专题 6.5　直线的相交【八大题型】

【浙教版】

题型梳理

举一反三

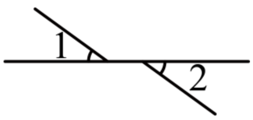
【知识点 1　对顶角、邻补角的概念】

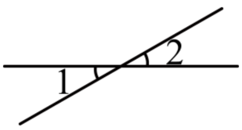
一个角的两边分别是另一个角的两边的反向延长线，这两个角叫做对顶角.

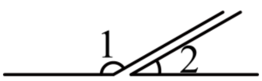
有公共顶点和一条公共边，另一边互为反向延长线，并且互补的两个角称为邻补角.

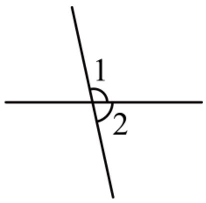
【题型 1　对顶角、邻补角的识别】

【例 1】（2023 下·辽宁盘锦·七年级校考期末）在下图中，$\angle 1$和$\angle 2$是对顶角的是（　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】B

【分析】根据对顶角的定义进行判断：两条直线相交后所得的只有一个公共顶点且两个角的两边互为反向延长线，这样的两个角叫做对顶角，依次判定即可得出答案.

【详解】解：A、$\angle 1$与$\angle 2$没有公共顶点，不是对顶角，故 A 选项不合题意；

B、$\angle 1$与$\angle 2$的两边互为反向延长线，是对顶角，故 B 选项符合题意；

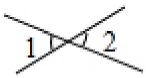
C、$\angle 1$与$\angle 2$没有公共顶点，不是对顶角，故 C 选项不合题意；

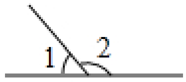
D、$\angle 1$与$\angle 2$两条边不是互为反向延长线，不是对顶角，故 D 选项不合题意．

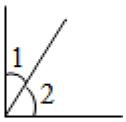
故选：B．

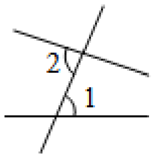
【点睛】本题主要考查了对顶角的定义，对顶角是相对于两个角而言，是指的两个角的一种位置关系．它是在两直线相交的前提下形成的．

【变式 1-1】（2023 下·湖北荆门·七年级统考期末）图中$\angle 1$与$\angle 2$互为邻补角的是（　　）

A．

B．

C．

D．

【答案】B

【分析】利用邻补角定义进行解答即可．

【详解】解：A、$\angle 1$与$\angle 2$对顶角，故此选项不合题意；

B、$\angle 1$与$\angle 2$是邻补角，故此选项符合题意；

C、$\angle 1$与$\angle 2$不是邻补角，故此选项不合题意；

D、$\angle 1$与$\angle 2$是内错角，故此选项不合题意；

故选：B．

【点睛】此题主要考查了邻补角，关键是掌握只有一条公共边，它们的另一边互为反向延长线，具有这种关系的两个角，互为邻补角．

【变式 1-2】（2023 下·上海·七年级上海市文来中学校考期中）9 条不重合的直线相交于一点，构成的对顶角共有_____对．

【答案】72

【分析】本题考查对顶角的定义，两条直线相交后所得的只有一个公共顶点且两个角的两边互为反向延长线，这样的两个角叫做对顶角．

【详解】解：①两条直线相交共 2 对对顶角；

②三条直线相交，在 2 对的基础上再加 4 对，共 6 对；

③四条直线相交，在 6 对的基础上再加 6 对，共 12 对；

④五条直线相交，在 12 对的基础上再加 8 对，共 20 对；

即对顶角的对数为，2，6，12，20……，

以此类推，当 n 条直线相交时，对顶角的总对数为：(n^2-n) ；

根据 n 条直线相交于一点，构成(n^2-n)对对顶角的规律可知，

当$n=9$时，(n^2-n)=（9^2-9）=72（对），

故答案为：72.

【点睛】本题考查了对顶角的定义及 n 条直线相交于一点，构成对顶角的规律，注意对顶角是两条直线相交而成的四个角中，没有公共边的两个角.

【变式 1-3】（2023 下·安徽淮北·七年级校联考期末）观察下列各图，寻找对顶角（不含平角）、邻补角.

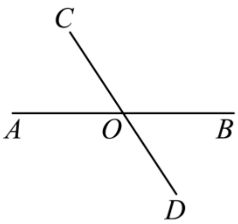


图1

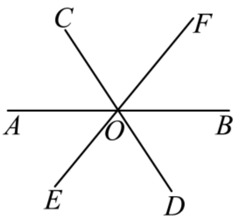


图2

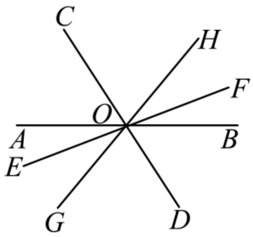


图3

(1)如图 1，共有__________对对顶角，__________对邻补角；

(2)如图 2，共有__________对对顶角，__________对邻补角；

(3)如图 3，共有__________对对顶角，__________对邻补角；

(4)根据（1）-（3）中直线的条数与对顶角、邻补角的对数之间的关系，探究：若有n条直线相交于一点，则可形成多少对对顶角？多少对邻补角？

【答案】(1)2，4

(2)6，12

(3)12，24

(4)若有n条直线相交于一点，则可形成$n(n-1)$对对顶角，$2n(n-1)$对邻补角

【分析】（1）根据对顶角、邻补角的定义，结合图形，即可得到答案；

（2）根据对顶角、邻补角的定义，结合图形，即可得到答案；

（3）根据对顶角、邻补角的定义，结合图形，即可得到答案；

（4）由（1）-（3）中直线与对顶角、邻补角的对数找到规律，即可得出结论.

【详解】（1）解：如图 1，2 条直线相交于一点，共有 2 对对顶角，4 对邻补角；

故答案为：2，4；

（2）解：如图 2，3 条直线相交于一点，共有 6 对对顶角，12 对邻补角；

故答案为：6，12；

（3）解：如图 3，4 条直线相交于一点，共有 12 对对顶角，24 对邻补角；

故答案为：12，24；

（4）解：2 条直线相交于一点，共有$2\times1=2$对对顶角，$2\times2\times1=4$对邻补角；

3 条直线相交于一点，共有$3\times2=6$对对顶角，$2\times3\times2=12$对邻补角；

4 条直线相交于一点，共有$4\times3=12$对对顶角，$2\times4\times3=24$对邻补角；

$\therefore$若有n条直线相交于一点，则可形成$n(n-1)$对对顶角，$2n(n-1)$对邻补角.

【点睛】本题考查了对顶角、邻补角的定义，图形类规律的探索，熟练掌握知识点，找到规律是解题的关键.

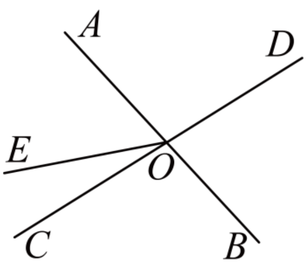
【知识点 2　对顶角、邻补角的性质】

对顶角相等.

邻补角互补.

【题型 2　由对顶角、邻补角的性质求角的度数】

【例 2】（2023 下·广西河池·七年级统考期末）如图，直线AB，CD相交于点 O，射线OE把$\angle AOC$分成两部分.



(1)图中$\angle AOC=\angle$______，$\angle AOE+\angle$______$=180°$；

(2)若$\angle AOC=80°$，$\angle AOE=3\angle COE$，求$\angle DOE$的度数.

【答案】(1)$\angle DOB$，$\angle BOE$

(2)$160°$

【分析】（1）观察图象，根据对顶角和补角的定义找角；

（2）设$\angle COE=x°$，则$\angle AOE=3x°$，可得$x+3x=80$，求得$\angle COE=20°$，再结合$\angle DOE=180°-\angle COE$即可求解.

【详解】（1）解：∵直线AB，CD相交于点O，

∴$\angle AOC$和$\angle BOD$是对顶角．

∴$\angle AOC=\angle BOD$，

∵$\angle AOE$的补角是$\angle BOE$．

∴$\angle AOE+\angle BOE=180°$，

故答案为：$\angle DOB$，$\angle BOE$．

（2）∵$\angle AOE=3\angle COE$，

∴设$\angle COE=x°$，则$\angle AOE=3x°$，

∵$\angle AOC=80°$，

∴$x+3x=80$，

∴$x=20$，即$\angle COE=20°$，

∴$\angle DOE=180°-\angle COE=180°-20°=160°$．

【点睛】本题主要考查角的相关定义以及角度的和差倍分，要结合图象找隐藏的角度关系．

【变式 2-1】（2023 下·湖南长沙·七年级校考期末）已知∠1 与∠2 是对顶角，∠1 与∠3 是邻补角，则∠2+∠3 的度数为（　　）

A．90°　　　　B．180°　　　　C．270°　　　　D．360°

【答案】B

【分析】根据对顶角的性质：对顶角相等，邻补角的性质：邻补角互补，进行求解即可．

【详解】解：∵∠1 与∠2 是对顶角，

∴∠1＝∠2，

∵∠1 与∠3 是邻补角，

∴∠1+∠3＝180°，

∴∠2+∠3＝180°．

故选 B．

【点睛】本题主要考查了对顶角与邻补角的性质，解题的关键在于能够熟练掌握对顶角与邻补角的性质．

【变式 2-2】（2023 下·内蒙古呼伦贝尔·七年级统考期末）已知直线AB与CD相交于点 O．

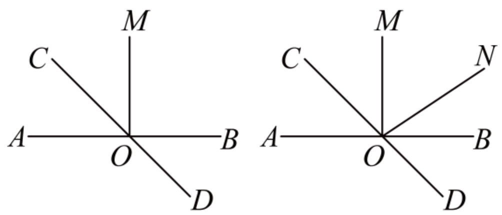


图1　　图2

(1)如图 1，若$\angle AOM=90°$，OC平分$\angle AOM$，则$\angle AOD=$__________.

(2)如图 2，若$\angle AOM=90°$，$\angle BOC=4\angle BON$，OM平分$\angle CON$，求$\angle MON$的大小

【答案】(1)135°

(2)54°

【分析】（1）根据角平分线的定义求出$\angle AOC=45°$，然后根据邻补角的定义求解即可；

（2）设$\angle NOB=x°$，$\angle BOC=4x°$，根据角平分线的定义表示出$\angle COM=\angle MON=\frac{1}{2}\angle CON$，再根据$\angle BOM$列出方程求解$x$，然后求解即可.

【详解】（1）解：$\because \angle AOM=90°$，OC平分$\angle AOM$，

$\therefore \angle AOC=\frac{1}{2}\angle AOM=\frac{1}{2}\times 90°=45°$，

$\because \angle AOC+\angle AOD=180°$，

$\therefore \angle AOD=180°-\angle AOC=180°-45°=135°$，

即$\angle AOD$的度数为135°；

（2）解：$\because \angle BOC=4\angle NOB$

$\therefore$设$\angle NOB=x°$，$\angle BOC=4x°$，

$\therefore \angle CON=\angle COB-\angle BON=4x°-x°=3x°$，

$\because OM$平分$\angle CON$，

$\therefore \angle COM=\angle MON=\frac{1}{2}\angle CON=\frac{3}{2}x°$，

$\because \angle BOM=\frac{3}{2}x+x=90°$，

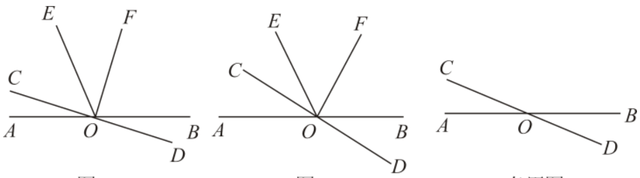
$\therefore x=36°$，

$\therefore \angle MON=\frac{3}{2}x°=\frac{3}{2}\times 36°=54°$，

即$\angle MON$的度数为54°.

【点睛】本题考查了对顶角、邻补角，角平分线的定义，此类题目熟记概念并准确识图是解题的关键.

【变式 2-3】（2023 下·云南曲靖·七年级统考期末）直线AB,CD相交于点 O，$OF\perp CD$于点 O，作射线OE，且OC在$\angle AOE$的内部．



(1)①当OE、OF在如图 1 所示位置时，若$\angle BOD=20°,\angle BOE=130°$，求$\angle EOF$的度数；

②当OE、OF在如图 2 所示位置时，若OF平分$\angle BOE$，证明：OC平分$\angle AOE$；

(2)若$\angle AOF=2\angle COE$，请直接写出$\angle BOE$与$\angle AOC$之间的数量关系．

【答案】(1)①$\angle EOF$的度数为$60°$；②见解析；

(2)$3\angle AOC+2\angle BOE=270°$或$\angle AOC+2\angle BOE=270°$．

【分析】（1）①利用余角的定义以及角之间的关系可求出$\angle EOF$=60°；②利用OF平分$\angle BOE$，可得：$\angle EOF=\angle FOB=\frac{1}{2}\angle EOB$，再利用垂直得到：$\angle COE+\angle EOF=\angle AOC+\angle BOF=90°$，即可证明$\angle COE=\angle AOC$，$OC$平分$\angle AOE$．

（2）需要分类讨论，当点 E，F 在直线AB的同侧和点 E，F 在直线AB的异侧两种情况，再分别表示出$\angle BOE$与$\angle AOC$，再消去α即可．

【详解】（1）解：①$\because OF\perp CD$于点 O，

$\therefore\angle COF=90°$，

$\because\angle BOD=20°,\angle BOE=130°$，

$\therefore\angle COE=180°-\angle BOE-\angle BOD=180°-130°-20°=30°$，

$\therefore\angle EOF=\angle COF-\angle COE=90°-\angle COE=90°-30°=60°$；

$\therefore\angle EOF$的度数为$60°$；

②$\because OF$平分$\angle BOE$，

$\therefore\angle EOF=\angle FOB=\frac{1}{2}\angle EOB$，

$\because OF\perp CD$，

$\therefore\angle COF=90°$，

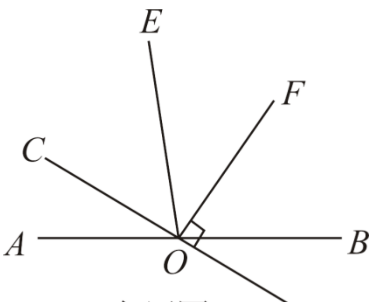
$\therefore\angle COE+\angle EOF=\angle AOC+\angle BOF=90°$，

$\therefore\angle COE=\angle AOC$，

$\therefore OC$平分$\angle AOE$.

（2）解：设$\angle COE=\alpha$，则$\angle AOF=2\alpha$，

当点 E，F 在直线AB的同侧时，如图：



备用图

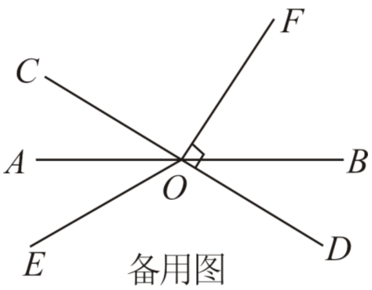
$\angle EOF=90°-\alpha$，

$\therefore \angle AOC=\angle AOF-\angle COF=2\alpha-90°$，①

$\angle BOE=180°-\angle COE-\angle AOC=180°-\alpha-(90°-\alpha)=270°-3\alpha$，②

令①×3+②×2 可得：$3\angle AOC+2\angle BOE=270°$，

当点 E，F 在直线AB的异侧时，如图：



备用图

$\angle EOF=90°+\alpha$，

$\therefore \angle AOC=\angle AOF-\angle COF=2\alpha-90°$，①

$\angle BOE=180°-\angle AOE-\angle BOD=180°-(\alpha-\angle AOC)-\angle AOC=180°-\alpha$，②

令①+②×2 可得：$\angle AOC+2\angle BOE=270°$，

综上所述：$3\angle AOC+2\angle BOE=270°$或$\angle AOC+2\angle BOE=270°$.

【点睛】本题考查几何图形角度的计算，与余角有关的计算，对顶角，角平分线的定义，（2）稍有难度，关键是对 E 点的位置进行讨论，考查学生的计算能力.

【题型 3　平面内两直线的位置关系】

【例 3】（2023 下·河北石家庄·七年级统考期末）l_1、l_2、l_3为同一平面内的三条直线，若l_1与l_2不平行，l_2与l_3不平行，那么下列判断正确的是（　）

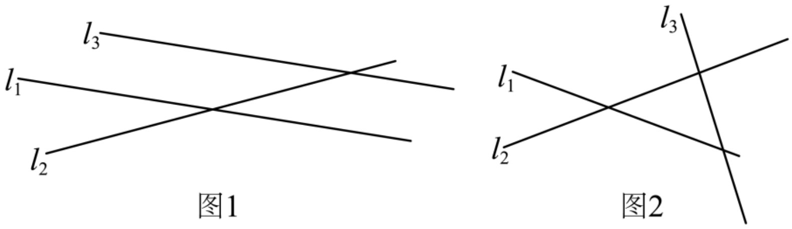
A．l_1与l_3一定不平行　　B．l_1与l_3一定平行

C．l_1与l_3一定互相垂直　　　　　　　D．l_1与l_3可能相交或平行

【答案】D

【分析】根据关键语句“若l_1与l_2不平行，l_2与l_3不平行,”画出图形，图形有两种情况，根据图形可得答案．

【详解】根据题意可得图形：



根据图形可知：若l_1与l_2不平行,l_2与l_3不平行,则l_1与l_3可能相交或平行，

故选：D．

【点睛】本题主要考查了直线的位置关系，在同一平面内，两条直线的位置关系：平行或相交．

【变式3-1】（2023上·黑龙江佳木斯·七年级校考开学考试）在同一平面内，两条直线的位置关系可能是（　　）

A．相交或垂直　　　　　　　B．垂直或平行

C．平行或相交　　　　　　　D．相交或垂直或平行

【答案】C

【分析】根据两条直线有一个交点的直线是相交线，没有交点的直线是平行线，可得答案．

【详解】在同一平面内，两条直线有一个交点，两条直线相交；在同一平面内，两条直线没有交点，两条直线平行．

故选：C

【点睛】本题主要考查了同一平面内，两条直线的位置关系，注意垂直是相交的一种特殊情况，不能单独作为一类．

【变式3-2】（2023上·七年级单元测试）在下列4个判断中：

①在同一平面内，不相交也不重合的两条线段一定平行；②在同一平面内，不相交也不重合的两条直线一定平行；③在同一平面内，不平行也不重合的两条线段一定相交；④在同一平面内，不平行也不重合的两条直线一定相交．正确判断的个数是（　）

A．4　　　　B．3　　　　C．2　　　　D．1

【答案】C

【分析】根据平面内两条直线的三种位置关系：平行或相交或重合进行判断．

【详解】解：在同一平面内，不相交也不重合的两条直线一定平行，故①错误，②正确；

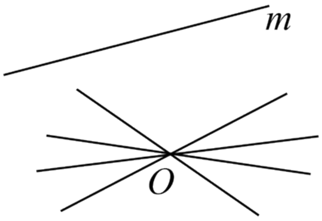
在同一平面内，不平行也不重合的两条直线一定相交，故③错误，④正确.

故正确判断的个数是 2.

故选：C.

【点睛】本题考查了平面内两条直线的三种位置关系，平行、相交或重合，熟练掌握这三种位置关系是解题的关键.

【变式 3-3】（2023 下·河北保定·七年级统考期末）如图，在同一平面内，经过直线 m 外一点 O 的四条直线中，与直线 m 相交的直线最少有（　）



A．1 条　　B．2 条　　C．3 条　　D．4 条

【答案】C

【分析】根据经过直线外一点有且只有一条直线和已知直线平行进行求解即可.

【详解】解：根据经过直线外一点有且只有一条直线和已知直线平行，得出过点O的4条直线中至多只有一条直线与直线m平行

即与直线m相交的直线至少有3条.

故选：C.

【点睛】本题考查了平行线的性质，熟练掌握经过直线外一点有且只有一条直线和已知直线平行性质是解题的关键.

【知识点 3　垂线】

①两条直线相交所成的四个角内有一个角是 90°称这两条直线 互相垂直.

②垂直是相交的一种特殊情形，两条直线互相垂直，其中的一条直线叫做另一条直线的 垂线.

③它们的交点叫做 垂足.

④垂线的性质：

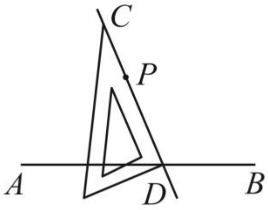
性质 1：在同一平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直.

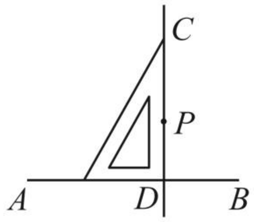
性质 2：直线外一点与直线上各点的连线中，垂线段最短.

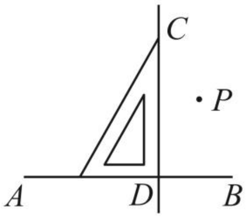
⑤点到直线的距离：直线外一点到这条直线的垂线段的长度，叫做点到直线的距离.

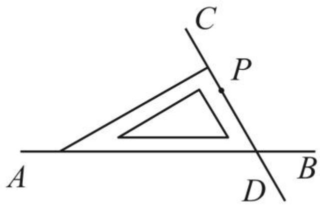
【题型 4　作垂线】

【例 4】（2023 下·北京密云·七年级统考期末）下列利用三角板过点 P 画直线AB的垂线CD，正确的是（　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】B

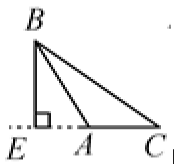
【分析】根据垂线的定义判断即可.

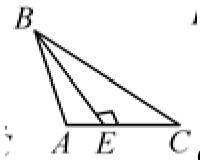
【详解】解：根据垂线的定义可知选项 B 中，直线CD经过点 P，$CD\perp AB$，符合题意.

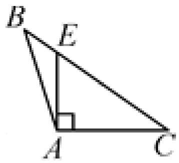
故选：B.

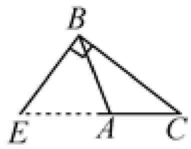
【点睛】本题考查作图-简单作图，垂线的定义等知识，解题的关键是理解，垂线的定义.

【变式 4-1】（2023 上·七年级课时练习）在数学课上，同学们在练习过点 B 作线段 AC 所在直线的垂线段时，有一部分同学画出下列四种图形，正确的是(　)

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】A

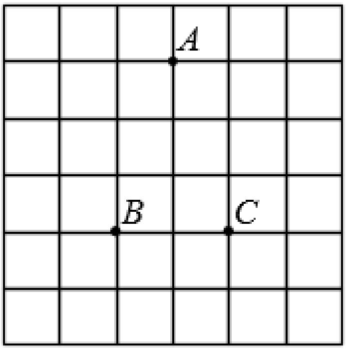
【分析】满足两个条件：①经过点 B．②垂直 AC；由此即可判断.

【详解】解：根据垂线段的定义可知，图①线段 BE，是点 B 作线段 AC 所在直线的垂线段，

故选 A.

【点睛】本题考查作图-复制作图，垂线的定义等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

【变式 4-2】（2022 上·福建泉州·七年级泉州七中校考期末）在如图所示的方格纸中，每个小正方形的边长为 1，每个小正方形的顶点都叫做格点，已知点 A、B、C 都在格点上，按下列要求画图：



（1）连结 AC，画射线 BC，则三角形 ABC 的面积是_

（2）过点 C 画直线 CD，使 $CD\parallel AB$；过点 C 画 AB 的垂线 CE，垂足为 F；

（3）线段_的长度是点 C 到 AB 的距离；

（4）直线 CD、CE 的位置关系为________

【答案】（1）作图见解析，3；（2）作图见解析；（3）CF；（4）垂直.

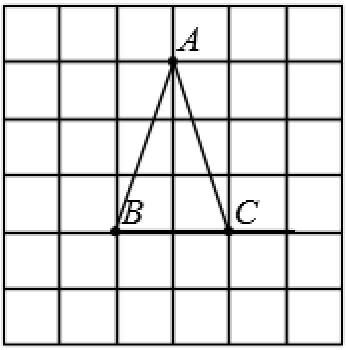
【分析】（1）按要求画图，求出三角形面积即可；

（2）直接利用网格作图即可；

（3）根据点到直线的距离的定义即可判断；

（4）直接利用网格得出直线 CD、CE 的位置关系.

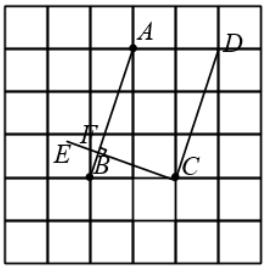
【详解】（1）如图：



三角形 ABC 的面积=$\frac{1}{2}\times 2\times 3=3$，

故答案为：3；

（2）如图：



（3）由（2）可知线段 CF 的长度是点 C 到 AB 的距离，

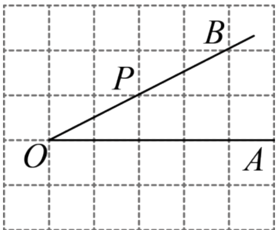
故答案为：CF；

（4）两直线 CD、CE 的位置关系为：垂直，

故答案为：垂直.

【点睛】本题考查复杂作图以及三角形的面积，正确借助网格作图是解题关键.

【变式 4-3】（2023 下·河南许昌·七年级校考期中）如图，网格线的交点叫格点，格点 P 是$\angle AOB$的边 OB 上的一点（请利用三角板和直尺借助网格的格点画图）.



(1)过点 P 画OB的垂线，交OA于点 E；过点 P 画OA的垂线，垂足为 F；

(2)线段PF的长度是点 P 到______的距离，线段______的长度是点 E 到直线 OB 的距离，所以线段 PE、PF、OE这三条线段大小关系是______（用“$<$”号连接），理由是______.

【答案】(1)图见解析

(2)OA，PE，$PF < PE < OE$，垂线段最短

【分析】（1）如图，找点C，连接PC，与OA交点即为E，过P点作竖直的线，与OA交点即为F；

（2）根据点到直线的距离的定义、垂线段最短即可求解.

【详解】（1）解：由题意作图如下，PE是OB的垂线，PF是OA的垂线.