

专题 02 二次根式的混合运算



【考点导航】

目录

【典型例题】	1
【考点一 二次根式的乘除运算】	1
【考点二 最简二次根式的判断】	2
【考点三 同类二次根式】	3
【考点四 已知同类二次根式求参数】	5
【考点五 二次根式混合运算】	5
【考点六 二次根式的分母有理化】	7
【考点七 已知字母的值，化简求值】	9
【考点八 比较二次根式的大小】	10
【过关检测】	11



【典型例题】

【考点一 二次根式的乘除运算】

例题：（2022 春·陕西西安·八年级统考期中）计算： $2\sqrt{18} \times \sqrt{\frac{1}{6}} \div \sqrt{2}$.

【答案】 $\sqrt{6}$

【分析】 根据二次根式的乘除运算法则求解.

【详解】 解： $2\sqrt{18} \times \sqrt{\frac{1}{6}} \div \sqrt{2} = 2\sqrt{18 \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{2}} = 2\sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{6}$.

【点睛】 本题考查了二次根式的乘除运算，掌握运算法则是解题的关键.

【变式训练】

1. （2022 春·广东佛山·八年级校考期中）（1）计算： $\frac{\sqrt{6} \times \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ ；

（2）计算： $\left(\sqrt{27} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right) \times \sqrt{3}$

【答案】（1）3；（2）8

【分析】（1）根据二次根式的乘除运算法则进行计算即可；

（2）根据乘法分配律结合二次根式的混合运算法则进行计算即可.

【详解】解：(1) 原式 $= \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3$ ；

(2) 原式 $= 3\sqrt{3} \times \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} \times \sqrt{3} = 9 - 1 = 8$

【点睛】本题考查了二次根式的混合运算，熟练掌握二次根式的混合运算是解本题的关键。

2. (2022 春·上海普陀·八年级校考期中) 计算： $2x\sqrt{\frac{1}{x}} \div 3\sqrt{4x^3} \cdot \frac{1}{6}\sqrt{9x^4}$

【答案】 $\frac{x}{6}$.

【分析】直接利用二次根式的乘除运算法则计算得出答案。

【详解】解： $2x\sqrt{\frac{1}{x}} \div 3\sqrt{4x^3} \cdot \frac{1}{6}\sqrt{9x^4}$
 $= \frac{2x}{3} \times \frac{1}{6} \sqrt{\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{4x^3} \cdot 9x^4}$
 $= \frac{x}{9} \times \frac{3}{2}$
 $= \frac{x}{6}$.

【点睛】此题主要考查了二次根式的乘除运算，正确化简二次根式是解题关键。

【考点二 最简二次根式的判断】

例题：(2022 春·福建泉州·九年级校考阶段练习) 下面是最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{12}$ B. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ D. $\sqrt{5}$

【答案】 D

【分析】根据最简二次根式的定义逐个判断即可。

【详解】解：A. $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ， $\sqrt{12}$ 的被开方数中含能开得尽方的因数，不是最简二次根式，故此选项不符合题意；

B. $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $\sqrt{\frac{1}{2}}$ 的被开方数含有分母，不是最简二次根式，故此选项不符合题意；

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 分母中含有二次根号，不是最简二次根式，故此选项不符合题意；

D. $\sqrt{5}$ 是最简二次根式，故此选项符合题意。

故选： D.

【点睛】本题考查最简二次根式的定义．理解和掌握最简二次根式的定义是解题的关键，注意：满足下列两个条件的二次根式，叫最简二次根式：①被开方数不能含有分母；②被开方数不含有能开得尽方的因数或因式．

【变式训练】

1. (2022 春·河北保定·八年级保定市第十七中学校考期末) 下列二次根式中，属于最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{0.5}$ B. $\sqrt{\frac{9}{11}}$ C. $\sqrt{121}$ D. $\sqrt{17}$

【答案】D

【分析】判定一个二次根式是不是最简二次根式的方法，就是逐个检查最简二次根式的两个条件：(1) 被开方数不含分母；(2) 被开方数中不含有能开得尽方的因数或因式．是否同时满足，同时满足的就是最简二次根式，否则就不是．

【详解】解：A、 $\sqrt{0.5} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，不属于最简二次根式，故本选项不符合题意；

B、 $\sqrt{\frac{9}{11}} = \frac{3\sqrt{11}}{11}$ ，不属于最简二次根式，故本选项不符合题意；

C、 $\sqrt{121} = 11$ ，不属于最简二次根式，故本选项不符合题意；

D、 $\sqrt{17}$ 属于最简二次根式，故本选项符合题意．

故选：D

【点睛】本题考查了最简二次根式，熟练掌握最简二次根式的概念是解答本题的关键．

2. (2022 春·黑龙江哈尔滨·八年级哈尔滨市虹桥初级中学校校考阶段练习) 在二次根式 $\sqrt{45}$ 、 $\sqrt{2x^3}$ 、 $\sqrt{11}$ 、 $\frac{\sqrt{5}}{2}$ 、 $\sqrt{\frac{x}{4}}$ 中，最简二次根式的个数是 () 个

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【答案】A

【分析】根据最简二次根式的概念：(1) 被开方数不含分母；(2) 被开方数中不含有能开得尽方的因数或因式，解答即可．

【详解】解：Q $\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ ， $\sqrt{2x^3} = x\sqrt{2x}$ ， $\sqrt{\frac{x}{4}} = \frac{\sqrt{x}}{2}$ ，

∴ 最简二次根式有： $\sqrt{11}$ 、 $\frac{\sqrt{5}}{2}$ 共两个．

故选：A．

【点睛】本题考查二次根，熟练掌握最简二次根的性质是解题关键．

【考点三 同类二次根式】

例题：(2022 春·湖南衡阳·九年级衡阳市实验中学学校考期中) 下列二次根式中与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式的是

().

A. $\sqrt{4}$

B. $\sqrt{5}$

C. $\sqrt{8}$

D. $\sqrt{10}$

【答案】C

【分析】先化简，再根据同类二次根式的定义解答。

【详解】解：A、 $\sqrt{4}=2$ ，与 $\sqrt{2}$ 不是同类二次根式，不符合题意；

B、 $\sqrt{5}$ 与 $\sqrt{2}$ 不是同类二次根式，不符合题意；

C、 $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式，符合题意；

D、 $\sqrt{10}$ 与 $\sqrt{2}$ 不是同类二次根式，不符合题意；

故选：C

【点睛】本题主要考查了同类二次根式的定义，即：化成最简二次根式后，被开方数相同，这样的二次根式叫做同类二次根式，解题的关键是掌握同类二次根式的定义。

【变式训练】

1. (2022 春·吉林长春·八年级校考期末) 下列二次根式中，能与 $\sqrt{3}$ 合并的是 ()

A. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ B. $\sqrt{\frac{1}{75}}$ C. $\sqrt{6}$ D. $\sqrt{18}$

【答案】B

【分析】先化简选项中各二次根式，然后找出被开方数为3的二次根式即可。

【详解】解：A、 $\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，故 $\sqrt{\frac{1}{2}}$ 与 $\sqrt{3}$ 不能合并，故A不符合题意；

B、 $\sqrt{\frac{1}{75}}=\frac{\sqrt{3}}{15}$ ，故 $\sqrt{\frac{1}{75}}$ 与 $\sqrt{3}$ 能合并，故B符合题意；

C、 $\sqrt{6}$ 与 $\sqrt{3}$ 不能合并，故C不符合题意；

D、 $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ ，故 $\sqrt{18}$ 与 $\sqrt{3}$ 不能合并，故D不符合题意。

故选：B。

【点睛】本题主要考查的是同类二次根式的定义和二次根式的性质，掌握同类二次根式的定义是解题的关键。

2. (2021 春·上海·八年级校考阶段练习) 下列各组的两个根式，是同类二次根式的是 ()

A. $\sqrt{\frac{1}{xy}}$ 和 $\sqrt{\frac{1}{2xy}}$ B. $\sqrt{8ab^3}$ 和 $2\sqrt{ab}$ C. $\sqrt{20}$ 和 $-\sqrt{0.2}$ D. $\sqrt{a}$ 和 $\sqrt{ab}$

【答案】C

【分析】根据同类二次根式的概念逐个判断即可。

【详解】A: $\sqrt{\frac{1}{xy}}=\frac{\sqrt{xy}}{xy}$ ， $\sqrt{\frac{1}{2xy}}=\frac{\sqrt{2xy}}{2xy}$ ，故 $\sqrt{\frac{1}{xy}}$ 和 $\sqrt{\frac{1}{2xy}}$ 不是同类二次根式，故A选项不符合题意；

B: $\sqrt{8ab^3}=2|b|\sqrt{2ab}$ ，故 $\sqrt{8ab^3}$ 和 $2\sqrt{ab}$ ，故B选项不符合题意；

C: $\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ ， $-\sqrt{0.2}=-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ，故 $\sqrt{20}$ 和 $-\sqrt{0.2}$ 是同类二次根式，故C选项符合题意；

D : $\sqrt{a}$ 和 $\sqrt{ab}$ 不是同类二次根式, 故 D 选项不符合题意;

故选: C .

【点睛】本题考查同类二次根式, 正确理解同类二次根式的概念是解题的关键.

【考点四 已知同类二次根式求参数】

例题: (2022 春·陕西西安·八年级统考期末) 最简二次根式 $\sqrt{m+1}$ 能与 $\sqrt{3}$ 进行合并, 则 $m =$ _____.

【答案】2

【分析】根据题意可判断最简二次根式 $\sqrt{m+1}$ 和 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式, 即得出 $m+1=3$, 解出 m 即可.

【详解】根据题意可知 $m+1=3$,

解得: $m=2$.

故答案为: 2.

【点睛】本题考查最简二次根式的定义, 同类二次根式的判断. 由题意判断出 $\sqrt{m+1}$ 和 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式是解题关键.

【变式训练】

1. (2021 秋·新疆乌鲁木齐·八年级校考期中) 若最简二次根式 $\sqrt{3a-1}$ 与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式, 则 a 的值为 _____.

【答案】1

【分析】根据最简二次根式和同类二次根式的定义可列出关于 a 的等式, 解出 a 即可.

【详解】由题意可知 $3a-1=2$,

解得: $a=1$.

故答案为: 1.

【点睛】本题考查最简二次根式和同类二次根式的定义. 掌握化成最简二次根式后, 如果被开方数相同, 这几个二次根式叫做同类二次根式是解题关键.

2. (2022 春·四川资阳·九年级统考期末) 若最简二次根式 $2\sqrt{4m-1}$ 与 $\sqrt{2+3m}$ 是同类二次根式, 则 $m =$ _____.

【答案】3

【分析】根据最简二次根式和同类二次根式的定义可得 $4m-1=2+3m$, 再解出 m 即可.

【详解】由题意得: $4m-1=2+3m$,

解得: $m=3$.

故答案为: 3.

【点睛】本题考查最简二次根式和同类二次根式的定义. 掌握几个最简二次根式的被开方数相同, 这几个最简二次根式就叫做同类二次根式是解题关键.

【考点五 二次根式混合运算】

例题：（2022 春·全国·八年级期末）计算：

$$(1) \sqrt{48} - \sqrt{27} + \sqrt{\frac{1}{3}}; \quad (2) \left(3\sqrt{12} - 2\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{48} \right) \div \sqrt{3}.$$

【答案】(1) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$;

(2) $\frac{28}{3}$.

【分析】(1) 先化简，再算二次根式的加减法即可；

(2) 先化简，再算括号里的加减法，最后算除法即可.

【详解】(1) 解：原式 $= 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$;

(2) 解：原式 $= \left(6\sqrt{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3} + 4\sqrt{3} \right) \div \sqrt{3} = \frac{28\sqrt{3}}{3} \div \sqrt{3} = \frac{28}{3}$.

【点睛】本题主要考查二次根式的混合运算，解答的关键是掌握二次根式的运算法则和性质.

【变式训练】

1. （2022·八年级单元测试）计算：

$$(1) 4\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{6} \times \sqrt{3} + \sqrt{12} \div \sqrt{3}; \quad (2) (\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1) - \sqrt{16} + (3\sqrt{2}-1)^2.$$

【答案】(1) $2 - \sqrt{2}$

(2) $17 - 6\sqrt{2}$

【分析】(1) 直接利用二次根式的性质及化简，二次根式的乘法及除法，最后算加减法；

(2) 利用平方差根式求解，平方根、完全平方公式求解，再算加减法.

【详解】(1) 解： $4\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{6} \times \sqrt{3} + \sqrt{12} \div \sqrt{3} = 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} \div \sqrt{3} = 2 - \sqrt{2}$

(2) 解： $(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1) - \sqrt{16} + (3\sqrt{2}-1)^2 = 3 - 1 - 4 + 18 - 6\sqrt{2} + 1 = 17 - 6\sqrt{2}$.

【点睛】本题考查二次根式的混合运算，解题的关键是二次根式的加减运算以及乘除运算法则，本题属于基础题型.

2. （2022 春·山东东营·八年级校考期中）(1) $\sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{48}$

(2) $3\sqrt{18} \times \frac{\sqrt{3}}{6} \div 2\sqrt{6}$

(3) $\sqrt{12} \times (\sqrt{75} + 3\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{48})$

(4) $\sqrt{27} \times \sqrt{\frac{1}{3}} - (\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})$

【答案】(1) $5\sqrt{3}$; (2) $\frac{3}{4}$; (3) 12; (4) 1.

【分析】(1) 根据二次根式的加减运算求解即可;

(2) 根据二次根式的乘除运算求解即可;

(3) 根据二次根式的混合运算, 求解即可;

(4) 根据二次根式的混合运算, 求解即可;

【详解】解 (1) $\sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{48} = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$;

(2) $3\sqrt{18} \times \frac{\sqrt{3}}{6} \div 2\sqrt{6} = 9\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{6} \times \frac{1}{2\sqrt{6}} = \frac{3}{4}$;

(3) $\sqrt{12} \times (\sqrt{75} + 3\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{48}) = 2\sqrt{3} \times (5\sqrt{3} + \sqrt{3} - 4\sqrt{3}) = 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 12$;

(4) $\sqrt{27} \times \sqrt{\frac{1}{3}} - (\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3}) = 3 - (5 - 3) = 3 - 2 = 1$.

【点睛】此题考查了二次根式的四则运算, 涉及了平方差公式, 解题的关键是掌握二次根式的四则运算法则.

【考点六 二次根式的分母有理化】

例题: (2022 春·山东枣庄·八年级滕州市西岗镇西岗中学校考期末) 下列是二次根式进行分母有理化的计算过程:

$$\frac{2}{\sqrt{3}+1} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2-1^2} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{2} = \sqrt{3}-1;$$

$$\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2} = \frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{2} = \sqrt{5}-\sqrt{3};$$

$$\frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} = \frac{2(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})} = \frac{2(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{5})^2} = \frac{2(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{2} = \sqrt{7}-\sqrt{5}.$$

(1) 请根据题目, 化简 $\frac{2}{\sqrt{11}+\sqrt{9}}$;

(2) 从计算结果中找出规律, 并利用这一规律计算: $\frac{2}{\sqrt{3}+1} + \frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} + \dots + \frac{2}{\sqrt{729}+\sqrt{731}}$.

【答案】(1) $\sqrt{11}-3$

(2) $\sqrt{731}-1$

【分析】(1) 直接分母有理化, 进而得出答案;

(2) 直接分母有理化, 进而合并得出答案.

【详解】(1) 解：原式 = $\frac{2(\sqrt{11}-\sqrt{9})}{(\sqrt{11}+\sqrt{9})(\sqrt{11}-\sqrt{9})}$

$$= \frac{2(\sqrt{11}-\sqrt{9})}{2}$$

$$= \sqrt{11}-\sqrt{9}$$

$$= \sqrt{11}-3;$$

(2) 解：原式 = $\sqrt{3}-1+\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{5}+\dots+\sqrt{731}-\sqrt{729}$

$$= \sqrt{731}-1.$$

【点睛】此题主要考查了二次根式的混合运算，正确化简二次根式是解题关键。

【变式训练】

1. (2022·全国·八年级专题练习) 计算： $\frac{1}{1+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2021}+\sqrt{2023}}.$

【答案】 $\frac{\sqrt{2023}-1}{2}$

【分析】首先把每个式子分母有理化，化成根式的和、差形式即可化简求解。

【详解】解： $\frac{1}{1+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2021}+\sqrt{2023}}$

$$= \frac{\sqrt{3}-1}{2} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2} + \dots + \frac{\sqrt{2023}-\sqrt{2021}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2} + \dots + \frac{\sqrt{2023}}{2} - \frac{\sqrt{2021}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{2023}}{2} - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{2023}-1}{2}.$$

【点睛】本题考查了二次根式的混合运算，正确对二次根式进行分母有理化是解题的关键。

2. (2021 春·陕西咸阳·八年级咸阳市实验学校考阶段练习) 【阅读材料】

把分母中的根号化去，使分母转化为有理数的过程，叫做分母有理化。通常把分子、分母乘以同一个不等于 0 的式子，以达到化去分母中根号的目的。

例如：化简 $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}.$

解： $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{1 \times (\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \sqrt{3}-\sqrt{2}.$

【理解应用】

(1)化简：

$$\textcircled{1} \frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}};$$

$$\textcircled{2} \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}.$$

$$(2) \text{计算: } \frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2020}+\sqrt{2019}} + \frac{1}{\sqrt{2021}+\sqrt{2020}}.$$

【答案】(1) $\textcircled{1} \sqrt{6}+\sqrt{5}$; $\textcircled{2} 4+\sqrt{15}$

$$(2) \sqrt{2021}-1$$

【分析】(1) $\textcircled{1}$ 根据题意分母有理化即可求解;

$\textcircled{2}$ 根据题意分母有理化即可求解;

(2) 根据题意, 将每一项都分母有理化, 然后根据二次根式的加减进行计算即可求解.

【详解】(1) 解: $\textcircled{1}$ 原式 $= \frac{1 \times (\sqrt{6}+\sqrt{5})}{(\sqrt{6}-\sqrt{5})(\sqrt{6}+\sqrt{5})} = \sqrt{6}+\sqrt{5}.$

$$\textcircled{2} \text{原式} = \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \frac{8+2\sqrt{15}}{2} = 4+\sqrt{15}.$$

$$(2) \text{解: 原式} = \sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{4}-\sqrt{3}+\sqrt{2} + \sqrt{2020}-\sqrt{2019}+\sqrt{2021}-\sqrt{2020} \\ = \sqrt{2021}-1.$$

【点睛】本题考查了分母有理化, 正确的计算是解题的关键.

【考点七 已知字母的值, 化简求值】

例题: (2022 春·山东菏泽·八年级统考期中) 已知 $a = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$; $b = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$, 求代数式 $\sqrt{a^2-3ab+b^2}$ 的值.

【答案】 $\sqrt{7}.$

【分析】根据 a 和 b 的值得到 $a+b$ 和 ab , 再将所求式子变形, 代入计算即可.

【详解】解: $a = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \sqrt{3}+\sqrt{2},$

$$b = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \sqrt{3}-\sqrt{2},$$

$$\therefore a+b = \sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{2} = 2\sqrt{3}, \quad ab = (\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2}) = 1,$$

$$\therefore \sqrt{a^2-3ab+b^2} = \sqrt{(a+b)^2-5ab} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2-5 \times 1} = \sqrt{7}.$$

【点睛】本题主要考查了分母有理化以及因式分解的应用, 代数式求值, 正确的对 a 、 b 分母有理化是解答本题的关键.

【变式训练】

1. (2022 秋·广西贺州·八年级统考期末) 已知 $x = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, 求 $-x^2 + 2xy - y^2$ 的值.

【答案】-8

【分析】先把所求代数式变形为 $-(x-y)^2$, 再代值计算即可.

【详解】解: $-x^2 + 2xy - y^2$
 $= -(x^2 - 2xy + y^2)$
 $= -(x-y)^2,$

当 $x = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ 时,

原式 $= -[(\sqrt{3} - \sqrt{2}) - (\sqrt{3} + \sqrt{2})]^2 = -(-2\sqrt{2})^2 = -8.$

【点睛】本题主要考查了二次根式的混合运算, 熟知相关计算法则是解题的关键.

2. (2022 春·四川资阳·九年级统考期末) 先化简, 再求值: $\frac{a+2}{a-1} \div \left(a+1 - \frac{3}{a-1}\right)$, 其中 $a = \sqrt{2} + 3$.

【答案】 $\frac{1}{a-2}$, $\sqrt{2}-1$

【分析】先进行化简得 $\frac{1}{a-2}$, 再将 $a = \sqrt{2} + 3$ 代入进行计算即可得.

【详解】解: 原式 $= \frac{a+2}{a-1} \div \left[\frac{a(a-1)}{a-1} + \frac{a-1}{a-1} - \frac{3}{a-1}\right]$
 $= \frac{a+2}{a-1} \div \frac{a^2-4}{a-1}$
 $= \frac{a+2}{a-1} \times \frac{a-1}{(a+2)(a-2)}$
 $= \frac{1}{a-2}$

当 $a = \sqrt{2} + 3$ 时, 原式 $= \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \sqrt{2}-1.$

【点睛】本题考查了分式化简求值, 解题的关键是掌握分式化简求值.

【考点八 比较二次根式的大小】

例题: (2021 春·上海·八年级校考阶段练习) 比较大小: $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ _____ $2 - \sqrt{3}$ (填上“>”或“<”)

【答案】>

【分析】利用它们的倒数来进行比较.

【详解】解: $\because \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} = \sqrt{3} - \sqrt{2}, \quad \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} = 2 - \sqrt{3}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/568127054064006127>