

有理数的概念

一、课堂目标

1. 理解负数的概念与0的意义，会用正负数表示具有相反意义的量。
2. 理解有理数的概念和分类，会判断有理数。
3. 会画数轴，理解有理数在数轴上的表示、会用数轴比较有理数大小。
4. 理解相反数与绝对值的概念，会求一个数的相反数和绝对值，会用绝对值比较有理数大小。

【备注】【目标解读】

a.关联知识：本讲内容属于初中数学——数这个模块、学生将初步接触有理数的相关概念，是小学数学的后续知识，也为后面对整式、实数的学习和计算打下基础，有着承前启后的作用；本讲知识是有理数的基础，在中考中几乎不独立考察，在阶段性考试中占比不大、通常出一道选填。

b.本讲解读：本讲重点内容是有理数的分类、相反数与绝对值的概念和求解；本讲难点是用绝对值比较有理数大小；本讲概念较多、但容易理解，不要求学生死记硬背、但要确保学生先充分观察数再作相应的辨析和判断。

c.能力素养：主要培养学生数感。

二、知识引入





从古代开始，人类就学会用结绳计数，比如我们抓到一只羊，就打一个结；抓到两支羊，就打两个结；如果吃掉一只羊，我们就解开一个结。当时人们还是群居的，也不用担心东西吃不完。

但是随着社会的发展，大家逐渐分开住了，有了私产，这时候一家三口一顿想吃完一个羊，还是很艰难的；所以问题就来了，结绳计数已经不好用了，我们没办法记录半头羊啊！这时候，我们引入了分数和小数，开始用几分之几这样的概念描述事物。

但这样还会有问题，假如说，今天我家没有羊，从别人家借来一只吃掉，要怎么记录？

我们可以写“欠一只”，但是未免有点LOW，还得写个欠字。能不能不写这个字，只用一个符号就表示呢？于是我们引入了“-”，同时也带来了新的数：负数。

【备注】【教学建议】

1. 这种生活中的例子有很多，建议大家结合自己的生活经验，编一些更适合您本人的例子，用于吸引学生注意力。

以下给出一些示例供参考：

① 北京冬季里某一天的气温是 $-3^{\circ}\text{C} \sim 3^{\circ}\text{C}$ ，这里的 -3°C 是指零下 3°C ，而不加负号的 3°C 是指零上 3°C ，两者意义不同（相反）。

② 某年我国花生产量比上一年增长 1.8% ，油菜籽产量比上一年增长 -2.7% ，这里的 -2.7% 是指实际上油菜籽产量比上一年减少了、减少了 2.7% ，这和前面花生产量增长的意义不同（相反）。

2. 再比如：收支情况，海拔高低等，都可以引入负数的概念。

三、知识讲解

1. 正数、负数、0

💡 正负数与相反意义的量

(1) 正数：像 3 ， 1.8% ， 3.5 这样大于 0 的数叫做正数。

(2) 负数：像 -3 ， -2.7% ， -4.5 这样在正数前面加上符号“-”（负号）的数叫负数。

(3) 符号：一个数前面的“+”，“-”号叫做它的符号。

①正数前面的“+”号可以省略，注意3与+3表示是同一个正数．

②负数前面的“-”号不可以省略．

【备注】【教学建议】

1．总结：正数都大于0；负数都小于0；0非正非负．

2．以目前所学知识，本讲仅辨别含一个“-”号的数、当然是负数；至于化简含多重负号的数要在后面学习，此处不作延伸．

用正数和负数可以表示具有相反意义的量：如果正数表示某种意义，那么负数表示它的相反意义，反之亦然．

【例如】用正数表示向南，那么向北3km可以用负数表示为-3km．

【注意】“相反意义的量”包括两个方面的含意：一是相反意义；二是要有量．讨论相反意义的量，必须在同一事件中．

【备注】【教学建议】

1．此处建议教师再举一些小例子来说明相反意义，比如“我胖了三斤 与他瘦了五斤”、“A地区全年平均水量增加200 mm 与 B地区全年平均水量减少120 mm”、“本月三号收入5000元 与 本月十号支出1900元”等等都是相反意义的量．

2．举例后不妨借着这个例子来讲解正负数用于实际数量的表示，此处建议教师提问学生、共同完成：

比如，在第一个小例子“我胖了三斤 与他瘦了五斤”中，如果用正数表示体重增加，问：则“我胖了三斤”可以表示为什么？

答：3斤（或+3斤）；

问：“他瘦了五斤”可以表示为什么？

答：-5斤．

此处一定强调书写时负号不可落下．

 0的意义

(1) 0既不是正数，也不是负数，0是正数与负数的分界；

(2) 0是自然数；

(3) 0的意义：

①0有时表示没有，【例如】文具盒中有0支铅笔，表示没有铅笔；

②0有时是一个数，【例如】0°C是一个确定的温度；

③0有时也作为基准，【例如】海拔高度为0m表示的是海平面的平均高度．

 经典例题1

1. 在 $-2\frac{1}{2}$ 、 $+\frac{7}{10}$ 、-3、2、0、4、5、-1中，负数有（ ）．

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

【答案】 C

【解析】 在 $-2\frac{1}{2}$ 、 $+\frac{7}{10}$ 、 -3 、 2 、 0 、 4 、 5 、 -1 中，负数有 $-2\frac{1}{2}$ 、 -3 、 -1 共3个．

【标注】 【知识点】 正数、负数定义

思路梳理

知识点：

- 1、 _____
- 2、 _____
- 3、 _____

2. 中国人很早就开始使用负数，中国古代数学著作《九章算术》的“方程”一章，在世界数学史上首次正式引入了负数．如果收入100元记作+100元，那么-80元表示（ ）．



A. 支出80元

B. 收入20元

C. 支出20元

D. 收入80元

【答案】 A

【解析】 -80 元表示支出80元．

【标注】 【知识点】 相反意义的量

思路梳理

知识点：

- 1、 _____
- 2、 _____
- 3、 _____

3. 下列各组数中，是互为相反意义的量的是（ ）。

A. 收入200元与支出200元

B. 节约10吨水和浪费7吨汽油

C. 身高增加2cm与体重减少3kg

D. 向东走与向西走

【答案】 A

【解析】 B选项中“水”和“汽油”不是同类量，所以节约水和浪费汽油不具有相反意义；C选项中身高和体重不是同类量，所以身高增加和体重减少不具有相反意义；D向东走和向西走虽然表示相反意义，但是没有量，故选A。

【标注】 【知识点】相反意义的量

思路梳理

知识点：

1、 _____

2、 _____

3、 _____

|| 题目练习1

1. 下列各数： -0.1 ， $\frac{2}{5}$ ， 3.14 ， -8 ， 0 ， 100 ， $-\frac{1}{3}$ 。其中负数有（ ）。

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

【答案】 C

【解析】 在 -0.1 ， $\frac{2}{5}$ ， 3.14 ， -8 ， 0 ， 100 ， $-\frac{1}{3}$ 。其中负数有 -0.1 、 -8 、 $-\frac{1}{3}$ 。
故选C。

【标注】 【知识点】正数、负数定义

2. 下列说法正确的是（ ）。

A. 零是正数不是负数

B. 零既不是正数也不是负数

C. 零既是正数也是负数

D. 不是正数的数一定是负数，不是负数的数一定是正数

【答案】 B

【解析】 有理数分为正数，0，负数．0既不是正数，也不是负数．只有B符合．

【标注】 【知识点】正数、负数定义

3. 如果收入5000元，可记作+5000元，那么支出2000元，记为 _____ ．

【答案】 -2000元

【解析】 收入记作正数，支出记作负数．

【标注】 【知识点】相反意义的量

经典例题2

某公司生产的零食包装袋上印有 $(200 \pm 5)\text{g}$ 的字样，其中 $\pm 5\text{g}$ 表示什么意思？质监局对该产品随机抽查了5袋，质量分别为198g，206g，201g，200g，193g，哪些是合格的？

【答案】 $\pm 5\text{g}$ 表示合格产品的质量与产品的标准质量的误差范围；质量为198g，201g，200g的产品是合格的．

【解析】 $\pm 5\text{g}$ 表示合格产品的质量与产品的标准质量的误差范围；因为合格产品的质量范围在 $(200 - 5)\text{g}$ 与 $(200 + 5)\text{g}$ 之间，所以质量为198g，201g，200g的产品是合格的．

【标注】 【知识点】相反意义的量

思路梳理

知识点：

- 1、 _____
- 2、 _____
- 3、 _____

题目练习2

1. 某超市出售的三种品牌的大米袋上，分别标有质量为 $(50 \pm 0.2)\text{kg}$ 、 $(50 \pm 0.3)\text{kg}$ 、 $(50 \pm 0.25)\text{kg}$ 的字样，则从超市中任意拿出两袋大米，它们的质量最多相差 _____ kg．

【答案】 0.6

【解析】 根据题意，质量相差最多的是标有 (50 ± 0.3) 的大米，该种大米最重的是 50.3kg ，最轻的是 49.7kg ，两者相差 0.6kg 。

【标注】 【知识点】相反意义的量

2. 在一次立定跳远测试中，合格的标准是 2.00m ，小明跳出了 2.12m ，记为 $+0.12\text{m}$ ，小华跳出了 1.95m ，记为 _____ m 。

【答案】 -0.05

【解析】 因为 2.00m 为标准， $1.95 - 2.00 = -0.05$ ，所以 1.95m ，记作 -0.05m 。

【标注】 【知识点】相反意义的量

2. 有理数

有理数的概念与分类

- (1) 整数：正整数、0、负整数统称为整数。

【备注】 【教学建议】

以下过渡语请教师简单叙述：

【过渡语】

小学我们学过的像 1、2、3 等等这样的数是正数也是整数、我们称它们为正整数；而我们前面见过的 -1 、 -3 、 -80 等等这样的数是负数也是整数、称为负整数，再加上 0 这样的非正非负整数，我们把这些数统称为整数。

同样的，小学我们学过的像 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 3.5 、 18% 等等这样的数称为正分数；而我们前面见过的 $-2\frac{1}{2}$ 、 -0.02 等等这样的数称为负分数，我们把这些数统称为分数。

- (2) 分数：正分数、负分数统称为分数。

【注意】 有限小数和无限循环小数可以化为分数，所以我们也把它们看成分数。

- (3) 有理数：整数和分数统称为有理数。



【注意】有限小数和无限循环小数都可以转化为分数，因此有限小数和无限循环小数都是有理数。

【备注】【教学建议】

这里给出了有理数的两种分类方式及辨别方法：第一种是先从数的形式上判断——有分母的数当然是分数、比如 $-\frac{3}{2}$ 、20%；第二种是先从数的符号上判断——有负号的数当然是负数、比如 $-\frac{3}{2}$ 、-100。两种分类方式各有侧重，在做题时可以根据问题优先选择。

【知识补充】

有限小数和无限循环小数都可以转化为分数，因此有限小数和无限循环小数都是有理数。

小数 $\left\{ \begin{array}{l} \text{有限小数} \\ \text{无限小数} \left\{ \begin{array}{l} \text{无限循环小数} \\ \text{无限不循环小数} \end{array} \right. \end{array} \right.$

其中有限小数转化为分数是容易做到的、此处如时间允许可以简单介绍一下，比如

$$3.5 = \frac{35}{10} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}, -1.267 = -\frac{1267}{1000} = -1\frac{267}{1000} \text{ 等等；}$$

但无限循环小数转化为分数要在后面一元一次方程这部分知识学到，此处先不讲解。

经典例题3

1. 下列说法正确的是（ ）。

- A. 有最小的正数 B. 有最小的自然数 C. 有最大的有理数 D. 无最大的负整数

【答案】B

【解析】选项A，没有最小的正数，故错误。

选项B，有最小的自然数为0，正确。

选项C，没有最大的有理数，故错误。

选项D，有最大的负整数为-1，故错误。

【标注】【知识点】有理数的概念及分类

思路梳理

知识点：

1、_____

2、 _____

3、 _____

2. 在 $0, -3, 5, \frac{1}{3}, \pi, 2.\dot{6}\dot{3}, 1.21211211121112\dots$ 七个数中，有理数是 _____ .

【答案】 $0, -3, 5, \frac{1}{3}, 2.\dot{6}\dot{3}$

【解析】 由有理数的定义可知， $0, -3, 5, \frac{1}{3}, 2.\dot{6}\dot{3}$ 为有理数 .

【标注】 【知识点】有理数的分类

思路梳理

知识点：

1、 _____

2、 _____

3、 _____

|| 题目练习3

1. 下列说法正确的是 () .

A. 整数包括正整数、负整数

B. 0 是整数，也是自然数

C. 分数包括正分数、负分数和 0

D. 有理数中，不是负数就是正数

【答案】 B

【解析】 整数包括正、负整数和 0；分数包括正分数和负分数；有理数中，除了负数和正数还有 0 .

【标注】 【知识点】有理数的概念及分类

2. 在 $-\frac{3}{8}, 0, -30, \frac{22}{5}, +20, \pi, -2.6$ 这 7 个数中，整数有 _____，负分数有 _____ .

【答案】 $0, -30, +20; -\frac{3}{8}, -2.6$

【解析】 整数有 $0, -30, +20$ ；

负分数有 $-\frac{3}{8}, -2.6$.

【标注】 【知识点】有理数的分类

“六非”

非正数：负数和零；

非负数：正数和零；

非正整数：负整数和零；

非负整数：正整数和零；

非正有理数：负有理数和零；

非负有理数：正有理数和零。

【备注】【教学建议】

对于“六非”的辨析有这样的技巧：读的时候，在非正、非负后面加一个“的”，比如：非正数，可以读成“非正的数”，“非”表示“不是”，所以非正数的意义是“不是正的数”，那自然是负数和0了。初学者容易懵，必须仔细强调。

经典例题4

在下表适当的空格里打上“√”号。

	整数	分数	正数	负数	负整数	正整数	正分数	非负数	非负整数	无理数
0										
-1.5										
-3										
$\frac{1}{4}$										
+0.62										
0.31										
π										
$-\frac{9}{8}$										
$-\frac{\pi}{2}$										
6										

【答案】

	整数	分数	正数	负数	负整数	正整数	正分数	非负数	非负整数	无理数
0	√							√	√	
-1.5		√		√						

-3	√			√	√					
$\frac{1}{4}$		√	√				√	√		
+0.62		√	√				√	√		
0.3i		√	√				√	√		
π			√					√		√
$-\frac{9}{8}$		√		√						
$-\frac{\pi}{2}$				√						√
6	√		√			√		√	√	

【解析】

	整数	分数	正数	负数	负整数	正整数	正分数	非负数	非负整数	无理数
0	√							√	√	
-1.5		√		√						
-3	√			√	√					
$\frac{1}{4}$		√	√				√	√		
+0.62		√	√				√	√		
0.3i		√	√				√	√		
π			√					√		√
$-\frac{9}{8}$		√		√						
$-\frac{\pi}{2}$				√						√
6	√		√			√		√	√	

【标注】 【知识点】 实数分类

思路梳理

知识点：

- 1、 _____
- 2、 _____
- 3、 _____

题目练习4

1. 把下列各数 -5 ， $-\frac{1}{2}$ ， -3.14 ， 0 ， -7 ， $+3$ ， $-1\frac{2}{3}$ ， 67% 填在相应的横线上．非正整数：_____；分数：_____．

【答案】 -5 、 0 、 -7 ； $-\frac{1}{2}$ 、 -3.14 、 $-1\frac{2}{3}$ 、 67%

【解析】 非正整数是指负整数和 0 ，

$\therefore$ 非正整数为 -5 ， 0 ， -7 ，

分数包括正分数和负分数，有限小数和无限循环小数都可转化为分数，所以有限小数和无限循环小数也都属于分数．

$\therefore$ 分数为： $-\frac{1}{2}$ ， -3.14 ， $-1\frac{2}{3}$ ， 67% ．

【标注】 【知识点】有理数的分类

2. 把下列各数填在相应的大括号内：

15 ， $-\frac{1}{2}$ ， 0.81 ， -3 ， $\frac{22}{7}$ ， -3.1 ， -4 ， 171 ， 0 ， 3.14 ， π ， 1.6 ．

正数集合{ ... }．

负分数集合{ ... }．

非负整数集合{ ... }．

有理数集合{ ... }．

【答案】 1． 15 ， 0.81 ， $\frac{22}{7}$ ， 171 ， 3.14 ， π ， 1.6 ．

2． $-\frac{1}{2}$ ， -3.1 ．

3． 15 ， 171 ， 0 ．

4． 15 ， $-\frac{1}{2}$ ， 0.81 ， -3 ， $\frac{22}{7}$ ， -3.1 ， -4 ， 171 ， 0 ， 3.14 ， 1.6 ．

【解析】 非负整数包括零和正整数； π 不是有理数．

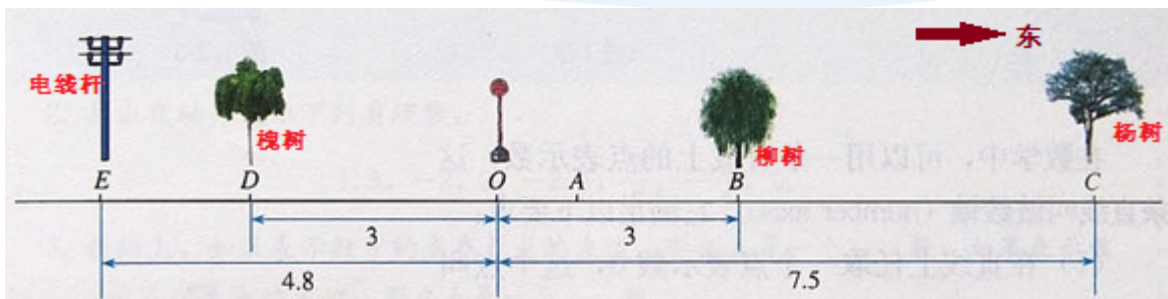
【标注】 【知识点】有理数的分类

3. 数轴

问题：在一条东西向的马路上，有一个汽车站牌，站牌东 3 m 和 7.5 m 处分别有一棵柳树和一棵杨树，站牌西 3 m 和 4.8 m 处分别有一棵槐树和一根电线杆，

从上面的描述中，你能快速说出槐树与电线杆、槐树与柳树的位置关系和距离吗？

如果不容易回答，那我们可以尝试画图先表示出站牌、这三棵树及电线杆、再回答：



【备注】【教学建议】

1. 此处教师可以提问学生一些问题、来启发学生画图：

(1) 上面这样的文字描述并不简明，也无法进一步找出树与树、树与电线杆之间的位置关系、解决上面的距离问题，而画图说明是很容易的；

(2) 问：东西向的马路可以画出什么图形来表示？（答：直线）

问：上面情境中的树和电线杆都是从什么点出发来描述的？（答：站牌）它在这个问题中起到什么作用呢？（答：基准点）

问：接下来，如果我们遵循地图规定的方向（左西右东、上北下南），如何在表示马路的直线上找到表示柳树的位置呢？（答：向右数一定距离——比如3厘米、描出一点即可表示柳树的位置）

问：能继续表示其他树和电线杆的位置吗？在这个过程中你都依据什么来确定它们的位置？（答：方向、与站牌的距离）。

2. 槐树在电线杆东边、距离 1.8 m，槐树在柳树西边、距离 6 m。

【课堂实践】

之所以设计槐树与电线杆、槐树与柳树的位置距离的问题就是要让学生感受到画图表示的好处，一般情况下学生很难仅仅通过文字描述直接看出答案，而画图能直观表示、因此能帮助学生快速理清位置关系、数清距离。因此这个环节教师要给学生一定思考的时间、鼓励学生自主动手画图或根据画出的图来回答问题。

由前面我们对正负数的学习可知正负数可以表示具有相反意义的量，那么上面的情境中有没有能用正负数表示的位置呢？有没有能用 0 表示的位置呢？请尝试写出。

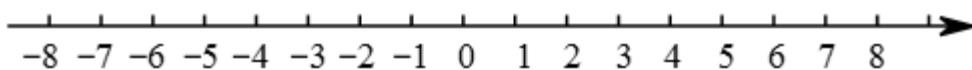
【备注】【教学建议】

由 0 的分界作用、我们可以用 0 来表示站牌的位置；以向东为正，柳树的位置可以用 3 表示、杨树的位置可以用 7.5 表示、槐树的位置可以用 -3 表示、电线杆的位置可以用 -4.8。也就是说，我们可以用直线及其上的点来表示数。

数轴的概念

数轴：规定了原点、正方向和单位长度的直线。

如下图，



【注意】

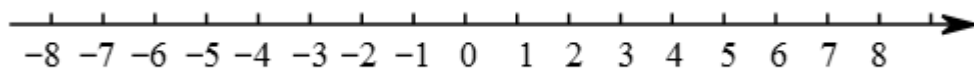
- (1) 原点、正方向、单位长度称为数轴的**三要素**，三者缺一不可。
- (2) 单位长度和长度单位是两个不同的概念，前者指所取度量单位的长度，后者指所取度量单位的名称，即单位长度是一条人为规定的代表“1”的线段，这条线段可长可短，按实际情况来规定，同一数轴上的单位长度一旦确定，则不能再改变。

数轴的画法

数轴的画法可分为四个步骤：

- (1) 画一条水平的直线；
- (2) 在直线上适当选取一点为原点；
- (3) 确定向右为正方向，用箭头表示出来（箭头标在画出部分的最右边）；
- (4) 根据需要，选取适当的长度作为单位长度，从原点向右、向左每隔一个单位长度取一点，依次标为1, 2, 3, ..., -1, -2, -3, ...。

【备注】 【教学建议】



以上步骤请教师带学生完成，画出如图数轴，最后检查学生画的数轴是否正确。

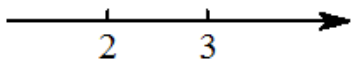
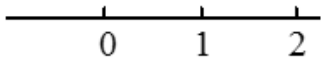
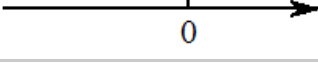
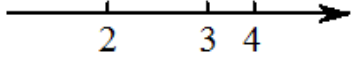
经典例题5

请判断下列图中的数轴是否正确，如不正确请描述错因：

	是否正确	错因

【答案】

	是否正确	错因

	错	没有原点
	错	没有正方向
	错	没有单位长度
	错	单位长度不统一

【解析】见答案

【标注】【知识点】数轴

思路梳理

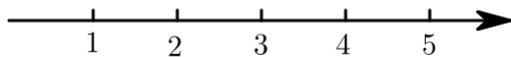
知识点：

- 1、_____
- 2、_____
- 3、_____

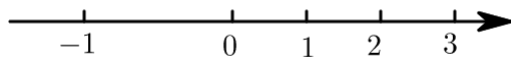
|| 题目练习5

如图所示的图形为四位同学画的数轴，其中正确的是（ ）。

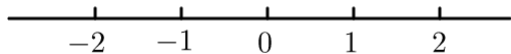
A.



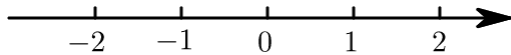
B.



C.



D.



【答案】D

【解析】A．没有原点，故A错误；

B．单位长度不统一，故B错误；

C．没有正方向，故C错误；

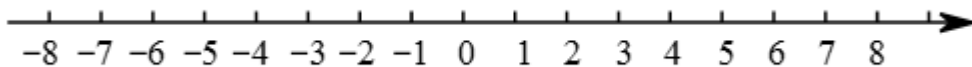
D．符合数轴的概念，故D正确．

故选D.

【标注】 【知识点】数轴

🔗 用数轴比较有理数的大小

数轴是“数”“形”结合的工具，用数轴上的一些点可以表示有理数：



比如，在原点的左边、与原点的距离是2个单位长度的点表示数 -2；

分数或小数也可以用数轴上的点表示，比如在原点的右边、与原点的距离是2.5个单位长度的点表示数 2.5（这个点位于表示数2、数3的这两点正中间）。

同样地，任何一个有理数都可以用数轴上的点表示。正有理数可以用原点右边的点表示，负有理数可以用原点左边的点表示，零用原点表示。

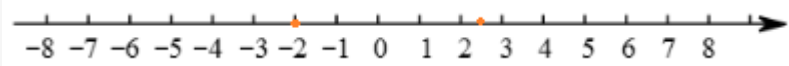
所以，在数轴上右边的点所对应的数总比左边的点所对应的数 大。

【易错点津】

任何一个有理数都可以用数轴上的点来表示，但数轴上的点并不都表示有理数，如数轴上表示 π 的点表示的就不是有理数，因为 π 是无限不循环小数，不是有理数。

【备注】 【教学建议】

1. 零是正数和负数的分界点，相应地原点也把数轴上表示正数的部分和表示负数的部分分开。
2. 以上在数轴上找到表示数 -2 、数 -2.5 的点请教师一定要展示、建议用红点描出，比如像下面这样。



【知识补充】

1. 一般地，对正数 a ($a > 0$) 数轴上表示数 a 的点在原点的右边，到原点的距离是 a 个单位长度；对负数 a ($a < 0$) 数轴上表示数 a 的点在原点的左边，到原点的距离是 $-a$ 个单位长度。
2. 因此，在数轴上与原点的距离相等的点有两个，要特别注意的是距离都是非负数。
3. 数轴上的点与实数——对应、而不是与有理数——对应，
比如可以让基础较好的学生思考，怎么在数轴上找 π ：取一个直径为1的圆，它的周长就是 π ，让圆从原点出发，绕数轴滚一圈，到达的终点就表示数 π ；其他无理数也可以表示。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/576155025233010103>