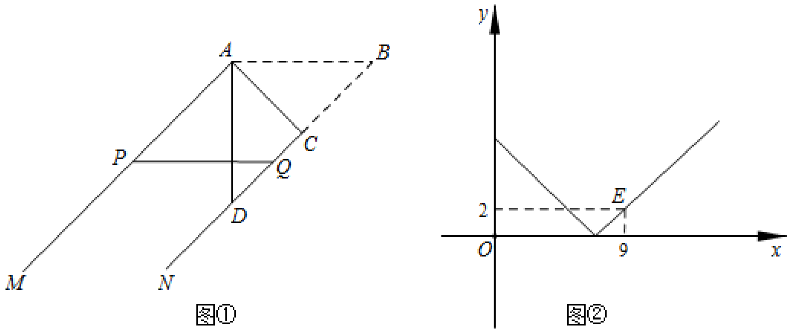
专题22 锐角三角函数

一、单选题

1．（2020·江苏镇江·中考真题）如图①，$AB=5$，射线$AM\parallel BN$，点C在射线BN上，将△ABC沿AC所在直线翻折，点B的对应点D落在射线BN上，点P，Q分别在射线AM、BN上，$PQ\parallel AB$．设$AP=x$，$QD=y$．若y关于x的函数图象（如图②）经过点$E(9，2)$，则$\cos B$的值等于（　　）



图①　　图②

A．$\frac{2}{5}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{3}{5}$　　D．$\frac{7}{10}$

【答案】D

【分析】由题意可得四边形$ABQP$是平行四边形，可得$AP=BQ=x$，由图象②可得当$x=9$时，$y=2$，此时点Q在点D下方，且$BQ=x=9$时，$y=2$，如图①所示，可求$BD=7$，由折叠的性质可求BC的长，由锐角三角函数可求解．

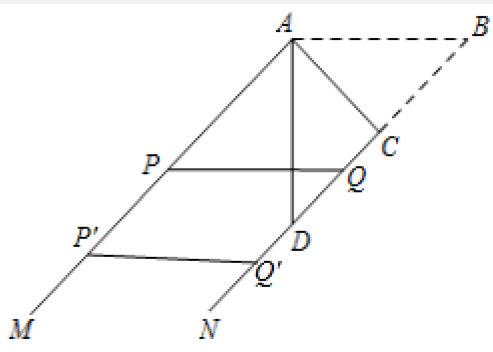
【详解】解：∵$AM\parallel BN$，$PQ\parallel AB$，

∴四边形$ABQP$是平行四边形，

∴$AP=BQ=x$，

由图②可得当$x=9$时，$y=2$，

此时点Q在点D下方，且$BQ=x=9$时，$y=2$，如图①所示，



图①

∴$BD=BQ-QD=x-y=7$，

∵将△ABC沿AC所在直线翻折，点B的对应点D落在射线BN上，

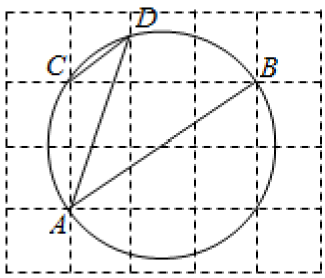
$\therefore BC=CD=\frac{1}{2}BD=\frac{7}{2}$，$AC\perp BD$，

$\therefore \cos B=\frac{BC}{AB}=\frac{\frac{7}{2}}{5}=\frac{7}{10}$，

故选：D．

【点睛】本题考查了平行四边形的判定与性质，折叠的性质，锐角三角函数等知识．理解函数图象上的点的具体含义是解题的关键．

2．（2020·江苏扬州·中考真题）如图，由边长为 1 的小正方形构成的网格中，点 A，B，C 都在格点上，以 AB 为直径的圆经过点 C、D，则 $\sin\angle ADC$ 的值为（　　）



A．$\frac{2\sqrt{13}}{13}$　　B．$\frac{3\sqrt{13}}{13}$　　C．$\frac{2}{3}$　　D．$\frac{3}{2}$

【答案】A

【分析】首先根据圆周角定理可知，∠ABC＝$\angle ADC$，在 Rt△ACB 中，根据锐角三角函数的定义求出∠ABC 的正弦值．

【详解】∵$\angle ADC$ 和∠ABC 所对的弧长都是 $\overset{\frown}{AC}$，

∴根据圆周角定理知，∠ABC＝$\angle ADC$，

∴在 Rt△ACB 中，AB=$\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$

根据锐角三角函数的定义知，sin∠ABC＝$\frac{AC}{AB}=\frac{2}{\sqrt{13}}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$，

$\therefore \sin\angle ADC=\frac{2\sqrt{13}}{13}$，

故选 A．

【点睛】本题主要考查锐角三角函数的定义和圆周角的知识点，解答本题的关键是利用圆周角定理把求 $\angle ADC$ 的正弦值转化成求∠ABC 的正弦值，本题是一道比较不错的习题．

3．（2020·江苏无锡·中考真题）下列选项错误的是（　　）

A． $\cos 60°=\frac{1}{2}$　　　B． $a^2\cdot a^3=a^5$　　　C． $\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$　　　D． $2(x-2y)=2x-2y$

【答案】D

【分析】分别根据特殊角的三角函数值，同底数幂的乘法法则，二次根式的除法法则以及去括号法则逐一判断即可.

【详解】解：A． $\cos 60°=\frac{1}{2}$，本选项不合题意；

B． $a^2\cdot a^3=a^5$，本选项不合题意；

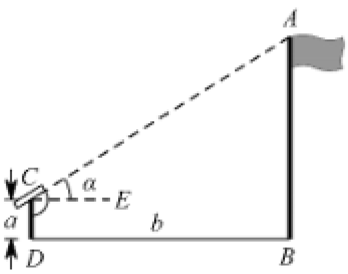
C． $\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$1，本选项不合题意；

D．2（x-2y）＝2x-4y，故本选项符合题意；

故选：D.

【点睛】本题主要考查了特殊角的三角函数值，同底数幂的乘法，二次根式的除法以及去括号与添括号，熟记相关运算法则是解答本题的关键.

4．（2020·江苏苏州·中考真题）如图，小明想要测量学校操场上旗杆 AB 的高度，他作了如下操作：（1）在点 C 处放置测角仪，测得旗杆顶的仰角 $\angle ACE=\alpha$；（2）量得测角仪的高度 $CD=a$；（3）量得测角仪到旗杆的水平距离 $DB=b$．利用锐角三角函数解直角三角形的知识，旗杆的高度可表示为（　　）

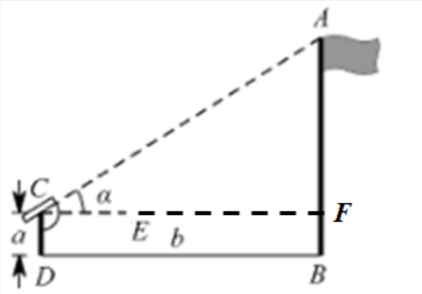


A． $a+b\tan\alpha$　　　B． $a+b\sin\alpha$　　　C． $a+\frac{b}{\tan\alpha}$　　　D． $a+\frac{b}{\sin\alpha}$

【答案】A

【分析】延长 CE 交 AB 于 F，得四边形 CDBF 为矩形，故 CF=DB=b，FB=CD=a，在直角三角形 ACF 中，利用 CF 的长和已知的角的度数，利用正切函数可求得 AF 的长，从而可求出旗杆 AB 的长.

【详解】延长 CE 交 AB 于 F，如图，



根据题意得，四边形 CDBF 为矩形，

∴CF=DB=b，FB=CD=a，

在 Rt△ACF 中，∠ACF=α，CF=b，

tan∠ACF=$\frac{AF}{CF}$

∴AF=$CF\tan\angle ACF=b\tan\alpha$，

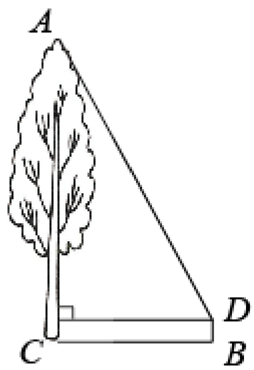
AB=AF+BF=$a+b\tan\alpha$，

故选：A．

【点睛】主要考查了利用了直角三角形的边角关系来解题，通过构造直角三角形，将实际问题转化为数学问题是解答此类题目的关键所在．

二、填空题

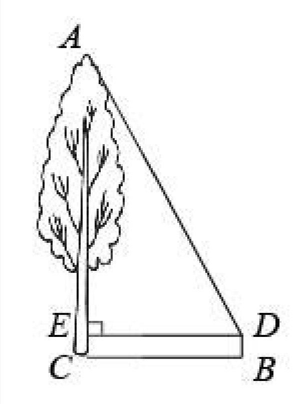
5．（2022·江苏南通·中考真题）如图，B 为地面上一点，测得 B 到树底部 C 的距离为10m，在 B 处放置1m高的测角仪 BD，测得树顶 A 的仰角为$60°$，则树高 AC 为____________m（结果保留根号）．



【答案】$10\sqrt{3}+1$##$1+10\sqrt{3}$

【分析】在 $Rt\triangle ADE$ 中，利用 $\tan\angle ADE=\frac{AE}{DE}=\frac{AE}{10}=\sqrt{3}$，求出 $AE=10\sqrt{3}$，再加上 1m 即为 AC 的长．

【详解】解：过点 D 作 $DE\perp AC$ 交于点 E，如图：



则四边形 BCED 是矩形，

∴BC=DE，BD=CE，

由题意可知：$\angle ADE=60^{\circ}$，$DE=BC=10\text{m}$，

在 $Rt\triangle ADE$ 中，$\tan\angle ADE=\dfrac{AE}{DE}=\dfrac{AE}{10}=\sqrt{3}$，

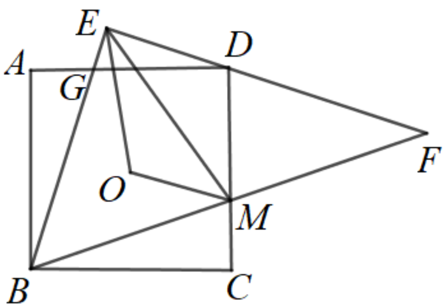
$\therefore AE=10\sqrt{3}$，

$\therefore AE+EC=\left(10\sqrt{3}+1\right)\text{m}$，

故答案为：$10\sqrt{3}+1$

【点睛】本题考查了解直角三角形，解直角三角形的应用—仰角俯角问题，要求学生能借助仰角构造直角三角形并解直角三角形.

6．（2022·江苏南通·中考真题）如图，点 O 是正方形 $ABCD$ 的中心，$AB=3\sqrt{2}$．$Rt\triangle BEF$ 中，$\angle BEF=90^{\circ},EF$ 过点 D，BE,BF 分别交 AD,CD 于点 G，M，连接 OE,OM,EM．若 $BG=DF,\tan\angle ABG=\dfrac{1}{3}$，则 $\triangle OEM$ 的周长为___________.



【答案】$3+3\sqrt{5}$

【分析】连接 BD，则 BD 过正方形 $ABCD$ 的中心点 O，作 $FH\perp CD$ 于点 H，解直角三角形可得 $BG=2\sqrt{5}$，$AG=\dfrac{1}{3}AB$，然后证明 $\triangle ABG\cong\triangle HFD$（AAS），可得 $DH=AG=\dfrac{1}{3}AB=\dfrac{1}{3}CD$，$BC=HF$，进而可证 $\triangle BCM\cong\triangle FHM$

（AAS），得到 $MH=MC=\frac{1}{3}CD$，$BM=FM$，然后根据等腰三角形三线合一求出 $DF=FM$，则 $BG=DF=FM=BM=2\sqrt{5}$，再根据直角三角形斜边中线的性质和三角形中位线定理分别求出 OM、EM 和 OE 即可解决问题．

【详解】解：如图，连接 BD，则 BD 过正方形 $ABCD$ 的中心点 O，作 $FH\perp CD$ 于点 H，

$\because AB=3\sqrt{2}$， $\tan\angle ABG=\frac{1}{3}$，

$\therefore \tan\angle ABG=\frac{AG}{AB}=\frac{1}{3}$

$\therefore AG=\frac{1}{3}AB=\sqrt{2}$，

$\therefore BG=\sqrt{AG^2+AB^2}=2\sqrt{5}$，

$\because \angle BEF=90°$，$\angle ADC=90°$，

$\therefore \angle EGD+\angle EDG=90°$，$\angle EDG+\angle HDF=90°$，

$\therefore \angle EGD=\angle HDF$

$\because \angle AGB=\angle EGD$，

$\therefore \angle AGB=\angle HDF$，

在$\triangle ABG$ 和$\triangle HFD$ 中，$\begin{cases}\angle A=\angle DHF=90° \\ \angle AGB=\angle HDF \\ BG=DF\end{cases}$，

$\therefore \triangle ABG\cong\triangle HFD$（AAS），

$\therefore AG=DH$，$AB=HF$，

$\because$在正方形 $ABCD$ 中，$AB=BC=CD=AD$，$\angle C=90°$，

$\therefore DH=AG=\frac{1}{3}AB=\frac{1}{3}CD$，$BC=HF$，

在$\triangle BCM$ 和$\triangle FHM$ 中，$\begin{cases}\angle C=\angle FHM=90° \\ \angle BMC=\angle FMH \\ BC=FH\end{cases}$，

$\therefore \triangle BCM\cong\triangle FHM$（AAS），

$\therefore MH=MC=\frac{1}{3}CD$，$BM=FM$，

$\therefore DH=MH$，

$\because FH\perp CD$，

$\therefore DF=FM$，

$\therefore BG=DF=FM=BM=2\sqrt{5}$，

$\therefore BF=4\sqrt{5}$，

$\because M$ 是 BF 中点，O 是 BD 中点，$\triangle BEF$ 是直角三角形，

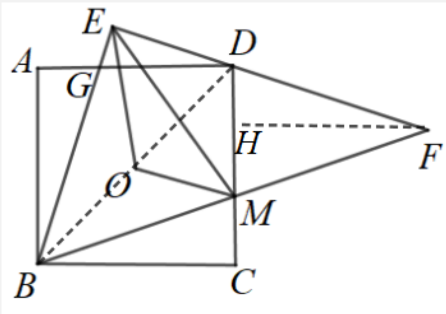
$\therefore OM=\frac{1}{2}DF=\sqrt{5}$，$EM=\frac{1}{2}BF=2\sqrt{5}$，

$\because BD=\sqrt{2}AB=6$，$\triangle BED$ 是直角三角形，

$\therefore EO=\frac{1}{2}\mathrm{BD}=3$，

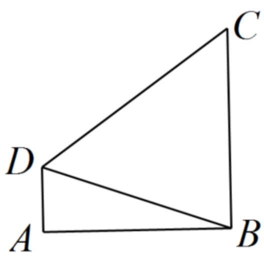
$\therefore \triangle OEM$ 的周长 $=EO+OM+EM=3+\sqrt{5}+2\sqrt{5}=3+3\sqrt{5}$，

故答案为：$3+3\sqrt{5}$．



【点睛】本题主要考查了正方形的性质，解直角三角形，勾股定理，全等三角形的判定和性质，等腰三角形的判定和性质，直角三角形斜边中线的性质以及三角形中位线定理，综合性较强，能够作出合适的辅助线，构造出全等三角形是解题的关键．

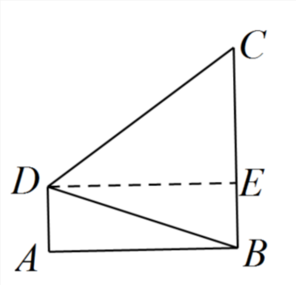
7．（2022·江苏常州·中考真题）如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle ABC=90°$，DB 平分 $\angle ADC$．若 $AD=1$，$CD=3$，则 $\sin\angle ABD=$______．



【答案】$\frac{\sqrt{6}}{6}$

【分析】过点 D 作 BC 的垂线交于 E，证明出四边形 $ABED$ 为矩形，$\triangle BCD$ 为等腰三角形，由勾股定理算出 $DE=\sqrt{5}$，$BD=\sqrt{6}$，即可求解．

【详解】解：过点 D 作 BC 的垂线交于 E，



$\therefore \angle DEB = 90°$

$\because \angle A = \angle ABC = 90°$，

$\therefore$四边形 $ABED$ 为矩形，

$\therefore DE // AB, AD = BE = 1$，

$\therefore \angle ABD = \angle BDE$，

Q BD 平分 $\angle ADC$，

$\therefore \angle ADB = \angle CDB$，

$\because AD // BE$，

$\therefore \angle ADB = \angle CBD$，

$\therefore \angle CDB = \angle CBD$

$\therefore CD = CB = 3$，

$\because AD = BE = 1$，

$\therefore CE = 2$，

$\therefore DE = \sqrt{DC^2 - CE^2} = \sqrt{9-4} = \sqrt{5}$，

$\therefore BD = \sqrt{DE^2 + BE^2} = \sqrt{5+1} = \sqrt{6}$

$\therefore \sin \angle BDE = \frac{BE}{BD} = \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$，

$\therefore \sin \angle ABD = \frac{\sqrt{6}}{6}$，

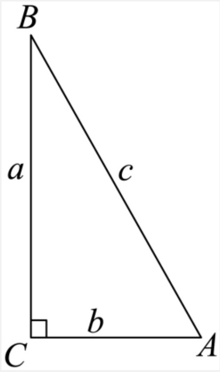
故答案为：$\frac{\sqrt{6}}{6}$.

【点睛】本题考查了锐角三角函数、矩形、等腰三角形形、勾股定理、平行线的性质，解题的关键是构造直角三角形求解.

8．（2022·江苏扬州·中考真题）在ΔABC中，$\angle C = 90°$，a、b、c分别为$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$的对边，若$b^2 = ac$，则$\sin A$的值为__________.

【答案】$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

【详解】解：如图所示：



在 $Rt\triangle ABC$ 中，由勾股定理可知：$a^2+b^2=c^2$，

$\because ac=b^2$，

$\therefore a^2+ac=c^2$，

$\because a>0$， $b>0$， $c>0$，

$\therefore \frac{a^2+ac}{c^2}=\frac{c^2}{c^2}$，即：$\left(\frac{a}{c}\right)^2+\frac{a}{c}=1$，

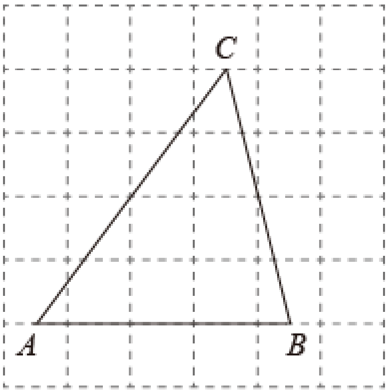
求出 $\frac{a}{c}=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ 或 $\frac{a}{c}=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$（舍去），

$\therefore$ 在 $Rt\triangle ABC$ 中：$\sin A=\frac{a}{c}=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$，

故答案为：$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$．

【点睛】本题考查了锐角三角函数的概念及勾股定理，熟练掌握锐角三角函数的定义是解答本题的关键．在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\sin A=\frac{\angle A\text{的对边}}{\text{斜边}}$，$\cos A=\frac{\angle A\text{的邻边}}{\text{斜边}}$，$\tan A=\frac{\angle A\text{的对边}}{\angle A\text{的邻边}}$．

9．（2022·江苏连云港·中考真题）如图，在 6×6 正方形网格中，$\triangle ABC$ 的顶点 A、B、C 都在网格线上，且都是小正方形边的中点，则 $\sin A=$__________．



【答案】$\frac{4}{5}$##0.8

【分析】如图所示，过点 C 作 $CE\perp AB$ 于 E，先求出 CE，AE 的长，从而利用勾股定理求出 AC 的长，由此求解即可．

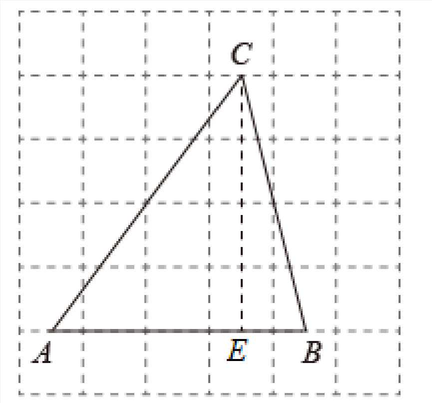
【详解】解：如图所示，过点 C 作 $CE\perp AB$ 于 E，

由题意得 $CE=4$，$AE=3$，

$\therefore AC=\sqrt{AE^2+CE^2}=5$，

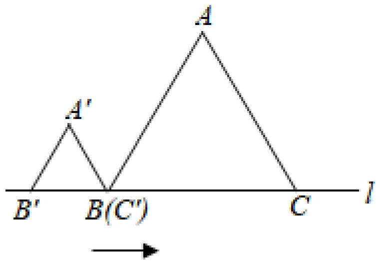
$\therefore \sin A=\frac{CE}{AC}=\frac{4}{5}$，

故答案为：$\frac{4}{5}$．

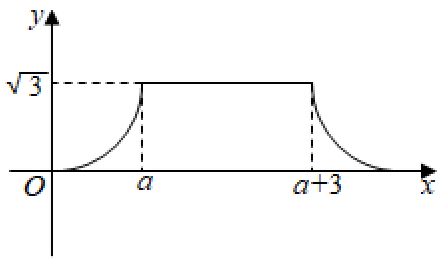


【点睛】本题主要考查了求正弦值，勾股定理与网格问题正确作出辅助线，构造直角三角形是解题的关键．

10．（2021·江苏淮安·中考真题）如图（1），$\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 是两个边长不相等的等边三角形，点 B'、C'、B、C 都在直线 l 上，$\triangle ABC$ 固定不动，将 $\triangle A'B'C'$ 在直线 l 上自左向右平移．开始时，点 C' 与点 B 重合，当点 B' 移动到与点 C 重合时停止．设 $\triangle A'B'C'$ 移动的距离为 x，两个三角形重叠部分的面积为 y，y 与 x 之间的函数关系如图（2）所示，则 $\triangle ABC$ 的边长是___．



(1)



(2)

【答案】5

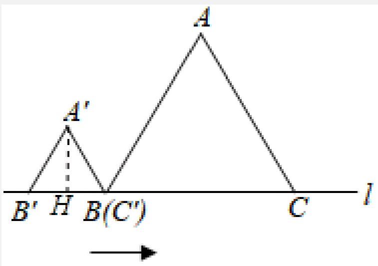
【分析】在点 B'到达 B 之前，重叠部分的面积在增大，当点 B'到达 B 点以后，且点 C'到达 C 以前，重叠部分的面积不变，之后在 B'到达 C 之前，重叠部分的面积开始变小，由此可得出 $B'C'$的长度为 a，BC 的长度为 $a+3$，再根据△ABC 的面积即可列出关于 a 的方程，求出 a 即可．

【详解】解：当点 B'移动到点 B 时，重叠部分的面积不再变化，

根据图象可知 $B'C'=a$，$S_{\triangle A'B'C'}=\sqrt{3}$，

过点 A'作 $A'H\perp B'C'$，

则 $A'H$ 为△$A'B'C'$的高，



(1)

∵△$A'B'C'$是等边三角形，

∴∠$A'B'H=60°$，

∴$\sin60°=\dfrac{A'H}{A'B'}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

∴$A'H=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$，

∴$S_{\triangle A'B'C'}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}a\cdot a$，即$\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2=\sqrt{3}$，

解得 $a=-2$（舍）或 $a=2$，

当点 C'移动到点 C 时，重叠部分的面积开始变小，

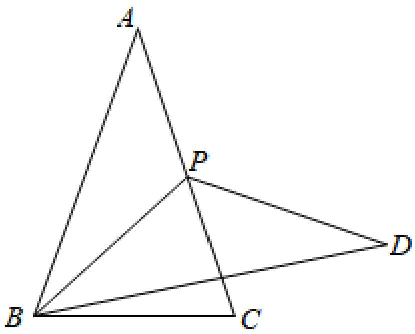
根据图像可知 $BC=a+3=2+3=5$，

∴△ABC 的边长是 5，

故答案为 5．

【点睛】本题主要考查动点问题的函数图象和三角函数，关键是要分析清楚移动过程可分为哪几个阶段，每个阶段都是如何变化的，先是点 B'到达 B 之前是一个阶段，然后点 C'到达 C 是一个阶段，最后 B'到达 C 又是一个阶段，分清楚阶段，根据图象信息列出方程即可.

11．（2021·江苏镇江·中考真题）如图，等腰三角形 ABC 中，$AB=AC$，$BC=6$，$\cos\angle ABC=\frac{1}{3}$，点 P 在边 AC 上运动（可与点 A，C 重合），将线段 BP 绕点 P 逆时针旋转 120°，得到线段 DP，连接 BD，则 BD 长的最大值为__.



【答案】$9\sqrt{3}$

【分析】由旋转知△BPD 是顶角为 120°的等腰三角形，可求得 $BD=\sqrt{3}BP$，当 BP 最大时，BD 取最大值，即点 P 与点 A 重合时，$BP=BA$ 最大，求出 AB 的长即可解决问题.

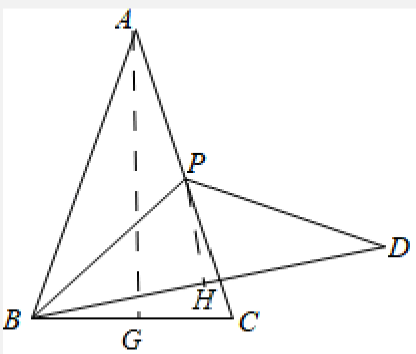
【详解】解：∵将线段 BP 绕点 P 逆时针旋转 120°，得到线段 DP，

∴$BP=PD$，

∴△BPD 是等腰三角形，

∴$\angle PBD=30°$，

过点 P 作 $PH\perp BD$ 于点 H，



∴$BH=DH$，

∵$\cos 30°=\frac{BH}{BP}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore BH=\dfrac{\sqrt{3}}{2}BP$，

$\therefore BD=\sqrt{3}BP$，

∴当 BP 最大时，BD 取最大值，即点 P 与点 A 重合时，$BP=BA$ 最大，

过点 A 作 $AG\perp BC$ 于点 G，

$\because AB=AC$，$AG\perp BC$，

$\therefore BG=\dfrac{1}{2}BC=3$，

$\because \cos\angle ABC=\dfrac{1}{3}$，

$\therefore \dfrac{BG}{AB}=\dfrac{1}{3}$，

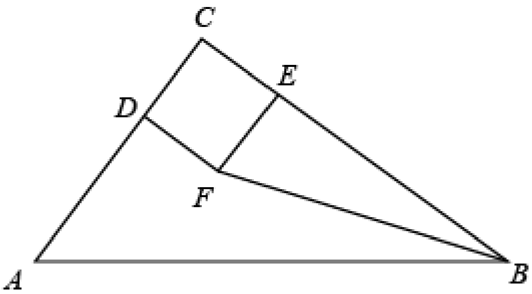
$\therefore AB=9$，

∴BD 最大值为：$\sqrt{3}BP=9\sqrt{3}$．

故答案为：$9\sqrt{3}$．

【点睛】本题主要考查了等腰三角形的性质和判定，三角函数等知识，证明出 $BD=\sqrt{3}BP$ 是解题的关键．

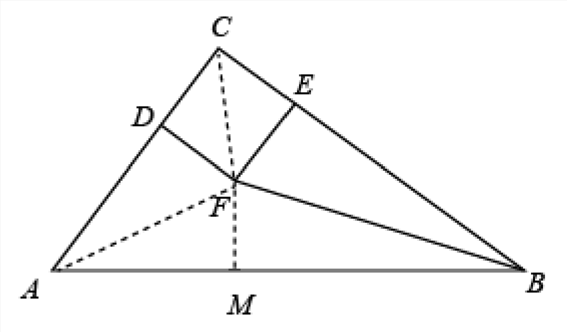
12．（2021·江苏常州·中考真题）如图，在$\triangle ABC$中，$AC=3, BC=4$，点 D、E 分别在 CA、CB 上，点 F 在$\triangle ABC$内．若四边形 $CDFE$ 是边长为 1 的正方形，则 $\sin\angle FBA=$________．



【答案】$\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

【分析】连接 AF，CF，过点 F 作 $FM\perp AB$，由 $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ACF}+S_{\triangle BCF}+S_{\triangle ABF}$，可得 $FM=1$，再根据锐角三角函数的定义，即可求解．

【详解】解：连接 AF，CF，过点 F 作 $FM\perp AB$，



∵四边形$CDFE$是边长为1的正方形，

∴$\angle C$=90°，

∴AB=$\sqrt{3^2+4^2}=5$，

∵$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ACF}+S_{\triangle BCF}+S_{\triangle ABF}$，

∴$\frac{1}{2}\times3\times4=\frac{1}{2}\times3\times1+\frac{1}{2}\times4\times1+\frac{1}{2}\times5\times FM$，

∴ FM=1，

∵BF=$\sqrt{(4-1)^2+1^2}=\sqrt{10}$，

∴$\sin\angle FBA=\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$.

故答案是：$\frac{\sqrt{10}}{10}$.

【点睛】本题主要考查锐角三角函数的定义，勾股定理，掌握”等积法“是解题的关键.

13.（2021·江苏无锡·中考真题）一条上山直道的坡度为1：7，沿这条直道上山，则前进100米所上升的高度为________米.

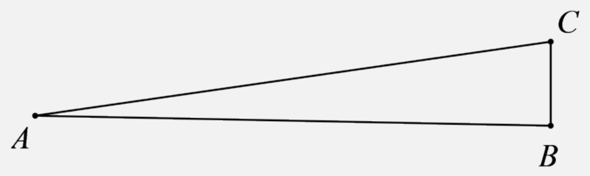
【答案】$10\sqrt{2}$

【分析】根据题意画出图形，设BC=x，则AB=7x，AC=$\sqrt{x^2+(7x)^2}=5\sqrt{2}x$，列出方程，进而即可求解.

【详解】解：设BC=x，则AB=7x，

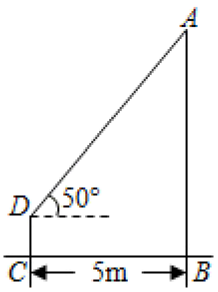
由题意得：$x^2+(7x)^2=100^2$，解得：x=$10\sqrt{2}$，

故答案为：$10\sqrt{2}$.



【点睛】u 本题主要考查勾股定理和坡度，掌握坡度的定义，利用勾股定理列出方程，是解题的关键.

14.（2020·江苏南通·中考真题）如图，测角仪 CD 竖直放在距建筑物 AB 底部 5m 的位置，在 D 处测得建筑物顶端 A 的仰角为 50°．若测角仪的高度是 1.5m，则建筑物 AB 的高度约为_____m．（结果保留小数点后一位，参考数据：sin50°≈0.77，cos50°≈0.64，tan50°≈1.19）



【答案】7.5

【分析】过点 D 作 $DE\perp AB$，垂足为点 E，根据正切进行求解即可；

【详解】解：如图，过点 D 作 $DE\perp AB$，垂足为点 E，则 $DE=BC=5$，$DC=BE=1.5$，

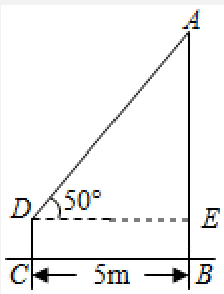
在 Rt△ADE 中，

$\because \tan\angle ADE=\dfrac{AE}{DE}$，

$\therefore AE=\tan\angle ADE\bullet DE=\tan50°\times5\approx1.19\times5=5.95$（米），

$\therefore AB=AE+BE=5.95+1.5\approx7.5$（米），

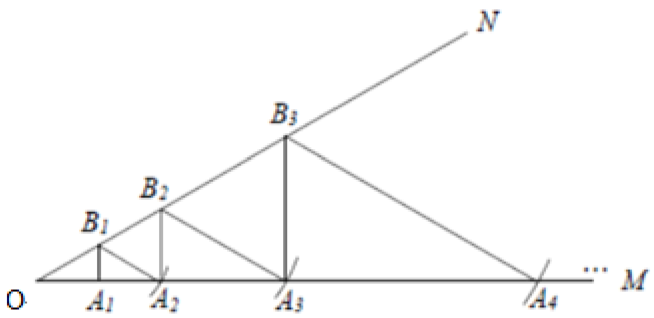
故答案为：7.5．



【点睛】本题主要考查了解直角三角形的实际应用，准确构造直角三角形是解题的关键.

15．（2020·江苏徐州·中考真题）如图，$\angle MON=30°$，在 OM 上截取 $OA_1=\sqrt{3}$．过点 A_1 作 $A_1B_1\perp OM$，交 ON

于点 B_1，以点 B_1 为圆心，B_1O 为半径画弧，交 OM 于点 A_2；过点 A_2 作 $A_2B_2\perp OM$，交 ON 于点 B_2，以点 B_2 为圆心，B_2O 为半径画弧，交 OM 于点 A_3；按此规律，所得线段 $A_{20}B_{20}$ 的长等于________.



【答案】2^{19}

【分析】根据已知条件先求出 A_1B_1 的长，再根据外角，直角算出△$B_1A_2B_2$ 是等边三角形，同理可得出其他等边三角形，即可求出答案.

【详解】$\because A_1B_1\perp OM$，$\angle MON=30^\circ$，$OA_1=\sqrt{3}$

$\therefore B_1O=\sqrt{3}\div\cos 30^\circ=2$

$\because OB_1=B_1A_1$

$\therefore \angle B_1A_2O=30^\circ$

$\therefore \angle A_2B_1B_2=60^\circ$

$\because A_2B_2\perp OM$

$\therefore \angle B_2A_2B_1=60^\circ$

$\therefore$△$B_1A_2B_2$ 是等边三角形

$\therefore A_2B_2=2$

$\therefore \Delta B_2A_3B_3$ 是等边三角形

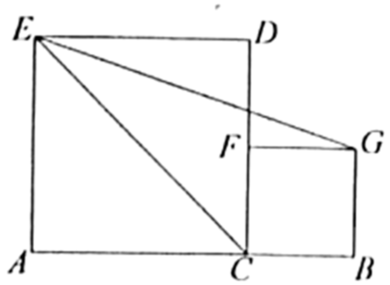
$\therefore A_3B_3=2\times 2=4$

同理可得 $\Delta B_{19}A_{20}B_{20}$ 是等边三角形

$\therefore A_{20}B_{20}=2^{19}$

【点睛】本题考查了直角三角形计算，等腰三角形性质等知识点，发现线段之间的规律是解题关键.

16.（2020·江苏常州·中考真题）如图，点 C 在线段 AB 上，且 $AC=2BC$，分别以 AC 、 BC 为边在线段 AB 的同侧作正方形 $ACDE$ 、 $BCFG$，连接 EC 、 EG，则 $\tan\angle CEG=$ _________.



【答案】$\frac{1}{2}$

【分析】设 BC=a，则 AC=2a，然后利用正方形的性质求得 CE、CG 的长、∠GCD=ECD=45°，进而说明△ECG 为直角三角形，最后运用正切的定义即可解答.

【详解】解：设 BC=a，则 AC=2a

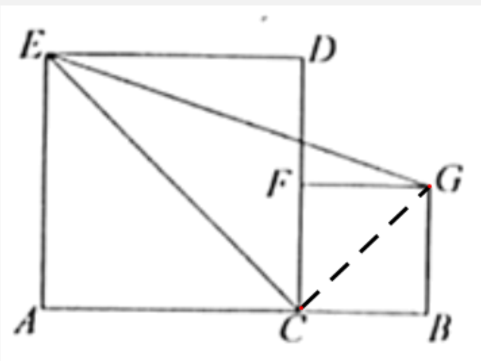
∵正方形 $ACDE$

∴EC=$\sqrt{(2a)^2+(2a)^2}=2\sqrt{2}a$，∠ECD=$\frac{1}{2}\angle ACD=45^\circ$

同理：CG=$\sqrt{2}a$,∠GCD=$\frac{1}{2}\angle BCD=45^\circ$

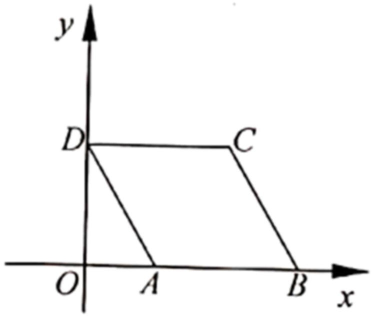
∴$\tan\angle CEG=\frac{CG}{CE}=\frac{\sqrt{2}a}{2\sqrt{2}a}=\frac{1}{2}$.

故答案为$\frac{1}{2}$.



【点睛】本题考查了正方形的性质和正切的定义，根据正方形的性质说明△ECG 是直角三角形是解答本题的关键.

17.（2020·江苏常州·中考真题）数学家笛卡尔在《几何》一书中阐述了坐标几何的思想，主张取代数和几何中最好的东西，互相以长补短．在菱形 $ABCD$ 中，$AB=2,\angle DAB=120^\circ$．如图，建立平面直角坐标系 xOy，使得边 AB 在 x 轴正半轴上，点 D 在 y 轴正半轴上，则点 C 的坐标是_________.



【答案】$(2,\sqrt{3})$

【分析】根据菱形的性质可知 $AD=AB=CD=2$，$\angle OAD=60°$，由三角函数即可求出线段 OD 的长度，即可得到答案.

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 为菱形，$AB=2$，

∴$AD=AB=CD=2$，$AB//CD$，

∵$\angle DAB=120°$，

∴$\angle DAO=60°$，

在 Rt$\triangle DOA$ 中，$\sin 60°=\frac{OD}{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

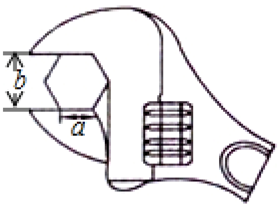
∴$OD=\sqrt{3}$，

∴点 C 的坐标是$(2,\sqrt{3})$.

故答案为：$(2,\sqrt{3})$.

【点睛】本题考查了平面直接坐标系中直角三角形的计算问题，以及菱形的性质，熟练掌握特殊三角函数值是解题关键.

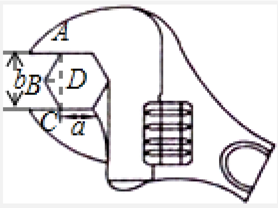
18.（2020·江苏扬州·中考真题）如图，工人师傅用扳手拧形状为正六边形的螺帽，现测得扳手的开口宽度 $b=3\text{cm}$，则螺帽边长 $a=$________cm.



【答案】$\sqrt{3}$

【分析】根据正六边形的性质，可得∠ABC=120°，AB=BC=a，根据等腰三角形的性质，可得 CD 的长，根据锐角三角函数的余弦，可得答案.

【详解】解：如图：作 BD⊥AC 于 D



由正六边形，得

∠ABC=120°，AB=BC=a，

∠BCD=∠BAC=30°.

由 AC=3，得 CD=$\frac{3}{2}$.

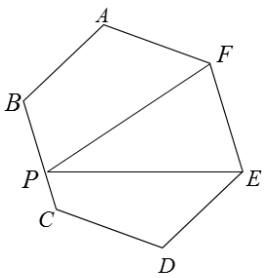
cos∠BCD=$\frac{CD}{BC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，即 $\frac{\frac{3}{2}}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

解得 a=$\sqrt{3}$，

故答案为：$\sqrt{3}$.

【点睛】本题考查正多边形和圆，利用正六边形的性质得出等腰三角形是解题关键，又利用了正三角形的性质，余弦函数．

19．（2020·江苏南京·中考真题）如图，在边长为$2cm$的正六边形$ABCDEF$中，点 P 在 BC 上，则$\triangle PEF$的面积为__________.



【答案】$2\sqrt{3}$

【分析】如图，连接BF，过 A 作$AG\perp BF$于G，利用正六边形的性质求解BF的长，利用BF与EF上的高相等，从而可得答案．

【详解】解：如图，连接BF，过 A 作$AG\perp BF$于G，

$\because$ 正六边形$ABCDEF$，

$\therefore AB=AF=FE=2, \angle A=120°=\angle ABC=\angle AFE,$

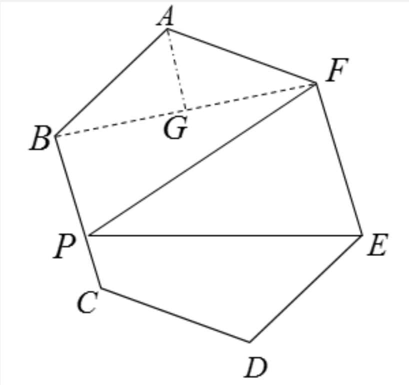
$\therefore \angle ABF=\angle AFB=30°, BG=FG,$

$\therefore \angle CBF=\angle BFE=90°, AG=AB\bullet\sin 30°=1, BG=AB\bullet\cos 30°=\sqrt{3},$

$\therefore CB//EF, BF=2\sqrt{3},$

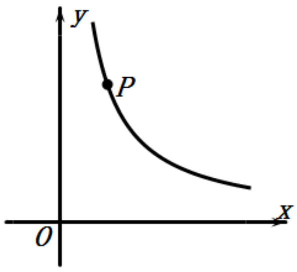
$\therefore S_{\triangle PEF}=\frac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{3}=2\sqrt{3}.$

故答案为：$2\sqrt{3}.$



【点睛】本题考查的是正多边形的性质，同时考查了锐角三角函数的应用，等腰三角形的性质，平行线的判定，掌握以上知识是解题的关键．

20．（2020·江苏泰州·中考真题）如图，点 P 在反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 的图像上且横坐标为1，过点 P 作两条坐标轴的平行线，与反比例函数 $y=\frac{k}{x}\ (k<0)$ 的图像相交于点A、B，则直线 AB 与 x 轴所夹锐角的正切值为______．

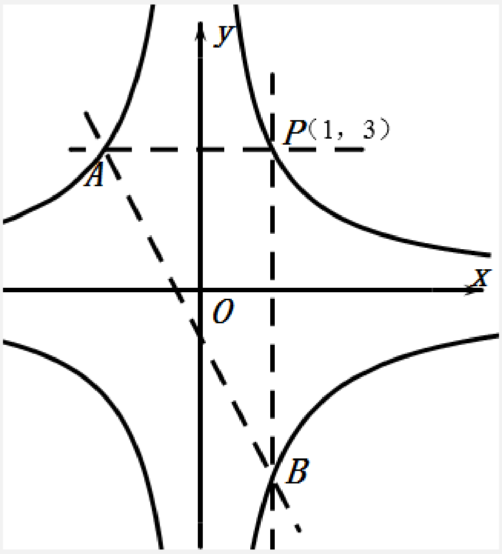


【答案】3

【分析】由题意，先求出点 P 的坐标，然后表示出点 A 和点 B 的坐标，即可求出答案．

【详解】解：∵点 P 在反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 的图像上且横坐标为1，

∴点 P 的坐标为：（1，3），



如图，AP∥x 轴，BP∥y 轴，

∵点 A、B 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}\left(k<0\right)$ 的图像上，

∴点 A 为（$\frac{k}{3}$,3），点 B 为（1，k），

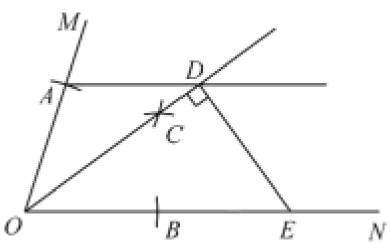
∴直线 AB 与 x 轴所夹锐角的正切值为：

$\tan\alpha=\dfrac{3-k}{1-\dfrac{k}{3}}=3$；

故答案为：3．

【点睛】本题考查了反比例函数与一次函数的综合，解直角三角形的应用，解题的关键是掌握反比例函数的性质与一次函数的性质进行解题．

21．（2020·江苏苏州·中考真题）如图，已知 $\angle MON$ 是一个锐角，以点 O 为圆心，任意长为半径画弧，分别交 OM 、ON 于点 A 、B，再分别以点 A 、B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 长为半径画弧，两弧交于点 C，画射线 OC．过点 A 作 $AD\,//\,ON$，交射线 OC 于点 D，过点 D 作 $DE\perp OC$，交 ON 于点 E．设 $OA=10$，$DE=12$，则 $\sin\angle MON=$________．



【答案】$\frac{24}{25}$

【分析】连接 AB 交 OD 于点 H，过点 A 作 AG⊥ON 于点 G，根据等腰三角形的性质得 OH⊥AB，AH=BH，从而得四边形 ABED 是平行四边形，利用勾股定理和三角形的面积法，求得 AG 的值，进而即可求解.

【详解】连接 AB 交 OD 于点 H，过点 A 作 AG⊥ON 于点 G，

由尺规作图步骤，可得：OD 是∠MON 的平分线，OA=OB，

∴OH⊥AB，AH=BH，

∵ $DE \perp OC$，

∴DE∥AB，

∵ $AD \parallel ON$，

∴四边形 ABED 是平行四边形，

∴AB=DE=12，

∴AH=6，

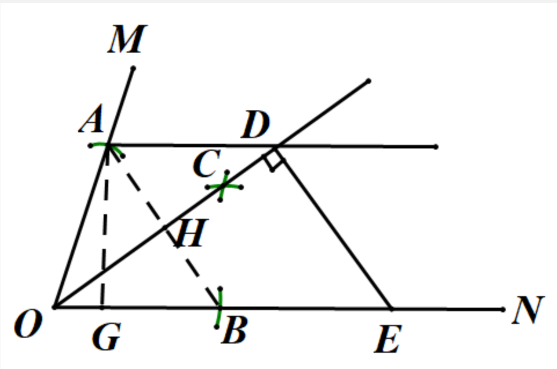
∴OH= $\sqrt{AO^2-AH^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$，

∵OB·AG=AB·OH，

∴AG= $\frac{AB\cdot OH}{OB}=\frac{12\times 8}{10}=\frac{48}{5}$，

∴ $\sin\angle MON=\frac{AG}{OA}=\frac{24}{25}$.

故答案是： $\frac{24}{25}$.



【点睛】本题主要考查等腰三角形的性质，平行四边形的判定和性质定理，勾股定理，锐角三角函数的定义，添加合适的辅助线，构造直角三角形是解题的关键.

三、解答题

22.（2022·江苏盐城·中考真题）$|-3|+\tan 45°-\left(\sqrt{2}-1\right)^0$.

【答案】3

【分析】先计算$\left(\sqrt{2}-1\right)^{0}$，化简绝对值、代入 tan45°，最后加减．

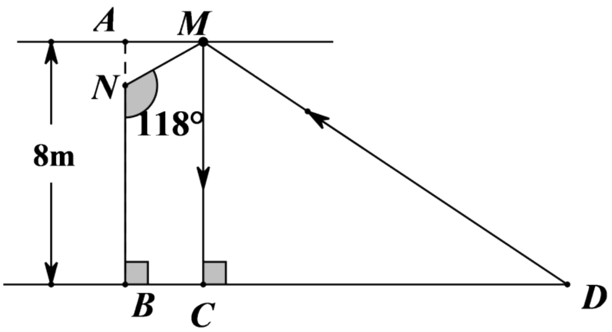
【详解】解：$\left|-3\right|+\tan 45°-\left(\sqrt{2}-1\right)^{0}$

$=3+1-1$

$=3$．

【点睛】本题考查了实数的运算，掌握零指数幂的意义、绝对值的意义及特殊角的三角函数值是解决本题的关键．

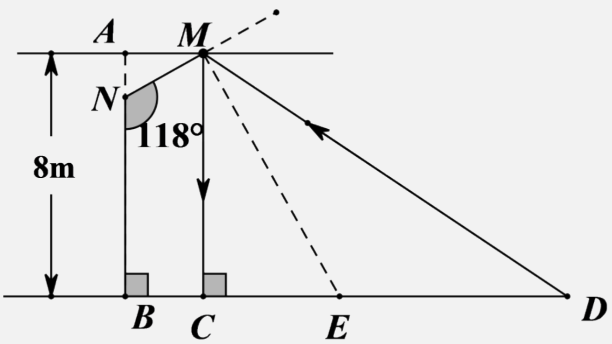
23．（2022·江苏泰州·中考真题）小强在物理课上学过平面镜成像知识后，在老师的带领下到某厂房做验证实验.如图，老师在该厂房顶部安装一平面镜 *MN*，*MN* 与墙面 *AB* 所成的角∠*MNB*=118°，厂房高 *AB*= 8 m，房顶 *AM* 与水平地面平行，小强在点 *M* 的正下方 *C* 处从平面镜观察，能看到的水平地面上最远处 *D* 到他的距离 *CD* 是多少?（结果精确到 0.1 m，参考数据：sin34°≈0.56， tan34°≈0.68，tan56°≈1.48）



【答案】11.8m

【分析】过 *M* 点作 *ME*⊥*MN* 交 *CD* 于 *E* 点，证明四边形 *ABCM* 为矩形得到 *CM*=*AB*=8，∠*NMC*=180°-∠*BNM*=62°，利用物理学入射光线与反射光线之间的关系得到∠*EMD*=∠*EMC*，且∠*CME*=90°-∠*CMN*=28°，进而求出∠*CMD*=56°，最后在 *Rt*△*CMD* 中由 tan∠*CMD* 即可求解.

【详解】解：过 *M* 点作 *ME*⊥*MN* 交 *CD* 于 *E* 点，如下图所示：



∵*C* 点在 *M* 点正下方，

∴$CM⊥CD$，即$\angle MCD$=90°，

∵房顶 AM 与水平地面平行，AB 为墙面，

∴四边形 $AMCB$ 为矩形，

∴$MC=AB$=8m，$AB∥CM$，

∴$\angle NMC$=180°-$\angle BNM$=180°-118°=62°，

∵地面上的点 D 经过平面镜 MN 反射后落在点 C，结合物理学知识可知：

∴$\angle NME$=90°，

∴$\angle EMD=\angle EMC$=90°-$\angle NMC$=90°-62°=28°，

∴$\angle CMD$=56°，

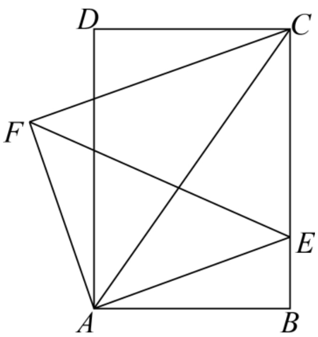
在 $Rt\triangle CMD$ 中，$\tan \angle CMD=\dfrac{CD}{CM}$，代入数据：$1.48=\dfrac{CD}{8}$，

∴$CD=11.84\approx 11.8(\mathrm{m})$，

即水平地面上最远处 D 到小强的距离 CD 是$11.8\mathrm{m}$．

【点睛】本题借助平面镜入射光线与反射光线相关的物理学知识考查了解直角三角形，解题的关键是读懂题意，利用数形结合的思想解答．

24．（2022·江苏无锡·中考真题）如图，已知四边形 $ABCD$ 为矩形 $AB=2\sqrt{2}$，$BC=4$，点 E 在 BC 上，$CE=AE$，将△ABC 沿 AC 翻折到△AFC，连接 EF．



(1)求 EF 的长；

(2)求 $\sin\angle CEF$ 的值．

【答案】(1)$\sqrt{17}$

(2)$\dfrac{8}{51}\sqrt{34}$

【分析】(1)先由 $Rt\Delta ABE$ 可求得 AE 的长度，再由角度关系可得 $\angle FAE=90^{\circ}$，即可求得 EF 的长;

(2)过 F 作 $FM\perp CE$ 于 M，利用勾股定理列方程，即可求出 EM 的长度，同时求出 FM 的长度，得出答案.

（1）

设 $BE=x$，则 $EC=4-x$，

$\therefore AE=EC=4-x$，

在 $Rt\Delta ABE$ 中，$AB^2+BE^2=AE^2$，

$\therefore \left(2\sqrt{2}\right)^2+x^2=\left(4-x\right)^2$，

$\therefore x=1$，

$\therefore BE=1$，$AE=CE=3$，

$\because AE=EC$，

$\therefore \angle 1=\angle 2$，

$\because \angle ABC=90^\circ$，

$\therefore \angle CAB=90^\circ-\angle 2$，

$\therefore \angle CAB=90^\circ-\angle 1$，

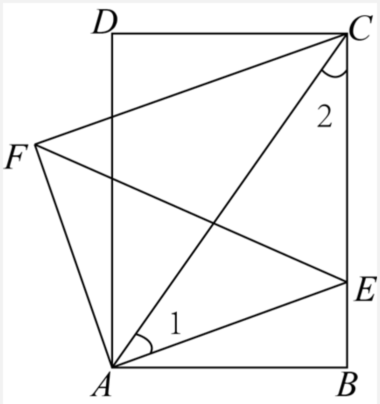
由折叠可知 $\Delta FAC\cong\Delta BAC$，

$\therefore \angle FAC=\angle CAB=90^\circ-\angle 1$，$AF=AB=2\sqrt{2}$，

$\therefore \angle FAC+\angle 1=90^\circ$，

$\therefore \angle FAE=90^\circ$，

在 $Rt\Delta FAE$ 中，$EF=\sqrt{AF^2+AE^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{2}\right)^2+3^2}=\sqrt{17}$.



（2）

过 F 作 $FM\perp BC$ 于 M，

$\therefore \angle FME=\angle FMC=90^\circ$，

设 $EM=a$，则 $EC=3-a$，

在 $Rt\triangledown FME$ 中，$FM^2=FE^2-EM^2$，

在 $Rt\triangle FMC$ 中，$FM^2=FC^2-MC^2$，

$\therefore FE^2-EM^2=FC^2-MC^2$，

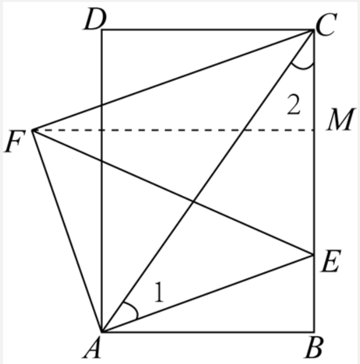
$\therefore \left(\sqrt{17}\right)^2-a^2=4^2-\left(3-a\right)^2$，

$\therefore a=\dfrac{5}{3}$，

$\therefore EM=\dfrac{5}{3}$，

$\therefore FM=\sqrt{\left(\sqrt{17}\right)^2-\left(\dfrac{5}{3}\right)^2}=\dfrac{8}{3}\sqrt{2}$，

$\therefore \sin\angle CEF=\dfrac{FM}{EF}=\dfrac{\frac{8}{3}\sqrt{2}}{\sqrt{17}}=\dfrac{8}{51}\sqrt{34}$．



【点睛】此题考查了锐角三角函数，勾股定理，矩形的性质，通过添加辅助线构建直角三角形是解题的关键．

25．（2022·江苏无锡·中考真题）计算：

(1) $\left|-\dfrac{1}{2}\right|\times\left(-\sqrt{3}\right)^2-\cos 60^\circ$；

(2) $a\left(a+2\right)-\left(a+b\right)\left(a-b\right)-b\left(b-3\right)$．

【答案】(1)1

(2)$2a+3b$

【分析】（1）先化简绝对值和计算乘方，并把特殊角的三角函数值代入，再计算乘法，最后算加减即可求解；

（2）先运用单项式乘以多项式法则和平方差公式计算，再合并同类项即可．

（1）解：原式=$\dfrac{1}{2}\times 3-\dfrac{1}{2}$=$\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{2}$=1；

（2）解：原式=$a^2+2a-a^2+b^2-b^2+3b=2a+3b$．

【点睛】本题考查实数混合运算，整式混合运算，熟练掌握实数运算法则和单项式乘以多项式法则，熟记

特殊角的三角函数值、平方差公式是解题的关键.

26．（2022·江苏苏州·中考真题）（1）如图1，在△ABC中，$\angle ACB=2\angle B$，CD平分$\angle ACB$，交AB于点D，$DE // AC$，交BC于点E.

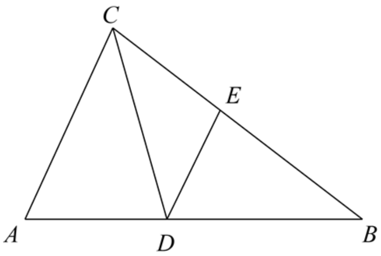


图1

①若$DE=1$，$BD=\frac{3}{2}$，求BC的长；

②试探究$\frac{AB}{AD}-\frac{BE}{DE}$是否为定值．如果是，请求出这个定值；如果不是，请说明理由．

（2）如图2，$\angle CBG$和$\angle BCF$是△ABC的2个外角，$\angle BCF=2\angle CBG$，CD平分$\angle BCF$，交AB的延长线于点D，$DE // AC$，交CB的延长线于点E．记△ACD的面积为S_1，△CDE的面积为S_2，△BDE的面积为S_3．若$S_1\cdot S_3=\frac{9}{16}S_2^2$，求$\cos\angle CBD$的值．

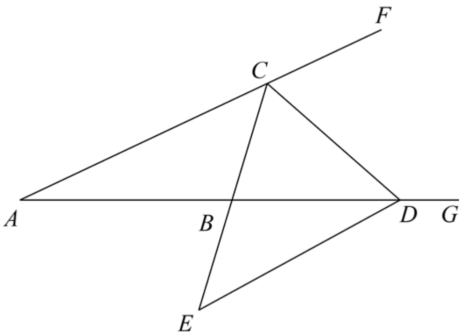


图2

【答案】（1）①$BC=\frac{9}{4}$；②$\frac{AB}{AD}-\frac{BE}{DE}$是定值，定值为1；（2）$\cos\angle CBD=\frac{3}{8}$

【分析】（1）①证明$\triangle CED\backsim\triangle CDB$，根据相似三角形的性质求解即可；

②由$DE // AC$，可得$\frac{AB}{AD}=\frac{BC}{DE}$，由①同理可得$CE=DE$，计算$\frac{AB}{AD}-\frac{BE}{DE}=1$；

（2）根据平行线的性质、相似三角形的性质可得$\frac{S_1}{S_2}=\frac{AC}{DE}=\frac{BC}{BE}$，又$\frac{S_3}{S_2}=\frac{BE}{CE}$，则$\frac{S_1\cdot S_3}{S_2^2}=\frac{BC}{CE}$，可得$\frac{BC}{CE}=\frac{9}{16}$，设$BC=9x$，则$CE=16x$．证明△$CDB\backsim$△$CED$，可得$CD=12x$，过点$D$作$DH\perp BC$于$H$．分别求得$BD$，$BH$，进而根据余弦的定义即可求解．

【详解】（1）①∵CD平分$\angle ACB$，