

## 专题 06 方程（组）及不等式的应用

### （一次方程、分式方程、不等式方程、二次方程应用）

#### 类型一 一次方程应用

1. (2022·湖南常德) 小强的爸爸平常开车从家中到小强奶奶家, 匀速行驶需要 4 小时, 某天, 他们以平常的速度行驶了  $\frac{1}{2}$  的路程时遇到了暴雨, 立即将车速减少了 20 千米/小时, 到达奶奶家时共用了 5 小时, 问小强家到他奶奶家的距离是多少千米?

**【答案】** 240 千米

**【分析】** 平常速度行驶了  $\frac{1}{2}$  的路程用时为 2 小时, 后续减速后用了 3 小时, 用遇到暴雨前行驶路程加上遇到暴雨后行驶路程等于总路程这个等量关系列出方程求解即可.

**【详解】** 解: 设小强家到他奶奶家的距离是  $x$  千米, 则平时每小时行驶  $\frac{x}{4}$  千米, 减速后每小时行驶  $\left(\frac{x}{4}-20\right)$  千米, 由题可知: 遇到暴雨前用时 2 小时, 遇到暴雨后用时  $5-2=3$  小时, 则可得:  $2 \times \frac{x}{4} + 3 \left(\frac{x}{4} - 20\right) = x$ , 解得:  $x = 240$ ,

答: 小强家到他奶奶家的距离是 240 千米.

**【点睛】** 本题考查了一元一次方程应用中的行程问题, 直接设未知数法, 找到准确的等量关系, 列出方程正确求解是解题的关键.

2. (2022·江苏连云港) 我国古代数学名著《九章算术》中有这样一个问题: “今有共买物, 人出八, 盈三; 人出七, 不足四. 问人数、物价各几何?” 其大意是: 今有几个人共同出钱购买一件物品. 每人出 8 钱, 剩余 3 钱; 每人出 7 钱, 还缺 4 钱. 问人数、物品价格各是多少? 请你求出以上问题中的人数和物品价格.

**【答案】** 有 7 人, 物品价格是 53 钱

**【分析】** 设人数为  $x$  人, 根据“物品价格 =  $8 \times$  人数 - 多余钱数 =  $7 \times$  人数 + 缺少的钱数”可得方程, 求解方程即可.

**【详解】** 解: 设人数为  $x$  人, 由题意得

$$8x - 3 = 7x + 4, \text{ 解得 } x = 7.$$

所以物品价格是  $8 \times 7 - 3 = 53$ .

答: 有 7 人, 物品价格是 53 钱.

**【点睛】** 本题主要考查由实际问题抽象出一元一次方程, 由实际问题列方程组是把“未知”

转化为“已知”的重要方法，它的关键是把已知量和未知量联系起来，找出题目中的相等关系。

3. (2021·陕西中考真题) 一家商店在销售某种服装(每件的标价相同)时,按这种服装每件标价的8折销售10件的销售额,与按这种服装每件的标价降低30元销售11件的销售额相等.求这种服装每件的标价.

**【答案】**这种服装每件的标价是110元

**【分析】**

设这种服装每件的标价是 $x$ 元,根据题意列出方程进行求解即可.

**【详解】**

解:设这种服装每件的标价是 $x$ 元,根据题意,得

$$10 \times 0.8x = 11(x - 30),$$

解得  $x = 110$ ;

答:这种服装每件的标价是110元.

**【点睛】**

本题主要考查一元一次方程的应用,熟练掌握一元一次方程的应用是解题的关键.

4. (2020·攀枝花) 课外活动中一些学生分组参加活动,原来每组6人,后来重新编组,每组8人,这样就比原来减少2组,问这些学生共有多少人?

**【分析】**设这些学生共有 $x$ 人,先表示出原来和后来各多少组,其等量关系为后来的比原来的少2组,根据此列方程求解.

**【解析】**设这些学生共有 $x$ 人,

根据题意得  $\frac{x}{6} - \frac{x}{8} = 2$ ,

解得  $x = 48$ .

答:这些学生共有48人.

5. (2022·湖南娄底)“绿水青山就是金山银山”.科学研究表明:树叶在光合作用后产生的分泌物能够吸附空气中的悬浮颗粒物,具有滞尘净化空气的作用.已知一片银杏树叶一年的平均滞尘量比一片国槐树叶一年的平均滞尘量的2倍少4mg,若一片国槐树叶与一片银杏树叶一年的平均滞尘总量为62mg.

(1)请分别求出一片国槐树叶和一片银杏树叶一年的平均滞尘量;

(2)娄底市双峰县九峰山森林公园某处有始于唐代的三棵银杏树,据估计三棵银杏树共有约

50000 片树叶. 问这三棵银杏树一年的平均滞尘总量约多少千克?

**【答案】** (1) 一片国槐树叶和一片银杏树叶一年的平均滞尘量分别为 22mg, 40mg.

(2) 这三棵银杏树一年的平均滞尘总量约 2 千克.

**【分析】** (1) 设一片国槐树叶一年的平均滞尘量为  $x$  mg, 则一片银杏树叶一年的平均滞尘量为  $(2x - 4)$  mg, 由一片国槐树叶与一片银杏树叶一年的平均滞尘总量为 62mg 列方程, 再解方程即可;

(2) 列式  $5000 \times 40$  进行计算, 再把单位化为 kg 即可.

**【解析】** (1) 解: 设一片国槐树叶一年的平均滞尘量为  $x$  mg, 则一片银杏树叶一年的平均滞尘量为  $(2x - 4)$  mg, 则  $x + 2x - 4 = 62$ , 解得:  $x = 22$ ,  $2x - 4 = 40$ ,

答: 一片国槐树叶和一片银杏树叶一年的平均滞尘量分别为 22mg, 40mg.

(2)  $50000 \times 40 = 2000000$  (mg), 而  $2000000\text{mg} = 2000\text{g} = 2\text{kg}$ ,

答: 这三棵银杏树一年的平均滞尘总量约 2 千克.

**【点睛】** 本题考查的是一元一次方程的应用, 有理数的乘法运算, 设出合适的未知数, 确定相等关系是解本题的关键.

6. (2020·淮安) 某停车场的收费标准如下: 中型汽车的停车费为 15 元/辆, 小型汽车的停车费为 8 元/辆. 现在停车场内停有 30 辆中、小型汽车, 这些车共缴纳停车费 324 元, 求中、小型汽车各有多少辆?

**【分析】** 设中型汽车有  $x$  辆, 小型汽车有  $y$  辆, 根据“停车场内停有 30 辆中、小型汽车, 这些车共缴纳停车费 324 元”, 即可得出关于  $x$ ,  $y$  的二元一次方程组, 解之即可得出结论.

**【解析】** 设中型汽车有  $x$  辆, 小型汽车有  $y$  辆,

依题意, 得: 
$$\begin{cases} x + y = 30 \\ 15x + 8y = 324 \end{cases}$$

解得: 
$$\begin{cases} x = 12 \\ y = 18 \end{cases}$$

答: 中型汽车有 12 辆, 小型汽车有 18 辆.

7. (2022·湖南衡阳) 冰墩墩 (Bing Dwen Dwen)、雪容融 (Shuey Rhon Rhon) 分别是 2022 年北京冬奥会、冬残奥会的吉祥物. 冬奥会来临之际, 冰墩墩、雪容融玩偶畅销全国. 小雅在某网店选中两种玩偶, 决定从该网店进货并销售, 第一次小雅用 1400 元购进了冰墩墩玩偶 15 个和雪容融玩偶 5 个, 已知购进 1 个冰墩墩玩偶和 1 个雪容融玩偶共需 136 元, 销售

时每个冰墩墩玩偶可获利 28 元，每个雪容融玩偶可获利 20 元。



(1) 求两种玩偶的进货价分别是多少？(2) 第二次小雅进货时，网店规定冰墩墩玩偶进货数量不得超过雪容融玩偶进货数量的 1.5 倍。小雅计划购进两种玩偶共 40 个，应如何设计进货方案才能获得最大利润，最大利润是多少元？

**【答案】** (1) 冰墩墩进价为 72 元/个，雪容融进价为 64 元/个

(2) 冰墩墩进货 24 个，雪容融进货 16 个时，利润取得最大值为 992 元

**【分析】** (1) 设冰墩墩进价为  $x$  元，雪容融进价为  $y$  元，列二元一次方程组求解；

(2) 设冰墩墩进货  $a$  个，雪容融进货  $(40-a)$  个，利润为  $w$  元，列出  $w$  与  $a$  的函数关系式，并分析  $a$  的取值范围，从而求出  $w$  的最大值。

**【解析】** (1) 解：设冰墩墩进价为  $x$  元/个，雪容融进价为  $y$  元/个。

$$\text{得} \begin{cases} x+y=136 \\ 15x+5y=1400 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x=72 \\ y=64 \end{cases}.$$

$\therefore$  冰墩墩进价为 72 元/个，雪容融进价为 64 元/个。

(2) 设冰墩墩进货  $a$  个，雪容融进货  $(40-a)$  个，利润为  $w$  元，则  $w=28a+20(40-a)=8a+800$ ，

$\therefore a > 0$ ，所以  $w$  随  $a$  增大而增大，

又因为冰墩墩进货量不能超过雪容融进货量的 1.5 倍，

得  $a \leq 1.5(40-a)$ ，解得  $a \leq 24$ 。

$\therefore$  当  $a=24$  时， $w$  最大，此时  $40-a=16$ ， $w=8 \times 24+800=992$ 。

答：冰墩墩进货 24 个，雪容融进货 16 个时，获得最大利润，最大利润为 992 元。

**【点睛】** 本题考查二元一次方程组的应用，一次函数的应用，一元一次不等式的应用，熟练掌握相关知识是解题的关键。

8. (2020·江西) 放学后，小贤和小艺来到学校附近的地摊上购买一种特殊型号的笔芯和卡通笔记本，这种笔芯每盒 10 支，如果整盒买比单支买每支可优惠 0.5 元。小贤要买 3 支笔芯，2 本笔记本需花费 19 元；小艺要买 7 支笔芯，1 本笔记本需花费 26 元。

(1) 求笔记本的单价和单独购买一支笔芯的价格；

(2) 小贤和小艺都还想再买一件单价为 3 元的小工艺品，但如果他们各自为要买的文具付款后，只有小贤还剩 2 元钱。他们要怎样做才能既买到各自的文具，又都买到小工艺品，请通过运算说明。

**【分析】**(1) 设笔记本的单价为  $x$  元，单独购买一支笔芯的价格为  $y$  元，根据“小贤要买 3 支笔芯，2 本笔记本需花费 19 元；小艺要买 7 支笔芯，1 本笔记本需花费 26 元”，即可得出关于  $x, y$  的二元一次方程组，解之即可得出结论；

(2) 先求两人带的总钱数，再求出两人合在一起买文具所需费用，由二者的差大于 2 个小工艺品所需钱数，可找出：他们合在一起购买，才能既买到各自的文具，又都买到小工艺品。

**【解析】**(1) 设笔记本的单价为  $x$  元，单独购买一支笔芯的价格为  $y$  元，

依题意，得：
$$\begin{cases} 2x + 3y = 19 \\ x + 7y = 26 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}$$

答：笔记本的单价为 5 元，单独购买一支笔芯的价格为 3 元。

(2) 小贤和小艺带的总钱数为  $19+2+26=47$  (元)。

两人合在一起购买所需费用为  $5 \times (2+1) + (3 - 0.5) \times 10 = 40$  (元)。

$\because 47 - 40 = 7$  (元)， $3 \times 2 = 6$  (元)， $7 > 6$ ，

$\therefore$  他们合在一起购买，才能既买到各自的文具，又都买到小工艺品。

9. (2020·重庆)“中国人的饭碗必须牢牢掌握在咱们自己手中”。为优选品种，提高产量，某农业科技小组对 A, B 两个小麦品种进行种植对比实验研究。去年 A, B 两个品种各种植了 10 亩。收获后 A, B 两个品种的售价均为 2.4 元/kg，且 B 的平均亩产量比 A 的平均亩产量高 100kg，A, B 两个品种全部售出后总收入为 21600 元。

(1) 请求出 A, B 两个品种去年平均亩产量分别是多少？

(2) 今年，科技小组加大了小麦种植的科研力度，在 A, B 种植亩数不变的情况下，预计 A, B 两个品种平均亩产量将在去年的基础上分别增加  $a\%$  和  $2a\%$ 。由于 B 品种深受市场的欢迎，预计每千克价格将在去年的基础上上涨  $a\%$ ，而 A 品种的售价不变。A, B 两个品种全部售出后总收入将在去年的基础上增加  $\frac{20}{9}a\%$ 。求  $a$  的值。

**【分析】**

(1) 设 A, B 两个品种去年平均亩产量分别是  $x$  千克和  $y$  千克，根据题意列方程组即可得出结论；

(2) 根据题意列方程即可得到结论.

**【解析】**(1) 设 A、B 两个品种去年平均亩产量分别是  $x$  千克和  $y$  千克;

根据题意得, 
$$\begin{cases} y-x=100 \\ 10 \times 2.4(x+y)=21600 \end{cases}$$

解得: 
$$\begin{cases} x=400 \\ y=500 \end{cases}$$

答: A、B 两个品种去年平均亩产量分别是 400 千克和 500 千克;

(2)  $2.4 \times 400 \times 10(1+a\%) + 2.4(1+a\%) \times 500 \times 10(1+2a\%) = 21600(1 + \frac{20}{9}a\%)$ ,

解得:  $a=10$ ,

答:  $a$  的值为 10.

10. (2022·山东泰安) 泰安某茶叶店经销泰山女儿茶, 第一次购进了 A 种茶 30 盒, B 种茶 20 盒, 共花费 6000 元; 第二次购进时, 两种茶每盒的价格都提高了 20%, 该店又购进了 A 种茶 20 盒, B 种茶 15 盒, 共花费 5100 元. 求第一次购进的 A、B 两种茶每盒的价格.

**【答案】**A 种茶每盒 100 元, B 种茶每盒 150 元

**【分析】**设第一次购进 A 种茶每盒  $x$  元, B 种茶每盒  $y$  元, 根据第一次购进了 A 种茶 30 盒, B 种茶 20 盒, 共花费 6000 元; 第二次购进时, 两种茶每盒的价格都提高了 20%, 该店又购进了 A 种茶 20 盒, B 种茶 15 盒, 共花费 5100 元列出方程组求解即可.

**【详解】**解: 设第一次购进 A 种茶每盒  $x$  元, B 种茶每盒  $y$  元,

根据题意, 得 
$$\begin{cases} 30x+20y=6000, \\ 1.2x \times 20+1.2y \times 15=5100. \end{cases}$$
 解, 得 
$$\begin{cases} x=100, \\ y=150. \end{cases}$$

$\therefore$  A 种茶每盒 100 元, B 种茶每盒 150 元.

**【点睛】**本题主要考查了二元一次方程组的实际应用, 正确设出未知数列出方程组求解是解题的关键.

11. (2021·江苏连云港市·中考真题) 为了做好防疫工作, 学校准备购进一批消毒液. 已知 2 瓶 A 型消毒液和 3 瓶 B 型消毒液共需 41 元, 5 瓶 A 型消毒液和 2 瓶 B 型消毒液共需 53 元.

(1) 这两种消毒液的单价各是多少元?

(2) 学校准备购进这两种消毒液共 90 瓶, 且 B 型消毒液的数量不少于 A 型消毒液数量的  $\frac{1}{3}$ , 请设计出最省钱的购买方案, 并求出最少费用.

**【答案】**(1) A 种消毒液的单价是 7 元, B 型消毒液的单价是 9 元; (2) 购进 A 种消毒

液 67 瓶，购进 B 种 23 瓶，最少费用为 676 元

**【分析】**

(1) 根据题中条件列出二元一次方程组，求解即可；

(2) 利用由 (1) 求出的两种消毒液的单价，表示出购买的费用表达式，根据购买两种消毒液瓶数之间的关系，求出引进表示瓶数的未知量的范围，即可确定方案.

**【详解】**

解：(1) 设 A 种消毒液的单价是  $x$  元，B 型消毒液的单价是  $y$  元.

由题意得： 
$$\begin{cases} 2x+3y=41 \\ 5x+2y=53 \end{cases}, \text{解之得, } \begin{cases} x=7 \\ y=9 \end{cases},$$

答：A 种消毒液的单价是 7 元，B 型消毒液的单价是 9 元.

(2) 设购进 A 种消毒液  $a$  瓶，则购进 B 种  $(90-a)$  瓶，购买费用为  $W$  元.

则  $W = 7a + 9(90 - a) = -2a + 810$ ,

$\therefore W$  随着  $a$  的增大而减小， $a$  最大时， $W$  有最小值.

又  $90 - a \geq \frac{1}{3}a$ ， $\therefore a \leq 67.5$ .

由于  $a$  是整数， $a$  最大值为 67，

即当  $a = 67$  时，最省钱，最少费用为  $810 - 2 \times 67 = 676$  元.

此时， $90 - 67 = 23$ .

最省钱的购买方案是购进 A 种消毒液 67 瓶，购进 B 种 23 瓶.

**【点睛】**

本题考查了二元一次不等式组的求解及利用一次函数的增减性来解决生活中的优化决策问题，解题的关键是：仔细审题，找到题中的等量关系，建立等式进行求解.

### 类型二分式方程应用

12. (2022 · 四川自贡) 学校师生去距学校 45 千米的吴玉章故居开展研学活动，骑行爱好者张老师骑自行车先行 2 小时后，其余师生乘汽车出发，结果同时到达. 已知汽车速度是自行车速度的 3 倍，求张老师骑车的速度.

**【答案】** 张老师骑车的速度为 15 千米/小时

**【分析】** 实际应用题的解题步骤“设、列、解、答”，根据问题设未知数，找到题中等量关系张老师先走 2 小时，结果同时达到列分式方程，求解即可.

**【详解】**解：设张老师骑车的速度为  $x$  千米/小时，则汽车速度是  $3x$  千米/小时，

根据题意得： $\frac{45}{x} = \frac{45}{3x} + 2$ ，解之得  $x = 15$ ，

经检验  $x = 15$  是分式方程的解，

答：张老师骑车的速度为 15 千米/小时。

**【点睛】**本题考查分式方程解实际应用题，根据问题设未知数，读懂题意，找到等量关系列出分式方程是解决问题的关键。

13. (2022·江苏扬州) 某中学为准备十四岁青春仪式，原计划由八年级(1)班的 4 个小组制作 360 面彩旗，后因 1 个小组另有任务，其余 3 个小组的每名学生要比原计划多做 3 面彩旗才能完成任务。如果这 4 个小组的人数相等，那么每个小组有学生多少名？

**【答案】**每个小组有学生 10 名。

**【分析】**设每个小组有学生  $x$  名，根据题意列出方程，求出方程的解即可得到结果。

**【详解】**解：设每个小组有学生  $x$  名，

根据题意，得  $\frac{360}{3x} - \frac{360}{4x} = 3$ ，

解这个方程，得  $x = 10$ ，

经检验， $x = 10$  是原方程的根，

$\therefore$  每个小组有学生 10 名。

**【点睛】**此题考查了分式方程的应用，弄清题意是解本题的关键。

14. (2021·湖南岳阳市·中考真题) 星期天，小明与妈妈到离家 16km 的洞庭湖博物馆参观。小明从家骑自行车先走，1h 后妈妈开车从家出发，沿相同路线前往博物馆，结果他们同时到达。已知妈妈开车的平均速度是小明骑自行车平均速度的 4 倍，求妈妈开车的平均速度。



**【答案】**妈妈开车的平均速度是 48km/h。

**【分析】**

设妈妈开车的平均速度为  $x$  km/h，根据小明行驶的时间比妈妈多用 1 小时列出方程，求解并

检验可得结论.

**【详解】**

解：设妈妈开车的平均速度为  $x$  km/h，则小明的速度为  $\frac{x}{4}$  km/h，根据题意得，

$$\frac{16}{\frac{x}{4}} - 1 = \frac{16}{x}$$

解得， $x = 48$

经检验， $x = 48$  是原方程的根，

答：妈妈开车的平均速度是 48 km/h.

**【点睛】**

此题主要考查了分式方程的应用，找出等量关系“小明用时-1=妈妈用时”是解答此题的关键.

15. (2022·四川乐山) 第十四届四川省运动会定于 2022 年 8 月 8 日在乐山市举办，为保证省运会期间各场馆用电设施的正常运行，市供电局为此进行了电力抢修演练. 现抽调区县电力维修工人到 20 千米远的市体育馆进行电力抢修. 维修工人骑摩托车先行出发，10 分钟后，抢修车装载完所需材料再出发，结果他们同时到达体育馆，已知抢修车是摩托车速度的 1.5 倍，求摩托车的速度.

**【答案】**摩托车的速度为 40 千米/时

**【分析】**设摩托车的速度为  $x$  千米/时，则抢修车的速度为  $1.5x$  千米/时，根据抢修车比摩托车少用 10 分钟，即可得出关于  $x$  的分式方程，解之经检验后即可得出结论.

**【详解】**解：设摩托车的速度为  $x$  千米/时，则抢修车的速度为  $1.5x$  千米/时，

依题意，得： $\frac{20}{x} - \frac{20}{1.5x} = \frac{10}{60}$ ，解得： $x=40$ ，

经检验， $x=40$  是所列方程的根，且符合题意，

答：摩托车的速度为 40 千米/时.

**【点睛】**本题考查了分式方程的应用，找准等量关系，正确列出分式方程是解题的关键.

16. (2022·重庆) 在全民健身运动中，骑行运动颇受市民青睐，甲、乙两骑行爱好者约定从 A 地沿相同路线骑行去距 A 地 30 千米的 B 地，已知甲骑行的速度是乙的 1.2 倍.

(1) 若乙先骑行 2 千米，甲才开始从 A 地出发，则甲出发半小时恰好追上乙，求甲骑行的速度；

(2)若乙先骑行 20 分钟，甲才开始从 A 地出发，则甲、乙恰好同时到达 B 地，求甲骑行的速度.

**【答案】** (1) 24 千米/时 (2) 18 千米/时

**【分析】** (1) 设乙的速度为  $x$  千米/时，则甲的速度为  $1.2x$  千米/时，根据甲出发半小时恰好追上乙列方程求解即可；(2) 设乙的速度为  $x$  千米/时，则甲的速度为  $1.2x$  千米/时，根据甲、乙恰好同时到达 B 地列方程求解即可.

(1)解：设乙的速度为  $x$  千米/时，则甲的速度为  $1.2x$  千米/时，

由题意得： $0.5 \times 1.2x = 0.5x + 2$ ，解得： $x = 20$ ，

则  $1.2x = 24$  (千米/时)，

答：甲骑行的速度为 24 千米/时；

(2)设乙的速度为  $x$  千米/时，则甲的速度为  $1.2x$  千米/时，

由题意得： $\frac{30}{x} - \frac{1}{3} = \frac{30}{1.2x}$ ，解得  $x = 15$ ，

经检验  $x = 15$  是分式方程的解，

则  $1.2x = 18$  (千米/时)，

答：甲骑行的速度为 18 千米/时.

**【点睛】** 本题考查了一元一次方程的应用和分式方程的应用，找准等量关系，正确列出方程是解题的关键.

17. (2021·江苏扬州市·中考真题) 为保障新冠病毒疫苗接种需求，某生物科技公司开启“加速”模式，生产效率比原先提高了 20%，现在生产 240 万剂疫苗所用的时间比原生产 220 万剂疫苗所用的时间少 0.5 天，问原先每天生产多少万剂疫苗？

**【答案】** 40 万

**【分析】**

设原先每天生产  $x$  万剂疫苗，根据现在生产 240 万剂疫苗所用的时间比原生产 220 万剂疫苗所用的时间少 0.5 天可得方程，解之即可.

**【详解】**

解：设原先每天生产  $x$  万剂疫苗，

由题意可得： $\frac{240}{(1+20\%)x} + 0.5 = \frac{220}{x}$ ，

解得： $x = 40$ ，

经检验： $x = 40$  是原方程的解，

∴原先每天生产 40 万剂疫苗.

**【点睛】**

此题主要考查了分式方程的应用，列分式方程解应用题的一般步骤：设、列、解、验、答. 必须严格按照这 5 步进行做题，规范解题步骤，另外还要注意完整性.

18. (2020•襄阳) 在襄阳市创建全国文明城市的工作中，市政部门绿化队改进了对某块绿地的灌溉方式. 改进后，现在每天用水量是原来每天用水量的 $\frac{4}{5}$ ，这样 120 吨水可多用 3 天，求现在每天用水量是多少吨？

**【分析】** 设原来每天用水量是  $x$  吨，则现在每天用水量是 $\frac{4}{5}x$  吨，根据现在 120 吨水比以前可多用 3 天，即可得出关于  $x$  的分式方程，解之经检验后即可得出结论.

**【解析】** 设原来每天用水量是  $x$  吨，则现在每天用水量是 $\frac{4}{5}x$  吨，

依题意，得： $\frac{120}{\frac{4}{5}x} - \frac{120}{x} = 3$ ，

解得： $x=10$ ，

经检验， $x=10$  是原方程的解，且符合题意，

∴ $\frac{4}{5}x=8$ .

答：现在每天用水量是 8 吨.

19. (2020•泰州) 近年来，我市大力发展城市快速交通，小王开车从家到单位有两条路线可选择，路线 A 为全程 25km 的普通道路，路线 B 包含快速通道，全程 30km，走路线 B 比走路线 A 平均速度提高 50%，时间节省 6min，求走路线 B 的平均速度.

**【分析】** 设走路线 A 的平均速度为  $x$ km/h，则走路线 B 的平均速度为  $(1+50\%)x$ km/h，根据时间=路程÷速度结合走路线 B 比走路线 A 少用 6min，即可得出关于  $x$  的分式方程，解之经检验后即可得出结论.

**【解析】** 设走路线 A 的平均速度为  $x$ km/h，则走路线 B 的平均速度为  $(1+50\%)x$ km/h，

依题意，得： $\frac{25}{x} - \frac{30}{(1+50\%)x} = \frac{6}{60}$ ，

解得： $x=50$ ，

经检验， $x=50$  是原方程的解，且符合题意，

∴ $(1+50\%)x=75$ .

答：走路线 B 的平均速度为 75km/h.

20. (2020•常德) 第 5 代移动通信技术简称 5G，某地已开通 5G 业务，经测试 5G 下载速度

是 4G 下载速度的 15 倍，小明和小强分别用 5G 与 4G 下载一部 600 兆的公益片，小明比小强所用的时间快 140 秒，求该地 4G 与 5G 的下载速度分别是每秒多少兆？

**【分析】**首先设该地 4G 的下载速度是每秒  $x$  兆，则该地 5G 的下载速度是每秒  $15x$  兆，根据题意可得等量关系：4G 下载 600 兆所用时间 - 5G 下载 600 兆所用时间 = 140 秒。然后根据等量关系，列出分式方程，再解即可。

**【解析】**设该地 4G 的下载速度是每秒  $x$  兆，则该地 5G 的下载速度是每秒  $15x$  兆，

由题意得：
$$\frac{600}{x} - \frac{600}{15x} = 140,$$

解得： $x=4$ ，

经检验： $x=4$  是原分式方程的解，且符合题意，

$$15 \times 4 = 60,$$

答：该地 4G 的下载速度是每秒 4 兆，则该地 5G 的下载速度是每秒 60 兆。

21. (2021·四川眉山市·中考真题)为进一步落实“德、智、体、美、劳”五育并举工作，某中学以体育为突破口，准备从体育用品商场一次性购买若干个足球和篮球，用于学校球类比赛活动。每个足球的价格都相同，每个篮球的价格也相同。已知篮球的单价比足球单价的 2 倍少 30 元，用 1200 元购买足球的数量是用 900 元购买篮球数量的 2 倍。

(1) 足球和篮球的单价各是多少元？

(2) 根据学校实际情况，需一次性购买足球和篮球共 200 个，但要求足球和篮球的总费用不超过 15500 元，学校最多可以购买多少个篮球？

**【答案】**(1) 每个足球 60 元，每个篮球 90 元；(2) 最多购进篮球 116 个

**【分析】**

(1) 设一个足球的单价  $x$  元，已知篮球的单价比足球单价的 2 倍少 30 元，则一个篮球的单价为  $(2x-30)$  元，根据“用 1200 元购买足球的数量是用 900 元购买篮球数量的 2 倍”列方程求解即可；

(2) 设买篮球  $m$  个，则买足球  $(200-m)$  个，根据购买足球和篮球的总费用不超过 15500 元建立不等式求出解即可。

**【详解】**

解：(1) 设每个足球  $x$  元，每个篮球  $(2x-30)$  元，

根据题意得：
$$\frac{1200}{x} = 2 \times \frac{900}{2x-30},$$

解得  $x=60$ ，

经检验  $x=60$  是方程的根且符合题意，

$$2x-30=90,$$

答：每个足球 60 元，每个篮球 90 元.

(2) 设买篮球  $m$  个，则买足球  $(200-m)$  个，

由题意得： $90m + 60(200 - m) \leq 15500$ ,

解得  $m \leq 116\frac{2}{3}$ .

$\because m$  为正整数， $\therefore$  最多购进篮球 116 个.

**【点睛】**

本题考查了列一元一次方程解实际问题的运用，列一元一次不等式解实际问题的运用，解答本题时找到方程的等量关系和建立不等式的不等关系是解答本题的关键.

22. (2022·重庆) 为保障蔬菜基地种植用水，需要修建灌溉水渠.

(1) 计划修建灌溉水渠 600 米，甲施工队施工 5 天后，增加施工人员，每天比原来多修建 20 米，再施工 2 天完成任务，求甲施工队增加人员后每天修建灌溉水渠多少米？

(2) 因基地面积扩大，现还需修建另一条灌溉水渠 1800 米，为早日完成任务，决定派乙施工队与甲施工队同时开工合作修建这条水渠，直至完工. 甲施工队按 (1) 中增加人员后的修建速度进行施工. 乙施工队修建 360 米后，通过技术更新，每天比原来多修建 20%，灌溉水渠完工时，两施工队修建的长度恰好相同. 求乙施工队原来每天修建灌溉水渠多少米？

**【答案】** (1) 100 米 (2) 90 米

**【分析】** (1) 设甲施工队增加人员后每天修建灌溉水渠  $x$  米，原来每天修建  $(x-20)$  米，根据工效问题公式：工作总量 = 工作时间  $\times$  工作效率，列出关于  $x$  的一元一次方程，解方程即可得出答案；

(2) 设乙施工队原来每天修建灌溉水渠  $y$  米，技术更新后每天修建  $(1+20\%)y$  米，根据水渠总长 1800 米，完工时，两施工队修建长度相同，可知每队修建 900 米，再结合两队同时开工修建，直至同时完工，可得两队工作时间相同，列出关于  $y$  的分式方程，解方程即可得出答案.

(1) 解：设甲施工队增加人员后每天修建灌溉水渠  $x$  米，原来每天修建  $(x-20)$  米，

则有  $5(x-20) + 2x = 600$  解得  $x = 100$

$\therefore$  甲施工队增加人员后每天修建灌溉水渠 100 米.

(2) ∵ 水渠总长 1800 米，完工时，两施工队修建长度相同

∴ 两队修建的长度都为  $1800 \div 2 = 900$  (米)

乙施工队技术更新后，修建长度为  $900 - 360 = 540$  (米)

解：设乙施工队原来每天修建灌溉水渠  $y$  米，技术更新后每天修建  $(1 + 20\%)y$  米，即  $1.2y$  米

则有  $\frac{540}{1.2y} + \frac{360}{y} = \frac{900}{100}$  解得  $y = 90$

经检验， $y = 90$  是原方程的解，符合题意

∴ 乙施工队原来每天修建灌溉水渠 90 米。

**【点睛】** 本题考查一元一次方程和分式方程的实际应用，应注意分式方程要检验，读懂题意，正确设出未知数，并列方程，是解题的关键。

23. (2021 · 山东泰安市 · 中考真题) 接种疫苗是阻断新冠病毒传播的有效途径，针对疫苗急需问题，某制药厂紧急批量生产，计划每天生产疫苗 16 万剂，但受某些因素影响，有 10 名工人不能按时到厂。为了应对疫情，回厂的工人加班生产，由原来每天工作 8 小时增加到 10 小时，每人每小时完成的工作量不变，这样每天只能生产疫苗 15 万剂。

(1) 求该厂当前参加生产的工人有多少人？

(2) 生产 4 天后，未到的工人同时到岗加入生产，每天生产时间仍为 10 小时。若上级分配给该厂共 760 万剂的生产任务，问该厂共需要多少天才能完成任务？

**【答案】** (1) 30 人； (2) 39 天

**【分析】**

(1) 设当前参加生产的工人有  $x$  人，根据每人每小时完成的工作量不变列出关于  $x$  的方程，求解即可；

(2) 设还需要生产  $y$  天才能完成任务。根据前面 4 天完成的工作量 + 后面  $y$  天完成的工作量 = 760 列出关于  $y$  的方程，求解即可。

**【详解】**

解：(1) 设当前参加生产的工人有  $x$  人，

依题意得：
$$\frac{16}{8(x+10)} = \frac{15}{10x},$$

解得： $x = 30$ ，

经检验， $x = 30$  是原方程的解，且符合题意。

答：当前参加生产的工人有 30 人。

(2) 每人每小时的数量为  $16 \div 8 \div 40 = 0.05$  (万剂) .

设还需要生产  $y$  天才能完成任务,

依题意得:  $4 \times 15 + 40 \times 10 \times 0.05 \times y = 760$ ,

解得:  $y = 35$ ,  $35 + 4 = 39$  (天)

答: 该厂共需要 39 天才能完成任务.

**【点睛】**

本题考查分式方程的应用和一元一次方程的应用, 分析题意, 找到合适的数量关系是解决问题的关键.

24. (2021 · 四川自贡市 · 中考真题) 随着我国科技事业的不断发展, 国产无人机大量进入快递行业. 现有 A, B 两种型号的无人机都被用来运送快件, A 型机比 B 型机平均每小时多运送 20 件, A 型机运送 700 件所用时间与 B 型机运送 500 件所用时间相等, 两种无人机平均每小时分别运送多少快件?

**【答案】** A 型机平均每小时运送 70 件, B 型机平均每小时运送 50 件

**【分析】**

设 A 型机平均每小时运送  $x$  件, 根据 A 型机比 B 型机平均每小时多运送 20 件, 得出 B 型机平均每小时运送  $(x-20)$  件, 再根据 A 型机运送 700 件所用时间与 B 型机运送 500 件所用时间相等, 列出方程解之即可.

**【详解】**

解: 设 A 型机平均每小时运送  $x$  件, 则 B 型机平均每小时运送  $(x-20)$  件,

根据题意得:  $\frac{700}{x} = \frac{500}{x-20}$

解这个方程得:  $x=70$ .

经检验  $x=70$  是方程的解,  $\therefore x-20=50$ .

$\therefore$  A 型机平均每小时运送 70 件, B 型机平均每小时运送 50 件.

**【点睛】**

本题考查分式方程的应用, 分析题意, 找到关键描述语, 找到合适的等量关系是解决问题的关键.

25. (2021 · 山东泰安市 · 中考真题) 接种疫苗是阻断新冠病毒传播的有效途径, 针对疫苗急需问题, 某制药厂紧急批量生产, 计划每天生产疫苗 16 万剂, 但受某些因素影响, 有 10 名工人不能按时到厂. 为了应对疫情, 回厂的工人加班生产, 由原来每天工作 8 小时增加到

10 小时，每人每小时完成的工作量不变，这样每天只能生产疫苗 15 万剂.

(1) 求该厂当前参加生产的工人有多少人？

(2) 生产 4 天后，未到的工人同时到岗加入生产，每天生产时间仍为 10 小时. 若上级分配给该厂共 760 万剂的生产任务，问该厂共需要多少天才能完成任务？

**【答案】** (1) 30 人； (2) 39 天

**【分析】**

(1) 设当前参加生产的工人有  $x$  人，根据每人每小时完成的工作量不变列出关于  $x$  的方程，求解即可；

(2) 设还需要生产  $y$  天才能完成任务. 根据前面 4 天完成的工作量+后面  $y$  天完成的工作量=760 列出关于  $y$  的方程，求解即可.

**【详解】**

解：(1) 设当前参加生产的工人有  $x$  人，

依题意得：
$$\frac{16}{8(x+10)} = \frac{15}{10x},$$

解得： $x = 30$ ，

经检验， $x = 30$  是原方程的解，且符合题意.

答：当前参加生产的工人有 30 人.

(2) 每人每小时的数量为  $16 \div 8 \div 40 = 0.05$  (万剂).

设还需要生产  $y$  天才能完成任务，

依题意得：
$$4 \times 15 + 40 \times 10 \times 0.05 \times y = 760,$$

解得： $y = 35$ ， $35 + 4 = 39$  (天)

答：该厂共需要 39 天才能完成任务.

**【点睛】**

本题考查分式方程的应用和一元一次方程的应用，分析题意，找到合适的数量关系是解决问题的关键.

26. (2020•黔西南州) 随着人们“节能环保，绿色出行”意识的增强，越来越多的人喜欢骑自行车出行，也给自行车商家带来商机. 某自行车行经营的 A 型自行车去年销售总额为 8 万元. 今年该型自行车每辆售价预计比去年降低 200 元. 若该型车的销售数量与去年相同，那么今年的销售总额将比去年减少 10%，求：

(1) A 型自行车去年每辆售价多少元?

(2) 该车行今年计划新进一批 A 型车和新款 B 型车共 60 辆, 且 B 型车的进货数量不超过 A 型车数量的两倍. 已知 A 型车和 B 型车的进货价格分别为 1500 元和 1800 元, 计划 B 型车销售价格为 2400 元, 应如何组织进货才能使这批自行车销售获利最多?

**【分析】**

(1) 设去年 A 型车每辆售价  $x$  元, 则今年售价每辆为  $(x - 200)$  元, 由卖出的数量相同建立方程求出其解即可;

(2) 设今年新进 A 型车  $a$  辆, 则 B 型车  $(60 - a)$  辆, 获利  $y$  元, 由条件表示出  $y$  与  $a$  之间的关系式, 由  $a$  的取值范围就可以求出  $y$  的最大值.

**【解析】**(1) 设去年 A 型车每辆售价  $x$  元, 则今年售价每辆为  $(x - 200)$  元, 由题意, 得

$$\frac{80000}{x} = \frac{80000(1-10\%)}{x-200},$$

解得:  $x=2000$ .

经检验,  $x=2000$  是原方程的根.

答: 去年 A 型车每辆售价为 2000 元;

(2) 设今年新进 A 型车  $a$  辆, 则 B 型车  $(60 - a)$  辆, 获利  $y$  元, 由题意, 得

$$y = (1800 - 1500)a + (2400 - 1800)(60 - a),$$

$$y = -300a + 36000.$$

$\because$  B 型车的进货数量不超过 A 型车数量的两倍,

$$\therefore 60 - a \leq 2a,$$

$$\therefore a \geq 20.$$

$$\because y = -300a + 36000.$$

$$\therefore k = -300 < 0,$$

$\therefore y$  随  $a$  的增大而减小.

$$\therefore a = 20 \text{ 时, } y \text{ 有最大值}$$

$$\therefore \text{B 型车的数量为: } 60 - 20 = 40 \text{ 辆.}$$

$\therefore$  当新进 A 型车 20 辆, B 型车 40 辆时, 这批车获利最大.

27. (2021 · 山西中考真题) 太原武宿国际机场简称“太原机场”, 是山西省开通的首条定期国际客运航线. 游客从太原某景区乘车到太原机场, 有两条路线可供选择, 路线一: 走迎宾路经太输路全程是 25 千米, 但交通比较拥堵; 路线二: 走太原环城高速全程是 30 千米,

平均速度是路线一的  $\frac{5}{3}$  倍，因此到达太原机场的时间比走路线一少用 7 分钟，求走路线一到达太原机场需要多长时间.



**【答案】** 25 分钟

**【分析】**

设走路线一到达太原机场需要  $x$  分钟，用含  $x$  的式子表示路线一、二的速度，再根据路线二平均速度是路线一的  $\frac{5}{3}$  倍列等式计算即可.

**【详解】**

解：设走路线一到达太原机场需要  $x$  分钟.

根据题意，得  $\frac{5}{3} \times \frac{25}{x} = \frac{30}{x-7}$ .

解得：  $x = 25$ .

经检验，  $x = 25$  是原方程的解.

答：走路线一到达太原机场需要 25 分钟.

**【点睛】**

本题主要考查分式方程的应用，根据题意找出等量关系是解决本题的关键，注意分式方程需要验根.

28. (2021·四川广安市·中考真题) 国庆节前，某超市为了满足人们的购物需求，计划购进甲、乙两种水果进行销售. 经了解，甲种水果和乙种水果的进价与售价如下表所示：

水果单价	甲	乙
进价 (元/千克)	$x$	$x+4$
售价 (元/千克)	20	25

已知用 1200 元购进甲种水果的重量与用 1500 元购进乙种水果的重量相同.

(1) 求  $x$  的值；

(2) 若超市购进这两种水果共 100 千克，其中甲种水果的重量不低于乙种水果重量的 3 倍，

则超市应如何进货才能获得最大利润，最大利润是多少？

**【答案】**（1）16；（2）购进甲种水果 75 千克，则乙种水果 25 千克，获得最大利润 425 元

**【分析】**

（1）根据用 1200 元购进甲种水果的重量与用 1500 元购进乙种水果的重量相同列出分式方程，解之即可；

（2）设购进甲种水果  $m$  千克，则乙种水果  $100-m$  千克，利润为  $y$ ，列出  $y$  关于  $m$  的表达式，根据甲种水果的重量不低于乙种水果重量的 3 倍，求出  $m$  的范围，再利用一次函数的性质求出最大值.

**【详解】**

解：（1）由题意可知：

$$\frac{1200}{x} = \frac{1500}{x+4},$$

解得：  $x=16$ ，

经检验：  $x=16$  是原方程的解；

（2）设购进甲种水果  $m$  千克，则乙种水果  $100-m$  千克，利润为  $y$ ，

由题意可知：

$$y = (20-16)m + (25-16-4)(100-m) = -m + 500,$$

∵ 甲种水果的重量不低于乙种水果重量的 3 倍，

$$\therefore m \geq 3(100-m),$$

解得：  $m \geq 75$ ，即  $75 \leq m < 100$ ，

在  $y = -m + 500$  中，  $-1 < 0$ ，则  $y$  随  $m$  的增大而减小，

∴ 当  $m=75$  时，  $y$  最大，且为  $-75+500=425$  元，

∴ 购进甲种水果 75 千克，则乙种水果 25 千克，获得最大利润 425 元.

**【点睛】**

本题考查了分式方程和一次函数的实际应用，解题的关键是读懂题意，列出方程和函数表达式.

29. (2021·云南中考真题) “30 天无理由退货”是营造我省“诚信旅游”良好环境，进一步提升旅游形象的创新举措. 机场、车站、出租车、景区、手机短信……，“30 天无理由退货”的提示随处可见，它已成为一张云南旅行的“安心卡”，极大地提高了旅游服务的品质. 刚刚过去的“五·一”假期，旅游线路、住宿、餐饮、生活服务、购物等旅游消费的供

给更加多元，同步的是云南旅游市场强劲复苏。某旅行社今年5月1日租用A、B两种客房一天，供当天使用。下面是有关信息：今天用2000元租到A客房的数量与用1600元租到B客房的数量相等。今天每间A客房的租金比每间B客房的租金多40元。请根据上述信息，分别求今年5月1日该旅行社租用的A、B两种客房每间客房的租金。

**【答案】**租用的A种客房每间客房的租金为200元，B种客房每间客房的租金为160元。

**【分析】**

设租用的B种客房每间客房的租金为 $x$ 元，根据用2000元租到A客房的数量与用1600元租到B客房的数量相等列出方程，解之即可。

**【详解】**

解：设租用的B种客房每间客房的租金为 $x$ 元，则A种客房每间客房的租金为 $x+40$ 元，

由题意可得：
$$\frac{2000}{x+40} = \frac{1600}{x},$$

$\therefore 5x = 4x + 160,$

解得： $x = 160,$

经检验： $x = 160$ 是原方程的解，

$160+40=200$ 元，

$\therefore$ 租用的A种客房每间客房的租金为200元，B种客房每间客房的租金为160元。

**【点睛】**

本题考查了分式方程的实际应用，解题的关键是找准等量关系，列出方程。

30. (2021·山东聊城市·中考真题)为迎接建党一百周年，我市计划用两种花卉对某广场进行美化。已知用600元购买A种花卉与用900元购买B种花卉的数量相等，且B种花卉每盆比A种花卉多0.5元。

(1) A、B两种花卉每盆各多少元？

(2) 计划购买A、B两种花卉共6000盆，其中A种花卉的数量不超过B种花卉数量的 $\frac{1}{3}$ ，

求购买A种花卉多少盆时，购买这批花卉总费用最低，最低费用是多少元？

**【答案】**(1) A种花卉每盆1元，B种花卉每盆1.5元；(2) 购买A种花卉1500盆时购买这批花卉总费用最低，最低费用为8250元

**【分析】**

(1) 设A种花卉每盆 $x$ 元，B种花卉每盆 $(x+0.5)$ 元，根据题意列分式方程，解出方程并检验；

(2) 设购买 A 种花卉： $t$  盆，购买这批花卉的总费用为  $w$  元，则  $t \leq \frac{1}{3} (6000 - t)$ ， $w = t + 1.5 (6000 - t) = -0.5t + 9000$ ， $w$  随  $t$  的增大而减小，所以根据  $t$  的范围可以求得  $w$  的最小值.

**【详解】**

解：(1) 设 A 种花卉每盆  $x$  元，B 种花卉每盆  $(x + 0.5)$  元.

根据题意，得  $\frac{600}{x} = \frac{900}{x + 0.5}$ .

解这个方程，得  $x = 1$ .

经检验知， $x = 1$  是原分式方程的根，并符合题意.

此时  $x + 0.5 = 1 + 0.5 = 1.5$  (元).

所以，A 种花卉每盆 1 元，B 种花卉每盆 1.5 元.

(2) 设购买 A 种花卉： $t$  盆，购买这批花卉的总费用为  $w$  元，则  $t \leq \frac{1}{3} (6000 - t)$ ，

解得： $t \leq 1500$ .

由题意，得  $w = t + 1.5 (6000 - t) = -0.5t + 9000$ .

因为  $w$  是  $t$  的一次函数， $k = -0.5 < 0$ ， $w$  随  $t$  的增大而减小，所以当  $t = 1500$  盆时， $w$  最小.

$w = -0.5 \times 1500 + 9000 = 8250$  (元).

所以，购买 A 种花卉 1500 盆时购买这批花卉总费用最低，最低费用为 8250 元.

**【点睛】**

本题主要考查了分式方程解决实际问题 and 一次函数求最值，根据等量关系列出方程和函数关系式及取值范围是解题关键.

31. (2020·广东) 某社区拟建 A, B 两类摊位以搞活“地摊经济”，每个 A 类摊位的占地面积比每个 B 类摊位的占地面积多 2 平方米. 建 A 类摊位每平方米的费用为 40 元，建 B 类摊位每平方米的费用为 30 元. 用 60 平方米建 A 类摊位的个数恰好是用同样面积建 B 类摊位个数的  $\frac{3}{5}$ .

(1) 求每个 A, B 类摊位占地面积各为多少平方米?

(2) 该社区拟建 A, B 两类摊位共 90 个，且 B 类摊位的数量不少于 A 类摊位数量的 3 倍. 求建造这 90 个摊位的最大费用.

**【分析】**(1) 设每个 B 类摊位的占地面积为  $x$  平方米，则每个 A 类摊位占地面积为  $(x + 2)$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/575220142324012000>