

内蒙古呼和浩特市北京四中呼和浩特分校 2024-2025 学年高

一下学期 3 月月考数学试卷

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 与 -457° 角终边相同的角的集合是 ()

A. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ + 457^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$

B. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ + 97^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$

C. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ + 263^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$

D. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ - 263^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$

2. 已知向量 $\vec{a} = (0, 1), \vec{b} = (2, x)$, 若 $\vec{b} \perp (\vec{b} - 4\vec{a})$, 则 $x =$ ()

A. -2

B. -1

C. 1

D. 2

3. 为了得到函数 $y = 2\sin\left(3x + \frac{\pi}{5}\right)$ 的图象, 只要把函数 $y = 2\sin 3x$ 图象上所有的点 ()

A. 向左平移 $\frac{\pi}{5}$ 个单位长度

B. 向右平移 $\frac{\pi}{5}$ 个单位长度

C. 向左平移 $\frac{\pi}{15}$ 个单位长度

D. 向右平移 $\frac{\pi}{15}$ 个单位长度

4. 计算 $\frac{\sqrt{1-2\sin 10^\circ \cos 10^\circ}}{\sin 10^\circ - \sqrt{1-\sin^2 10^\circ}}$ 的值为 ()

A. 1

B. -1

C. $\sin 10^\circ$

D. $\cos 10^\circ$

5. 函数 $f(x) = 2\sin^2 x + \cos x - 1$ 是 ()

A. 奇函数, 且最大值为 2

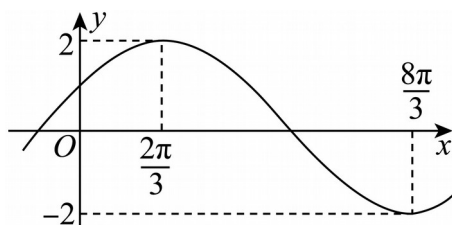
B. 偶函数, 且最大值为 2

C. 奇函数, 且最大值为 $\frac{9}{8}$

D. 偶函数, 且最大值为 $\frac{9}{8}$

6. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 则 $f\left(\frac{\pi}{3}\right) =$

()



- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

7. 已知 $a = \cos 1$, $b = \sin 2$, $c = \tan 3$, 则 ()

- A. $a < b < c$ B. $c < b < a$ C. $b < c < a$ D. $c < a < b$

8. 将函数 $f(x) = 2 \cos 2x$ 的图象向右平移个 $\frac{\pi}{6}$ 单位后得到函数 $g(x)$ 的图象, 若函数 $g(x)$ 在

区间 $[0, \frac{a}{3}]$ 和 $[2a, \frac{7\pi}{6}]$ 上均单调递增, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$ B. $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$ C. $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ D. $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{8}]$

二、多选题

9. 若 $\sin x \cos x > 0$, $\sin x + \cos x > 0$, 则 $\frac{x}{2}$ 可以是 ()

- A. 第一象限角 B. 第二象限角 C. 第三象限角 D. 第四象限角

10. 对于函数 $f(x) = \sin 2x$ 和 $g(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{4})$, 下列说法中正确的有 ()

- A. $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同的零点 B. $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同的最大值
- C. $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同的最小正周期 D. $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象有相同的对称轴

11. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=3$, $AC=1$, $\angle BAC=\frac{\pi}{3}$, 点 D , M 分别满足 $\overline{AB}=3\overline{AD}$,

$\overline{BC}=2\overline{MC}$, AM 与 CD 相交于点 F , 则 ()

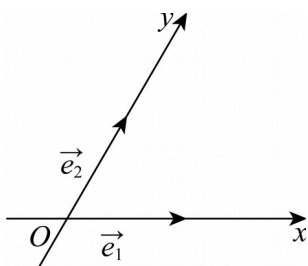
- A. $\overline{CD}=\frac{1}{3}\overline{AB}-\frac{2}{3}\overline{AC}$ B. $\overline{AF}=\frac{1}{2}\overline{AM}$
- C. $|\overline{AM}|=\frac{\sqrt{13}}{2}$ D. $\cos\angle DFM=\frac{\sqrt{13}}{13}$

三、填空题

12. 已知扇形的弧所对的圆心角为 $\frac{\pi}{3}$, 且半径为 10cm, 则该扇形的面积为_____.

13. 笛卡尔坐标系是直角坐标系与斜角坐标系的统称.如图, 在平面斜角坐标系 xOy 中, 两坐标轴的正半轴的夹角为 60° , \vec{e}_1 , \vec{e}_2 分别是与 x 轴, y 轴正方向同向的单位向量.若向量 $\vec{a}=x\vec{e}_1+y\vec{e}_2$, 则称有序实数对 (x,y) 为 \vec{a} 在该斜角坐标系下的坐标.若向量 \vec{m} , \vec{n} 在该斜角

坐标系下的坐标分别为 $(3,2)$, $(2,k)$, 且 $\vec{m}\cdot\vec{n}=12$, 则实数 k 的值为_____.



14. 关于函数 $f(x) = \sin x + \frac{1}{\sin x}$ 有如下四个命题:

① $f(x)$ 的图象关于 y 轴对称.

② $f(x)$ 的图象关于原点对称.

③ $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称.

④ $f(x)$ 的最小值为 2.

其中所有真命题的序号是_____.

四、解答题

15. 已知角 α 的顶点在坐标原点, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边经过点 $A(-4, -3)$.

(1) 求 $\sin \alpha$, $\tan \alpha$ 的值;

(2) 求 $\frac{\sin(\cos 2) + (-\alpha)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \tan(\alpha)}$ 的值.

16. 已知向量 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 30° , $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 2$.

(1) 求 $|\vec{a} + \vec{b}|$ 的值;

(2) 若 $\vec{b} = (\sqrt{2}, \sqrt{2})$, 求 \vec{a} 在 \vec{b} 上的投影向量 \vec{c} 的坐标.

17. 某同学用“五点法”画函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ 在某一周期内的图象时, 列表并填入
了部分数据, 如下表.

$\omega x + \varphi$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
x	$-\frac{\pi}{3}$		$\frac{2\pi}{3}$		

$A\sin(\omega)$	0	2	0		0
-----------------	---	---	---	--	---

(1)将表中数据补充完整，并直接写出 $f(x)$ 的解析式；

(2)若 $f(\alpha) = \frac{1}{3}, f(\beta) = \frac{2}{5}$ ，求 $\sin\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\beta + \frac{\pi}{6}\right)$ 的值.

18. 已知 $f(x) = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + a + 1$.

(1) 求 $f(x)$ 的单调递增区间；

(2) 当 $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 时， $f(x)$ 的最大值为 4，求 a 的值；

(3) 在 (2) 的条件下，求满足 $f(x) = 1$ 且 $x \in [-\pi, \pi]$ 的 x 的取值集合.

19. 已知函数 $f(x) = x^2 - mx + 1$ ， $g(x) = 2\sin\left(\omega x - \frac{\pi}{6}\right)$ ($\omega > 0$)，且 $g(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3}\right]$ 上单调递增

(1) 若 $g(x) \leq g\left(\frac{\pi}{3}\right)$ 恒成立，求 ω 的值；

(2) 在 (1) 的条件下，若当 $x_1 \in [0, 1]$ 时，总有 $x_2 \in \left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$ 使得 $f(x_1) = g(x_2)$ ，求实数 m 的

取值范围

《内蒙古呼和浩特市北京四中呼和浩特分校 2024-2025 学年高一下学期 3 月月考数学试卷》参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	D	C	B	D	D	D	A	AC	BC
题号	11									
答案	BCD									

1. C

【分析】在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 找到与 -457° 的角终边相同的角 263° ，然后写出与 263° 终边相同的角的集合即可.

【详解】 $263^\circ = -457^\circ + 360^\circ \times 2$ ，所以 263° 角与 -457° 角的终边相同，

所以与 -457° 角终边相同的角的集合是 $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ + 263^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

故选：C

2. D

【分析】根据向量垂直的坐标运算可求 x 的值.

【详解】因为 $\vec{b} \perp (\vec{b} - 4\vec{a})$ ，所以 $\vec{b} \cdot (\vec{b} - 4\vec{a}) = 0$ ，

所以 $\vec{b}^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ 即 $4 + x^2 - 4x = 0$ ，故 $x = 2$ ，

故选：D.

3. C

【分析】根据三角函数图象的变换法则即可求出.

【详解】因为 $y = 2 \sin\left(3x + \frac{\pi\pi}{5}\right) = 2 \sin\left[3\left(x + \frac{\pi\pi}{15}\right)\right]$ ，

所以把函数 $y = 2 \sin 3x$ 图象上的所有点向左平移 $\frac{\pi}{15}$ 个单位长度即可得到函数

$y = 2 \sin\left[3\left(x + \frac{\pi\pi}{15}\right)\right] = 2 \sin\left(3x + \frac{\pi\pi}{5}\right)$ 的图象.

故选：C.

4. B

【解析】由同角三角函数的基本关系式变形，开方后化简求值即可.

$$\text{【详解】 } \frac{\sqrt{1-2\sin 10^\circ \cos 10^\circ}}{\sin 10^\circ - \sqrt{1-\sin^2 10^\circ}} = \frac{\sqrt{(\cos 10^\circ - \sin 10^\circ)^2}}{\sin 10^\circ - \sqrt{\cos^2 10^\circ}}$$

$$= \frac{|\cos 10^\circ - \sin 10^\circ|}{\sin 10^\circ - \cos 10^\circ} = \frac{\cos 10^\circ - \sin 10^\circ}{\sin 10^\circ - \cos 10^\circ} = -1.$$

故选：B.

5. D

【分析】由函数奇偶性的定义结合三角函数的性质可判断奇偶性；利用二倍角公式结合二次函数的性质可判断最大值.

【详解】因为 $f(x) = 2\sin^2 x + \cos x - 1 = -\cos 2x + \cos x$.

所以 $f(-x) = -\cos(-2x) + \cos(-x) = -\cos 2x + \cos x = f(x)$ ，所以函数 $f(x)$ 为偶函数；

$$\text{又因为 } f(x) = -\cos 2x + \cos x = -2\cos^2 x + \cos x + 1 = -2\left(\cos x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{9}{8}.$$

所以函数 $f(x)$ 的最大值为 $\frac{9}{8}$ ，当 $\cos x = \frac{1}{4}$ 时取“=”.

故选：D

6. D

【分析】由函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的部分图象知， $A=2$ ， $\frac{1}{2}T = \frac{8\pi}{3} - \frac{2\pi}{3}$ ，解得

$$T = 4\pi = \frac{2\pi}{\omega},$$

从而求出 $\omega = \frac{1}{2}$ ，又根据 $f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 2\sin\left(\frac{1}{2} \times \frac{2\pi}{3} + \varphi\right) = 2$ ，求得 $\varphi = \frac{\pi}{6}$ ，即可求得

$f(x) = 2\sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6}\right)$, 代入即可得解.

【详解】由函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的部分图象知,

$$A = 2, \quad \frac{1}{2}T = \frac{8\pi}{3} - \frac{2\pi}{3}, \quad \text{解得 } T = 4\pi = \frac{2\pi}{\omega},$$

$$\therefore \omega = \frac{1}{2};$$

$$\text{又 } f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 2\sin\left(\frac{1}{2} \times \frac{2\pi}{3} + \varphi\right) = 2,$$

$$\text{可得 } \frac{1}{2} \times \frac{2\pi}{3} + \varphi = 2k\pi + \frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z},$$

$$\text{解得 } \varphi = 2k\pi + \frac{\pi}{6}, \quad k \in \mathbb{Z},$$

$$\because |\varphi| < \frac{\pi}{2}, \quad \therefore \text{可得 } \varphi = \frac{\pi}{6},$$

$$\therefore f(x) = 2\sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{6}\right),$$

$$\therefore f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2\sin\left(\frac{1}{2} \times \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = 2\sin\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}.$$

故选: D.

【点睛】本题考查了利用三角函数的图像求三角函数的解析式, 考查了振幅、周期等基本量所对应的图像中元素, 考查了数形结合, 计算量不大, 属于基础题.

7. D

【分析】依次判断出 a, b, c 的范围, 再比较大小即可.

【详解】由题意知， $c = \tan 3 < 0$ ， $0 < a = \cos 1 < \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $b = \sin 2 > \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，故

$$c < a < b.$$

故选：D.

8. A

【分析】根据函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图像变换规律推得 $g(x)$ 的解析式，再根据三角函数

的性质求出函数的单调增区间，再结合函数 $g(x)$ 在区间 $[0, \frac{a}{3}]$ 和 $[2a, \frac{7\pi}{6}]$ 上均单调递增，列

出关于 a 的不等式组进行求解即可.

【详解】根据题意，将函数 $f(x) = 2\cos 2x$ 的图象向右平移个 $\frac{\pi}{6}$ 单位后得到函数 $g(x)$ 的图象，

则

$$g(x) = 2\cos 2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 2\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right).$$

根据函数 $g(x)$ 的单调增区间满足 $-\pi + 2k\pi \leq 2x - \frac{\pi}{3} \leq 2k\pi, (k \in Z)$ ，解得

$$-\frac{\pi}{3} + k\pi \leq x \leq \frac{\pi}{6} + k\pi, (k \in Z).$$

当 $k=0$ 时，函数的增区间为 $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6}\right]$ ，当 $k=1$ 时，函数的增区间为 $\left[\frac{2\pi}{3}, \frac{7\pi}{6}\right]$.

若满足函数 $g(x)$ 在区间 $[0, \frac{a}{3}]$ 和 $\left[2a, \frac{7\pi}{6}\right]$ 上均单调递增，则

$$\begin{cases} 0 < \frac{a}{3} \leq \frac{\pi}{6} \\ \frac{2\pi}{3} \leq 2a < \frac{7\pi}{6} \end{cases}, \text{解得 } a \in \left[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2} \right].$$

故选：A.

【点睛】本题主要考查函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图像变换规律以及根据三角函数的单调性求参数范围.

9. AC

【分析】由条件，可知 x 是第一象限角，据此得到 $\frac{x}{2}$ 范围，即可确定 $\frac{x}{2}$ 所在的象限.

【详解】因为 $\sin x \cos x > 0$ ， $\sin x + \cos x > 0$ ，

所以 $\sin x > 0, \cos x > 0$ ，故 x 是第一象限角，

$$\text{由 } 2k\pi < x < 2k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z},$$

$$\text{得 } k\pi < \frac{x}{2} < k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z},$$

当 k 为偶数时， $\frac{x}{2}$ 是第一象限角，

当 k 为奇数时， $\frac{x}{2}$ 是第三象限角.

故选：AC.

10. BC

【分析】根据正弦函数的零点，最值，周期公式，对称轴方程逐一分析每个选项即可.

【详解】A选项，令 $f(x) = \sin 2x = 0$ ，解得 $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ ，即为 $f(x)$ 零点，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/568133066022007051>