# 2022-2023学年山东省烟台市莱山区八年级（下）期末数学试卷（五四学制）

一、选择题（本大题共10小题，共30.0分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

1. 下列方程中，关于$x$的一元二次方程是( )

A. $(x+1)^2=2(x+1)$　　B. $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}-2=0$

C. $ax^2+bx+c=0$　　D. $x^2+2x=x^2-1$

2. 关于某个函数的表达式，小明、小刚和小华三位同学都正确地说出了该函数的一个特征．

小明：函数图象经过$(1,1)$；

小刚：函数图象经过第三象限；

小华：当$x>0$时，$y$随$x$增大而减小．则这个函数表达式是( )

A. $y=x$　　B. $y=\frac{1}{x}$　　C. $y=-\frac{1}{x}$　　D. $y=x^2$

3. 下列计算正确的是( )

A. $\sqrt{4+9}=2+3$　　B. $(\sqrt{-3})^2=3$

C. $\sqrt{(-3)^2}=-3$　　D. $4\sqrt{3}-3\sqrt{3}=\sqrt{3}$

4. 秦兵马俑的发现被誉为“世界第八大奇迹”，兵马俑的眼睛到下巴的距离与头顶到下巴的距离之比约为$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，下列估算正确的是( )

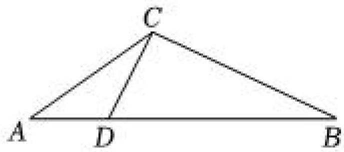
A. $0 < \frac{\sqrt{5}-1}{2} < \frac{2}{5}$　　B. $\frac{2}{5} < \frac{\sqrt{5}-1}{2} < \frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2} < \frac{\sqrt{5}-1}{2} < 1$　　D. $\frac{\sqrt{5}-1}{2} > 1$

5. 若点$A(1, y_1)$，$B(-2, y_2)$，$C(-3, y_3)$都在反比例函数$y = \frac{6}{x}$的图象上，则$y_1$，$y_2$，$y_3$的大小关系为(    )

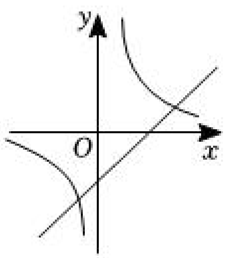
A. $y_1 > y_2 > y_3$　B. $y_1 > y_3 > y_2$　C. $y_3 > y_2 > y_1$　D. $y_2 > y_1 > y_3$

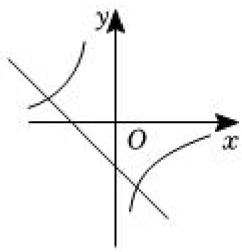
6. 如图，在$\triangle ABC$中，$D$是$AB$边上的点，$\angle B = \angle ACD$，$AB = 4AD = 4$，则$AC$的长为(    )

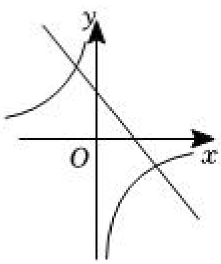


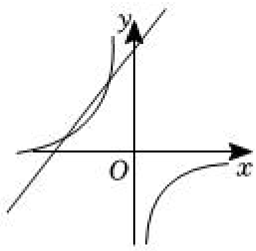

A. 1.5　B. 2　C. 2.5　D. $\sqrt{3}$

7. 一次函数$y = kx + k^2 + 1$与反比例函数$y = -\frac{k}{x}$在同一平面直角坐标系中的图象可能是(    )

A. 


B. 


C. 


D. 


8. 某学校计划在一块长 8 米，宽 6 米的矩形草坪中央划出面积为 30 平方米的矩形地块栽花，使这矩形地块四周的留地宽度都一样，求这宽度应为多少？设矩形地块四周的留地宽度为$x$米，根据题意，下列方程不正确的是(    )

A. $48 - (16x + 12x - 4x^2) = 30$

B. $16x + 2x(6 - 2x) = 18$

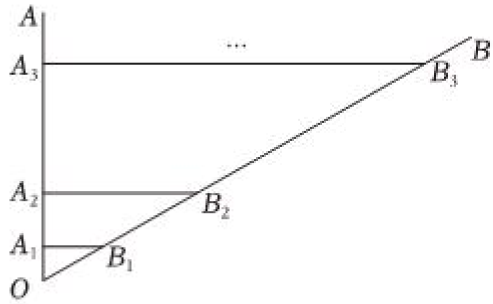
C. $48 - x(8 - x) - x(6 - x) - 4x^2 = 30$

D. $(8 - 2x)(6 - 2x) = 30$

9. 若关于$x$的一元二次方程$x^2-2mx+m^2-4m-1=0$有两个实数根$x_1$，$x_2$且满足$(x_1+2)(x_2+2)-2x_1x_2+4=0$，则$m$的值为(　)

A. 9 或$-1$　　B. 1 或 8　　C. 9　　D. $-1$

10. 如图，$\angle AOB=60°$，点$A_1$在射线$OA$上，且$OA_1=1$，过$A_1$点作$A_1B_1\perp OA$交射线$OB$于$B_1$，在射线$OA$上截取$A_1A_2$，使$A_1A_2=A_1B_1$；过点$A_2$作$A_2B_2\perp OA$交射线$OB$于$B_2$，在射线$OA$上截取$A_2A_3$，使$A_2A_3=A_2B_2$.按照此规律，线段$A_{2023}B_{2023}$的长为(　)




A. $(\sqrt{3}+1)^{2022}$　B. $\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)^{2022}$ C. $(\sqrt{3}+1)^{2023}$　D. $\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)^{2023}$

**二、填空题（本大题共 8 小题，共 24.0 分）**

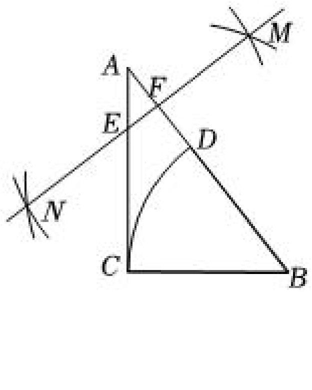
11. 如果式子$\sqrt{x+1}+x^0$有意义，那么$x$的取值范围是______ .

12. 若关于$x$的方程$x^2+x+c=0$有两个相等的实数根，则实数$c$的值为______.

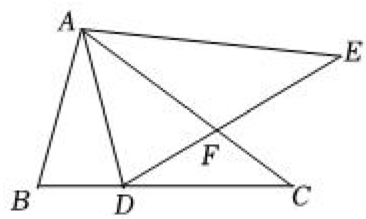
13. 我们把形如$a\sqrt{x}+b(a,b$为有理数，$\sqrt{x}$为最简二次根式)的数叫做$\sqrt{x}$型无理数，如$3\sqrt{5}+1$是$\sqrt{5}$型无理数，则$(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$是______ 型无理数.

14. 在平面直角坐标系中，以原点为位似中心，将$\triangle ABC$放大为原来的 4 倍得到$\triangle A'B'C'$，若点$A$的坐标为$(2.5,4)$，则$A'$的坐标为______ .

15. 如图，在$\triangle ABC$中，$BC=3$，$AC=4$，$\angle C=90°$，以点$B$为圆心，$BC$长为半径画弧，与$AB$交于点$D$，再分别以$A$、$D$为圆心，大于$\frac{1}{2}AD$的长为半径画弧，两弧交于点$M$、$N$，作直线$MN$，分别交$AC$、$AB$于点$E$、$F$，则$AE$的长为______ .

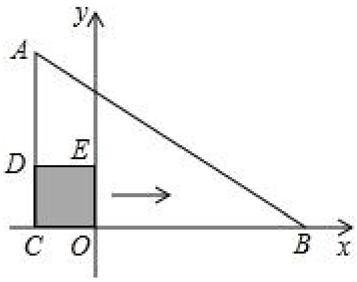



16. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB<AC$，将$\triangle ABC$以点$A$为中心逆时针旋转得到$\triangle ADE$，点$D$在$BC$边上，$DE$交$AC$于点$F$.下列结论：①$\triangle AFE\backsim\triangle DFC$；②$DA$平分$\angle BDE$；③$\angle CDF=\angle BAD$

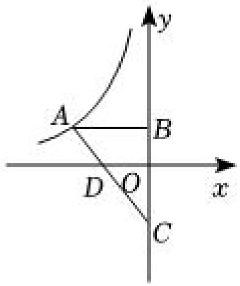


其中正确结论的序号是______ .

17. 如图，在△$ABC$中，$\angle ACB=90°$，边$BC$在$x$轴上，顶点$A$，$B$的坐标分别为$(-2,6)$和$(7,0)$.将正方形$OCDE$沿$x$轴向右平移，当点$E$落在$AB$边上时，点$D$的坐标为______.




18. 如图，点$A$是反比例函数$y=\frac{k}{x}$图象上一点，$AB\perp y$轴于点$B$，$C$是$y$轴负半轴上一点，且满足$\frac{OC}{CB}=\frac{2}{3}$,连接$AC$交$x$轴于点$D$,若$S_{\triangle ABC}=9$，则$k=$______ .




**三、解答题（本大题共 8 小题，共 66.0 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）**

19. (本小题 6.0 分)

计算：

(1)$\sqrt{18}-\sqrt{3}\times\sqrt{\frac{2}{3}}$;

(2)$|-\sqrt{3}|-\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{2}{\sqrt{3}-1}-\sqrt{12}$.

20. (本小题 6.0 分)

解方程：

(1)$(2x+3)^2=(3x+2)^2$；

(2)$2x^2-3x-2=0$.

21. (本小题 6.0 分)

阅读下列材料：

解方程：$x^2+2x+4\sqrt{x^2+2x}-5=0$.

分析：我们可以用“换元法”解方程.

解：设$\sqrt{x^2+2x}=t(t\geq 0)$，则$x^2+2x=t^2$原方程可化为：$t^2+4t-5=0$ 请你将剩下的解题过程补充完整，并求出$x$的值.


22.　(本小题 6.0 分)

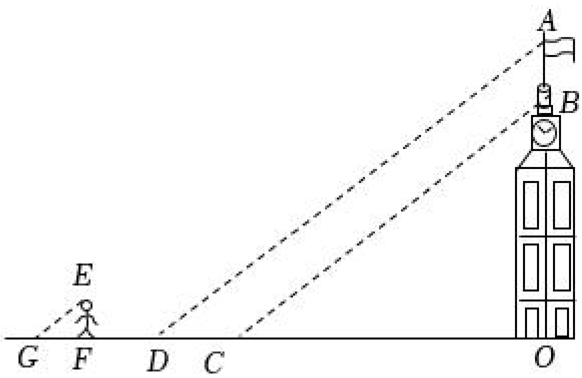
公元前 3 世纪，古希腊科学家阿基米德发现了著名的“杠杆定律”，小明利用此定律，要制作一个杠杆撬动一块大石头，已知阻力和阻力臂不变，分别为 $1200N$和 $0.5m$.

(1)动力$F$与动力臂$l$有怎样的函数关系？当动力臂为 $1.5m$时，撬动石头至少要多大的力？

(2)若想使动力$F$不超过(1)题中所用力的一半，则动力臂至少要加长多少？

23.　(本小题 8.0 分)

小明和小华利用阳光下的影子来测量一建筑物顶部旗杆的高．如图所示，在某一时刻，他们在阳光下，分别测得该建筑物$OB$的影长$OC$为 16 米，$OA$的影长$OD$为 20 米，小明的影长$FG$为 2.4 米，其中$O$、$C$、$D$、$F$、$G$五点在同一直线上，$A$、$B$、$O$三点在同一直线上，且$AO\perp OD$，$EF\perp FG$.已知小明的身高$EF$为 1.8 米，求旗杆的高$AB$.



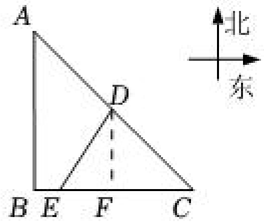

24.　(本小题 8.0 分)

如图，某海军基地位于$A$处，在其正南方向 200 海里处有一重要目标$B$，在$B$的正东方向 200 海里处有一重要目标$C$，小岛$D$位于$AC$的中点，岛上有一补给码头；小岛$F$位于$BC$的中点，一

艘军舰从$A$出发，经$B$到$C$匀速巡航，一般补给船同时从$D$出发，沿南偏西方向匀速直线航行，欲将一批物品送达军舰.

(1)小岛$D$和小岛$F$相距多少海里？

(2)已知军舰的速度是补给船的 2 倍，军舰在由$B$到$C$的途中与补给船相遇于$E$处，那么相遇时补给船航行了多少海里？(结果精确到 0.1 海里，参考数据，$\sqrt{6} \approx 2.45$)




25. (本小题 12.0 分)

【问题提出】

某数学兴趣小组展示项目式学习的研究主题：已知四边形$ABCD$，点$E$为$AB$上的一点，$EF \perp AB$，交$BD$于点$F$、将$\triangle EBF$绕点$B$顺时针旋转$\alpha(0° < \alpha < 90°)$得到$\triangle E'BF'$，探究$DF'$与$AE'$的数量关系.

【问题探究】

探究一：若四边形$ABCD$为正方形

(1)如图 1，正方形$ABCD$中，点$E$为$AB$上的一点，$EF \perp AB$交$BD$于点$F$.则$\frac{DF}{AE}$的值为______ ；

(2)如图 2.将图 1 中的$\triangle EBF$绕点$B$顺时针旋转$\alpha(0° < \alpha < 90°)$得到$\Delta E'B'F'$，连接$AE'$、$DF'$，试求$\frac{DF'}{AE'}$的值；

探究二：若四边形$ABCD$为矩形

如图 3，矩形$ABCD$中，点$E$为$AB$上的一点，$EF \perp AB$交$BD$于点$F$，$BC = \sqrt{2}AB$；

(3)将图 3 中的$\triangle EBF$绕点$B$顺时针旋转$\alpha(0° < \alpha < 90°)$得到$\triangle E'BF'$，连接$AE'$、$DF$.请在图 4 中补全图形，并探究此时$\frac{DF'}{AE'}$的值；

【联系拓广】

(4)如图 3，矩形$ABCD$中，若$BC = mAB$，其它条件都不变，将$\triangle EBF$绕点$B$顺时针旋转$\alpha(0° <$

$\alpha < 90°$)得到$\triangle E'BF'$，连接$AE'$、$DF'$.请直接写出$\frac{DF'}{AE'}$的值.

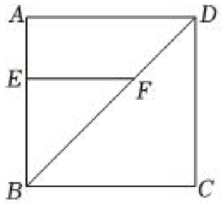



图 1

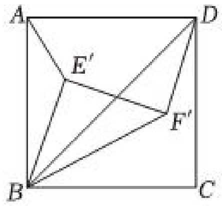



图 2

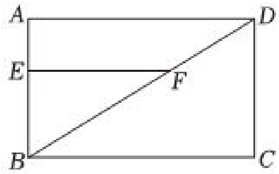



图 3

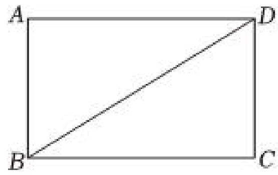



图 4

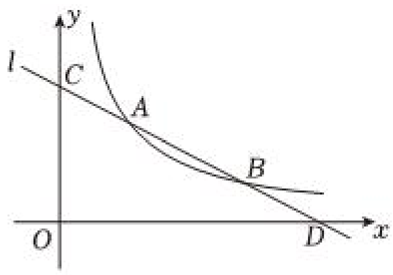
26.　(本小题 14.0 分)

平面直角坐标系中，反比例函数$y=\frac{k}{x}(x>0)$的图象经过点$A(2,3)$，$B(6,a)$，直线$l$: $y=mx+n$经过$A$，$B$两点，直线$l$分别交$x$轴，$y$轴于$D$，$C$两点.

(1)求反比例函数与一次函数的解析式；

(2)当直线$l$向下平移$b$个单位时，与$y=\frac{k}{x}(x>0)$的图象有唯一交点，求$b$的值；

(3)在$y$轴上是否存在一点$Q$，使得以$A$，$C$，$Q$为顶点的三角形与$\triangle CDO$相似？若存在，请求出点$Q$的坐标；若不存在，请说明理由.



# 答案和解析

1.【答案】$A$

【解析】

【分析】

此题考查了一元二次方程的定义，熟练掌握一元二次方程的定义是解本题的关键.

利用一元二次方程的定义判断即可.

【解答】

解：下列方程中，关于$x$的一元二次方程是$(x+1)^2=2(x+1)$，

故选：$A$.

2.【答案】$B$

【解析】解：把点$(1,1)$分别代入四个选项中的函数表达式，可得，选项$C$不符合题意；

又函数图象经过第三象限，而$y=x^2$只经过第一、二象限，故选项$D$不符合题意；

对于函数$y=x$，当$x>0$时，$y$随$x$的增大而增大，故选项$A$不符合题意.

故选：$B$.

结合给出的函数的特征，在四个选项中依次判断即可.

本题主要考查一次函数，反比例函数及二次函数的性质，根据题中所给特征依次排除各个选项，排除法是中考常用解题方法.

3.【答案】$D$

【解析】解：$A.\because \sqrt{4+9}=\sqrt{13}$，$2+3=5=\sqrt{25}$，

$\therefore \sqrt{4+9}\neq 2+3$，故本选项不符合题意；

$B.-3<0$，所以$\sqrt{-3}$没有意义，故本选项不符合题意；

$C.\sqrt{(-3)^2}=3$，故本选项不符合题意；

$D.4\sqrt{3}-3\sqrt{3}=\sqrt{3}$，故本选项符合题意；

故选：$D$.

先根据二次根式的性质和二次根式的减法法则进行计算，再根据求出的结果找出选项即可.

本题考查了二次根式的混合运算，能正确根据二次根式的运算法则进行计算是解此题的关键.

4.【答案】$C$

【解析】

【分析】

本题考查了无理数的估算，熟练运用算术平方根进行比较是解题的关键.

先根据 $4 < 5 < 9$，$2 < \sqrt{5} < 3$，推出 $1 < \sqrt{5} - 1 < 2$，所以$\frac{1}{2} < \frac{\sqrt{5}-1}{2} < 1$，即可得出答案.

【解答】

解：$\because 4 < 5 < 9$，

$\therefore 2 < \sqrt{5} < 3$，

$\therefore 1 < \sqrt{5} - 1 < 2$，

$\therefore \frac{1}{2} < \frac{\sqrt{5}-1}{2} < 1$.

故选：$C$.

5.【答案】$B$

【解析】解：$\because$点$A(1, y_1)$，$B(-2, y_2)$，$C(-3, y_3)$都在反比例函数$y = \frac{6}{x}$的图象上，

$\therefore y_1 = 6$，$y_2 =- 3$，$y_3 =- 2$，

$\therefore y_1 > y_3 > y_2$.

故选：$B$.

根据反比例函数图象上点的坐标特征，把三个点的坐标分别代入解析式计算出$y_1$，$y_2$，$y_3$的值，然后比较大小即可.

本题考查了反比例函数图象上点的坐标特点，理解题意，求出$y_1$，$y_2$，$y_3$的值是解题关键，本题也可以利用反比例函数的性质求解.

6.【答案】$B$

【解析】解：$\because \angle B = \angle ACD$，$\angle A = \angle A$，

$\therefore \triangle ABC = \triangle ACD$，

$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD}$,

$\because AB = 4AD = 4$，

$\therefore AD = 1$，

$\therefore AC^2 = 4$，

解得：$AC = 2$(负值舍去).

故选：$B$.

先证明$\triangle ABC = \triangle ACD$，再求出$AD = 1$，最后代入$\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD}$求值即可.

本题考查了相似三角形的判定和性质，熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键.

7.【答案】$D$

【解析】解：$\because$一次函数$y = kx + k^2 + 1$中，$k^2 + 1 > 0$，

$\therefore$直线与$y$轴的交点在正半轴，故$A$、$B$不合题意，$C$、$D$符合题意，

$C$、由一次函数的图象过一、二、四象限可知$k < 0$，由反比例函数的图象在二、四象限可知$k > 0$，两结论相矛盾，故选项$C$错误；

$D$、由一次函数的图象过一、二、三象限可知$k > 0$，由反比例函数的图象在二、四象限可知$k > 0$，故选项$D$正确；

故选：$D$.

分别根据反比例函数及一次函数图象的特点对各选项进行逐一分析即可.

本题考查的是一次函数与反比例函数图象的特点，熟知一次函数与反比例函数的性质是解答此题的关键.

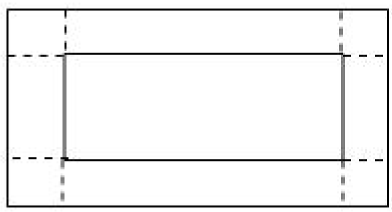
8.【答案】$C$

【解析】解：中央长方形地的面积$= (8 - 2x)(6 - 2x) = 30$，故$D$符合题意；

中央长方形地的面积=大长方形的面积$-$(上下两个大长方形的面积+左右两个大长方形的面积$-4$个小正方形的面积)，

即中央长方形地的面积$= 48 - (16x + 12x - 4x^2) = 30$，故$A$符合题意；

中央长方形地的面积=上下两个大长方形的面积+左右两个小长方形的面积，



即中央长方形地的面积$= 16x + 2x(6 - 2x) = 18$，故$B$符合题意；

故选：$C$.

根据题意，结合每一个选项，利用面积30分别列出等式即可.

本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，理解题意是解题的关键．

9.【答案】$C$

【解析】解：$\because$方程$x^2-2mx+=0$ 有两个实数根，

$\therefore \Delta=(-2m)^2-4(m^2-4m-1)=16m+4\geq 0$，

解得：$m\geq -\frac{1}{4}$，

$\because$原方程的两个实数根为$x_1$、$x_2$，

$\therefore x_1+x_2=2m$，$x_1x_2=m^2-4m-1$，

$\because (x_1+2)(x_2+2)-2x_1x_2+4=0$，

$\therefore x_1x_2+2(x_1+x_2)+4-2x_1x_2+4=0$，

$\therefore 2(x_1+x_2)-x_1x_2+8=0$，

$\therefore 4m-m^2+4m+1+8=0$，即$m^2-8m-9=0$，

解得：$m_1=9$，$m_2=-1$(舍去)．

故$m$的值是 9．

故选：$C$．

利用判别式得出$m$的取值范围，利用根与系数的关系得到$x_1+x_2=2m$，$x_1x_2=m^2-4m-1$，把$(x_1+2)(x_2+2)-2x_1x_2+4=0$ 变形得到 $2(x_1+x_2)-x_1x_2+8=0$，整体代入得到关于$m$的方程，解方程即可求解．

本题考查了根与系数的关系：若$x_1$，$x_2$是一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$的两根时，$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$.也考查了根的判别式．

10.【答案】$B$

【解析】解：$\because \angle AOB=60°$，且$OA_1=1$，$A_1B_1\perp OA$，

$\therefore A_1B_1=\sqrt{3}$，

$\therefore A_1A_2=A_1B_1=\sqrt{3}$，

同理：$OA_2=1+\sqrt{3}$，

$A_2B_2=\sqrt{3}(1+\sqrt{3})$，

$OA_3=OA_2+A_2B_2=1+\sqrt{3}+\sqrt{3}(1+\sqrt{3})=(1+\sqrt{3})^2$，

同理：$A_3B_3=\sqrt{3}(1+\sqrt{3})^2$，