以直线经过第一、二、四象限，所以不经过第三象限.

故选：C.

2. C

【分析】由圆的一般方程表示圆的条件计算即可.

【详解】由题意可知： $a^2 + (2a)^2 - 4(2a^2 + a - 1) = -3a^2 - 4a + 4 > 0 \Rightarrow (3a - 2)(a + 2) < 0$ ，

解之得 $-2 < a < \frac{2}{3}$ ，

又 $a \in \left\{-2, -1, 0, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\right\}$ ，所以 $a \in \left\{-1, 0, \frac{1}{2}\right\}$.

故选：C

3. D

【解析】化简得到 $\overline{AP} = \overline{AD} + \overline{AA_1} + \frac{1}{2}\overline{AB}$ ，得到 $x = \frac{1}{2}$ ， $y = 1$ ，得到答案.

【详解】 $\overline{AP} = \overline{AD} + \overline{DD_1} + \overline{D_1P} = \overline{AD} + \overline{AA_1} + \frac{1}{2}\overline{AB} = \overline{AD} + x\overline{AB} + y\overline{AA_1}$ ，

故 $x = \frac{1}{2}$ ， $y = 1$ ， $x + y = \frac{3}{2}$.

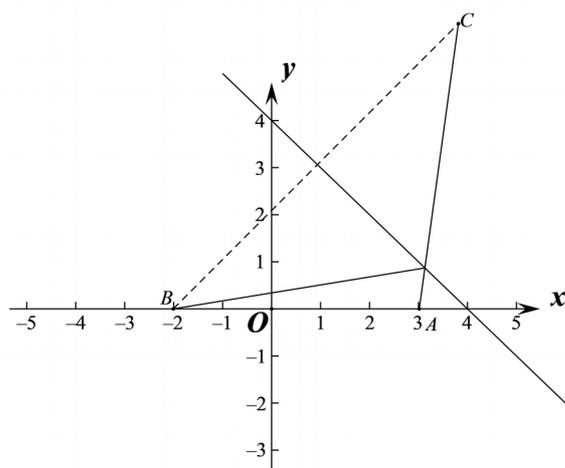
故选：D.

【点睛】本题考查了空间向量的运算，意在考查学生的计算能力和空间想象能力.

4. B

【分析】先求点 $B(-2,0)$ 关于直线 $x+y=4$ 对称的点 $C(a,b)$ ，再根据两点之间线段最短，即可得解.

【详解】



如图，设 $B(-2,0)$ 关于直线 $x+y=4$ 对称的点为 $C(a,b)$ ，

$$\text{则有 } \begin{cases} \frac{a-2}{2} + \frac{b}{2} = 4 \\ \frac{b}{a+2} = 1 \end{cases}, \text{ 可得 } \begin{cases} a=4 \\ b=6 \end{cases}, \text{ 可得 } C(4,6),$$

依题意可得“将军饮马”的最短总路程为 AC ，

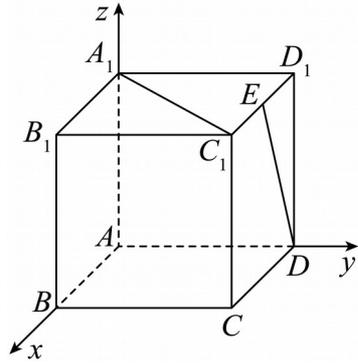
$$\text{此时 } AC = \sqrt{(4-3)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{37},$$

故选：B.

5. C

【分析】建立空间直角坐标系，利用坐标法可得异面直线夹角.

【详解】



设正方体棱长为2，

如图建立空间直角坐标系，则 $A_1(0,0,2)$ ， $C_1(2,2,2)$ ， $D(0,2,0)$ ， $D_1(0,2,2)$ ，

$\because E$ 是 C_1D_1 中点，

$\therefore E(1,2,2)$ ，

则 $\overrightarrow{A_1C_1} = (2,2,0)$ ， $\overrightarrow{DE} = (1,0,2)$ ，

所以 $\cos \langle \overrightarrow{A_1C_1}, \overrightarrow{DE} \rangle = \frac{2+0+0}{\sqrt{2^2+2^2} \cdot \sqrt{1^2+2^2}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ，

所以异面直线 A_1C_1 与 DE 夹角余弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ，

故选：C.

6. B

【分析】根据直线所过的定点，结合直线与圆的切线性质，利用数形结合思想进行求解即可.

【详解】直线 $l: kx - y + 3k = 0$ 即 $k(x+3) - y = 0$ ，恒过定点 $(-3,0)$ ，

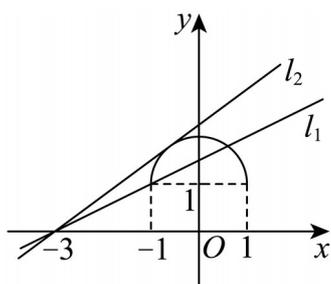
曲线 $C: \sqrt{1-x^2} = y-1$ 即 $x^2 + (y-1)^2 = 1 (y \geq 1)$ 表示以点 $(0,1)$ 为圆心，半径为1，

且位于直线 $y=1$ 上方的半圆（包括点 $(-1,1)$ ， $(1,1)$ ），

当直线 l 经过点 $(-1,1)$ 时, l 与曲线 C 有两个不同的交点, 此时 $k = \frac{1-0}{-1+3} = \frac{1}{2}$, 直线记为 l_1 ;

当 l 与半圆相切时, 由 $\frac{|3k-1|}{\sqrt{k^2+1}} = 1$, 得 $k = \frac{3}{4}$, 切线记为 l_2 ,

分析可知当 $\frac{1}{2} \leq k < \frac{3}{4}$ 时, l 与曲线 C 有两个不同的交点, 即实数 k 的取值范围是 $\left[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$.



故选: B.

7. D

【解析】由已知得到焦点坐标, 设 $P(x, y)$, 根据中点坐标公式得到横坐标等于零得到 P 点坐标, 再利用两点间的距离公式可得答案.

【详解】由椭圆 $x^2+4y^2=12$ 得, $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1$, $a^2 = 12, b^2 = 3, c^2 = a^2 - b^2 = 9$,

所以 $F_1(-3, 0), F_2(3, 0)$, 设 $P(x, y)$, 则线段 PF_1 的中点坐标为 $\left(\frac{x-3}{2}, \frac{y}{2}\right)$,

因为线段 PF_1 的中点在 y 轴上, 所以 $\frac{x-3}{2} = 0$, 所以 $x=3$, 所以 $\frac{3^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1$,

解得 $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$, 当 $P\left(3, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $|PF_1| = \sqrt{(3+3)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{7\sqrt{3}}{2}$,

$|PF_2| = \sqrt{(3-3)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 所以 $|PF_1| = 7|PF_2|$,

$$\text{当 } P\left(3, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right), |PF_1| = \sqrt{(3+3)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{7\sqrt{3}}{2},$$

$$|PF_2| = \sqrt{(3-3)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 所以 } |PF_1| = 7|PF_2|,$$

故选：D.

8. C

【分析】对于 ABD，结合点到直线的距离公式，即可求解，对于 C，结合两点之间的距离公式，即可求解.

【详解】∵ 实数 x, y 满足方程 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$,

$$\therefore (x-2)^2 + (y-1)^2 = 1,$$

对于 ABD，令 $y = kx, x + y = a$,

则两条直线都与圆有公共点，

$$\therefore \frac{|2+1-a|}{\sqrt{2}} \leq 1, \frac{|2k-1|}{\sqrt{k^2+1}} \leq 1, \text{ 解得 } 3-\sqrt{2} \leq a \leq 3+\sqrt{2}, 0 \leq k \leq \frac{4}{3},$$

故 $x+y$ 的最大值为 $3+\sqrt{2}$, $\frac{y}{x} = k$ 的最大值为 $\frac{4}{3}$, 故 ABD 正确,

对于 C，原点到圆心的距离为 $d = \sqrt{5}$,

则圆上的点到原点的距离为 $[\sqrt{5}-1, \sqrt{5}+1]$,

$$\therefore \sqrt{x^2 + y^2} \leq \sqrt{5} + 1,$$

$$\therefore x^2 + y^2 \leq 6 + 2\sqrt{5},$$

故 $x^2 + y^2$ 的最大值为 $6 + 2\sqrt{5}$, 故 C 错误.

故选：C

9. AC

【分析】分别对两个椭圆进行分析，得到对应的短轴长，焦距，离心率等，即可得出结论.

【详解】由题意，在 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 中，有 $a=5$ ， $b=3$ ， $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{25-9} = 4$ ，

∴短半轴为3，长半轴为5，焦距为 $4 \times 2 = 8$ ，离心率 $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$ ，

在 $\frac{x^2}{25-k} + \frac{y^2}{9-k} = 1$ 中，有 $a = \sqrt{25-k}$ ， $b = \sqrt{9-k}$ ， $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{25-k - (9-k)} = 4$ ，

∴长半轴为 $\sqrt{25-k}$ ，短半轴为 $\sqrt{9-k}$ ，焦距为 $4 \times 2 = 8$ ，

$\begin{cases} 25-k > 0 \\ 9-k > 0 \end{cases}$ ，解得： $k < 9$ ，离心率 $e = \frac{4}{\sqrt{25-k}}$ ，

∴AC 正确，BD 错误.

故选：AC.

10. ABD

【分析】由向量垂直的性质判断 A；由共面向量定理判断 B；由向量加法法则判断 C；由

共线向量定理判断 D.

【详解】对于 A，非零向量 \vec{a} ， \vec{b} ，若 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ，则 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，正确；

对于 B，若对空间中任意一点 O，有 $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{6}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$ ，

∵ $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = 1$ ，∴ P，A，B，C 四点共面，故正确；

对于 C，∵ $\vec{a} - \vec{b} = -(\vec{b} + \vec{c}) + (\vec{a} + \vec{c})$

∴ $\vec{a} - \vec{b}, \vec{b} + \vec{c}, \vec{a} + \vec{c}$ 共面，不可以构成空间的一组基底，故错误；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/568057127103006030>