专题 4.2　比较线段的长短【十大题型】

【北师大版】

题型梳理

【题型 1　线段中点的有关计算】.....1
【题型 2　线段的和差】.....4
【题型 3　线段的数量关系】.....8
【题型 4　简单线段的长短比较】.....11
【题型 5　两点间的距离】.....15
【题型 6　线段 n 等分点的有关计算】.....18
【题型 8　线段中的动点问题】.....26
【题型 9　尺规作线段】.....31
【题型 10 线段中的对折问题】.....33

举一反三

【知识点　比较线段的长短】

（1）两点的所有连线中，线段最短。 简称：两点之间，线段最短。

连接两点间的线段的长度，叫做这两点的距离。

（2）线段的中点：线段上的一个点把线段分成相等的两条线段，这个点叫做线段的中点.

【题型 1　线段中点的有关计算】

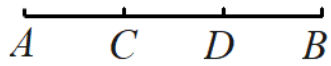
【例 1】（2023 春·山东烟台·七年级统考期中）已知线段$AB=12\text{cm}$，点 C 为直线AB上一点，且$AC=4\text{cm}$，点 D 为线段BC的中点，则线段AD的长为（　　）

A．4cm　　B．8cm　　C．4cm 或 6cm　　D．4cm 或 8cm

【答案】D

【分析】分两种情况考虑：点 C 在线段AB上，点 C 以线段BA的延长线上；利用中点的意义及线段的和差关系即可求得线段AD的长.

【详解】①当点 C 在线段AB上时，如图



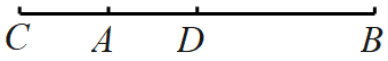
则$BC=AB-AC=12-4=8(\text{cm})$

∵点 D 为线段BC的中点

$\therefore CD=\frac{1}{2}BC=4\text{cm}$

$\therefore AD=AC+CD=4+4=8(\text{cm})$

②点 C 以线段BA的延长线上时，如图



则$BC=AB+AC=12+4=16(\text{cm})$

∵点 D 为线段 BC 的中点

$\therefore CD=\frac{1}{2}BC=8\text{cm}$

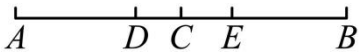
$\therefore AD=CD-AC=8-4=4(\text{cm})$

综上所述，AD的长为 4cm 或 8cm

故选：D

【点睛】本题考查了中点的含义、线段的和差运算，注意分类讨论.

【变式 1-1】（2023 秋·福建三明·七年级统考期中）如图，C 是 AB 的中点，点 D，E 分别在 AC，BC 上，且$AD+BE=8$，$AE+BD=12$，则 CB 的长为_____.



【答案】5

【分析】由线段和差关系可求DE，AB，由中点的性质可求解.

【详解】解：∵$AD+BE+DE=AB$，$AE+BD-DE=AB$，

$\therefore 8+DE=AB$，$12-DE=AB$，

$\therefore DE=2$，$AB=10$，

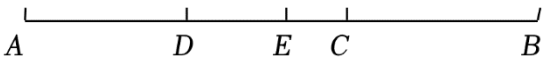
∵C是AB的中点，

$\therefore CB=\frac{1}{2}AB=5$.

故答案为：5.

【点睛】本题考查了线段和差与中点的性质和应用，熟练掌握线段和差倍分的计算是解题的关键.

【变式 1-2】（2023 秋·山东德州·七年级统考期末）如图，已知点C为线段AB上一点，$AC=12\text{cm}$，$CB=8$ cm，D、E分别是AC、AB的中点．求：



(1)求AD的长度；

(2)求DE的长度；

(3)若M在直线AB上，且$MB=6\text{cm}$，求AM的长度．

【答案】(1)6cm

(2)4cm

(3)26cm或14cm

【分析】（1）直接根据D是AC的中点可得答案；

（2）先求出AB的长，然后根据E是AB的中点求出AE，做好应$AE-AD$即为DE的长；

（3）分M在点B的右侧、M在点B的左侧两种情况进行计算即可．

【详解】（1）解：由线段中点的性质$AD=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 12=6\text{cm}$；

（2）由线段的和差，得$AB=AC+BC=12+8=20\text{cm}$，

由线段中点的性质，得$AE=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 20=10\text{cm}$，

由线段的和差，得$DE=AE-AD=10-6=4\text{cm}$；

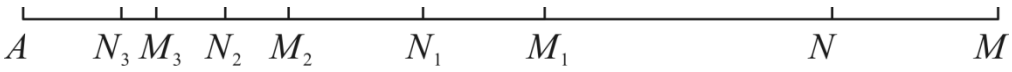
（3）当M在点B的右侧时，$AM=AB+MB=20+6=26\text{cm}$，

当M在点B的左侧时，$AM=AB-MB=20-6=14\text{cm}$，

∴AM的长度为26cm或14cm．

【点睛】本题考查了关于线段的中点的计算，线段的和与差的计算，读懂题意熟练运用线段的和差倍分是解本题的关键．

【变式 1-3】（2023 秋·江苏徐州·七年级校考期末）如图，点 M 在线段 AN 的延长线上，且线段$MN=10$，第一次操作：分别取线段AM和AN的中点M_1、N_1；第二次操作：分别取线段AM_1和AN_1的中点M_2，N_2；第三次操作：分别取线段AM_2和AN_2的中点M_3，N_3；…连续这样操作 2023 次，则每次的两个中点所形成的所有线段之和$M_1N_1+M_2N_2+\cdots+M_{2023}N_{2023}=$（　）



A．$10+\frac{5}{2^{2022}}$　　B．$10+\frac{5}{2^{2023}}$　　C．$10-\frac{5}{2^{2022}}$　　D．$10-\frac{5}{2^{2023}}$

【答案】C

【分析】根据$MN=10$，M_1、N_1分别为AM、AN的中点，求出M_1N_1的长度，再由M_1N_1的长度求出M_2N_2的长度，找到M_nN_n的规律即可求出$M_1N_1+M_2N_2+\cdots+M_{2023}N_{2023}$的值．

【详解】解：∵$MN=10$，M_1、N_1分别为AM、AN的中点，

∴$M_1N_1=AM_1-AN_1=\frac{1}{2}AM-\frac{1}{2}AN=\frac{1}{2}(AM-AN)=\frac{1}{2}MN=\frac{1}{2}\times10=5$，

∵M_2、N_2分别为AM_1、AN_1的中点，

∴$M_2N_2=AM_2-AN_2=\frac{1}{2}AM_1-\frac{1}{2}AN_1=\frac{1}{2}(AM_1-AN_1)=\frac{1}{2}M_1N_1=\frac{1}{2}\times5=\frac{5}{2}$，

∵M_3、N_3分别为AM_2、AN_2的中点，

∴$M_3N_3=AM_3-AN_3=\frac{1}{2}AM_2-\frac{1}{2}AN_2=\frac{1}{2}(AM_2-AN_2)=\frac{1}{2}M_2N_2=\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}=\frac{5}{2^2}$，

……

由此可得：$M_nN_n=\frac{5}{2^{n-1}}$，

∴$M_1N_1+M_2N_2+\cdots+M_{2023}N_{2023}=5+\frac{5}{2}+\frac{5}{2^2}+\cdots+\frac{5}{2^{2022}}=10\times\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^{2023}}\right)=10\times\left(1-\frac{1}{2^{2023}}\right)$

$=10-\frac{5}{2^{2022}}$，

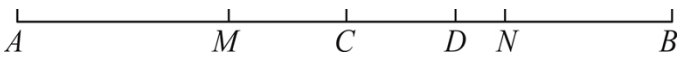
故选 C.

【点睛】本题考查线段中点的有关计算，有理数的简便运算，相对较难，根据题意找出规律是解题的关键.

【题型 2　线段的和差】

【例 2】（2023 秋·江西上饶·七年级统考期末）如图，C、D 是线段AB上两点，M、N 分别是线段AD、BC的中点，下列结论：①若$AD=BM$，则$AB=3BD$；②若$AC=BD$，则$AM=BN$；③$AC-BD=2(MC-DN)$；④$2MN=AB-CN$.

其中正确的结论是（　）



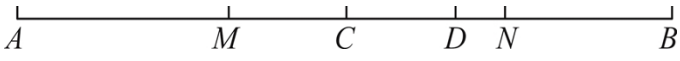
A．①②③　　B．③④　　C．①②④　　D．①②③④

【答案】A

【分析】根据线段中点的定义与线段的和差结合图形逐一进行分析即可.

【详解】解：如图，∵M、N 分别是线段AD、BC的中点，

∴$AM=MD=\frac{1}{2}AD$，$CN=BN=\frac{1}{2}BC$，



∵$AD=BM$，

$\therefore AD=MD+BD$，

$\therefore AD=\frac{1}{2}AD+BD$，

$\therefore AD=2BD$，

$\therefore AD+BD=2BD+BD=3BD$，即$AB=3BD$，故①符合题意；

$\because AC=BD$，

$\therefore AD=BC$，

$\therefore \frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}BC$，

$\therefore AM=BN$，故②符合题意；

$\because AC-BD=AD-CD-BD=AD-(CD+BD)=AD-BC$，

$\therefore AC-BD=2MD-2CN=2(MD-CN)=2(MC+CD-CD-DN)=2(MC-DN)$ ，故③符合题意；

$\because 2MN=2MC+2CN$，$MC=MD-CD$，

$\therefore 2MN=2(MD-CD)+2CN=2(MD+CN-CD)$，

$\because MD=\frac{1}{2}AD$，$CN=\frac{1}{2}BC$，

$\therefore 2MN=2\left(\frac{1}{2}AD+\frac{1}{2}BC-CD\right)$

$=AD-CD+BC-CD$

$=AC+BD$

$=AB-CD$，故④不符合题意，

故选：A.

【点睛】本题考查了线段的和差运算，能够利用中点的性质及线段的和差关系求解一些线段之间的关系是解本题的关键.

【变式 2-1】（2023 春·山东济南·七年级校考阶段练习）两根木条，一根长 10cm，另一根长8cm，将它们一端重合且放在同一条直线上，此时两根木条的中点之间的距离为_____cm.

【答案】1 或 9

【分析】设$AC=8\text{cm}$，$AB=10\text{cm}$，根据题意分两种情况：①如图 1，两根木条如图放置，有一端重合，根据点E是AC的中点，点D是AB的中点，可得$AE=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 8=4$，$AD=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 10=5$，再由$ED=AE+AD$即可得出答案；②如图 2，两根木条如图放置，有一端重合，根据点E是AC的中点，点D是AB的中点，可得$AE=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 8=4$，$AD=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 10=5$，再由$ED=AD-AE$即可得出答案.

【详解】解：设$AC=8\text{cm}$，$AB=10\text{cm}$，根据题意，

①如图 1，

∵点E是AC的中点，点D是AB的中点，

$\therefore AE=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 8=4$，$AD=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 10=5$，

$\therefore ED=AE+AD=4+5=9(\text{cm})$；

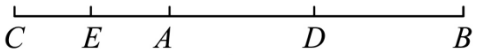


图1

②如图 2，

∵点E是AC的中点，点D是AB的中点，

$\therefore AE=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 8=4$，$AD=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 10=5$，

$\therefore ED=AD-AE=5-4=1(\text{cm})$.

综上所述，两根木条的中点之间的距离为1cm或9cm.

故答案为：1 或 9.

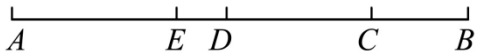
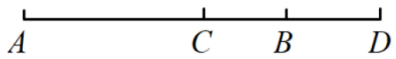


图2

【点睛】本题主要考查两点间的距离及线段的和差，中点的定义，本题运用了分类讨论和数形结合的思想方法．熟练掌握两点的距离及线段和差的计算方法是解题的关键．

【变式 2-2】（2023 秋·江苏南京·七年级校考期末）如图，C 为线段AD上一点，点 B 为CD的中点，且$AD=26\text{cm}$，$BC=6\text{cm}$.



(1)图中共有 _____条线段？

(2)求AC的长.

(3)若点 E 在直线AD上，且$EA=8\text{cm}$，求BE的长.

【答案】(1)6

(2)14cm

(3)12cm或28cm

【分析】（1）根据两点确定一条线段进行求解即可；

（2）先根据线段中点的定义求出$CD=12\text{cm}$，则$AC=AD-CD=14\text{cm}$；

（3）分当点 E 在线段AD上时，当点 E 在线段DA的延长线上时，两种情况求出CE的长即可得到答案.

【详解】（1）解：由题意得，图中的线段有：AC，BC，BD，AB，CD，AD一共 6 条，

故答案为：6；

（2）解：$\because BC=6\text{cm}$，点 B 为CD的中点，

$\therefore CD=2BC=12\text{cm}$，

$\because AD=26\text{cm}$，

$\therefore AC=AD-CD=14\text{cm}$；

（3）解：如图 1 所示，当点 E 在线段AD上时，

$\because AC=14\text{cm}$，$AE=8\text{cm}$，

$\therefore CE=AC-AE=6\text{cm}$，

$\because BC=6\text{cm}$，

$\therefore BE=BC+CE=12\text{cm}$；

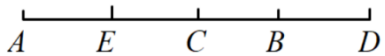


图1

解：如图 2 所示，当点 E 在线段DA的延长线上时，

$\because AC=14\text{cm}$，$AE=8\text{cm}$，

$\therefore CE=AC+AE=22\text{cm}$，

$\because BC=6\text{cm}$，

$\therefore BE=BC+CE=28\text{cm}$；

综上所述，BE的长为12cm或28cm.

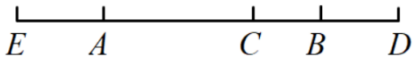
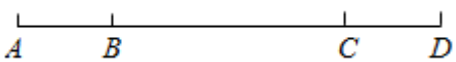


图2

【点睛】本题主要考查了线段的和差计算，与线段中点有关的线段计算，利用分类讨论的思想求解是解题的关键.

【变式 2-3】（2023 秋·安徽合肥·七年级合肥市第四十五中学校考期末）已知 B、C 在线段AD上.



(1)如图，图中共有_条线段，$AD=$_____$+$_____$-$_____；

(2)如图，若$AB:BD=2:5$．$AC:CD=4:1$．且$BC=18$，求AD的长度.

【答案】(1)6；AC,BD,BC

(2)$AD=35$

【分析】（1）根据线段的定义可求出线段的数量；根据线段的和差可可解决与AD有关的数量关系；

（2）设$AD=x$，表示出AB、AC，根据$BC=18$列方程求解即可．

【详解】（1）图中线段有：AB,AC,AD,BC,BD,CD共 6 条；

$AD=AC+BD-BC$．

故答案为：6；AC,BD,BC．

（2）设$AD=x$

因为 AB：BD=2：5，AC：CD=4：1

所以$AB=\frac{2}{5+2}BD=\frac{2}{7}x$，$AC=\frac{4}{4+1}BD=\frac{4}{5}x$

因为$AC-AB=BC$，$BC=18$

所以$\frac{4}{5}x-\frac{2}{7}x=18$

解得$x=35$

所以$AD=35$．

【点睛】本题考查了线段的定义，线段的和差，以及一元一次方程的应用，数形结合是解答本题的关键．

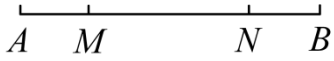
【题型 3　线段的数量关系】

【例 3】（2023 秋·江西九江·七年级统考期末）已知点 M 是线段AB上一点，若$AM=\frac{1}{4}AB$，点 N 是直线AB上的一动点，且$AN-BN=MN$，则$\frac{MN}{AB}=$_____．

【答案】1 或$\frac{1}{2}$

【分析】分两种情况：当点 N 在线段AB上，当点 N 在线段AB的延长线上，然后分别进行计算即可解答．

【详解】解：分两种情况：当点 N 在线段AB上，如图：



∵ $AN-BN=MN$，$AN-AM=MN$，

∴ $BN=AM$，

∵ $AM=\frac{1}{4}AB$，

$\therefore BN=\frac{1}{4}AB$，

$\therefore MN=AB-AM-BN=\frac{1}{2}AB$，

$\therefore \frac{MN}{AB}=\frac{1}{2}$；

当点 N 在线段AB的延长线上，如图：



$\because AN-BN=MN$，$AN-BN=AB$，

$\therefore AB=MN$，

$\therefore \frac{MN}{AB}=1$，

综上所述：$\frac{MN}{AB}$的值为 1 或$\frac{1}{2}$，

故答案为：1 或$\frac{1}{2}$.

【点睛】本题考查了两点间的距离，分两种情况进行计算是解题的关键.

【变式 3-1】（2023 秋·江苏·七年级期末）如图，C、D 是线段 AB 上两点，且$CD=3AD-2BC$，则 AC 与 BD 的关系是（　）



A．$AC=BD$　　B．$2AC=BD$　　C．$3AC=2BD$　　D．$4AC=3BD$

【答案】C

【分析】先分别表示出 AC 和 BD，即可求出两者的关系.

【详解】解：∵$AC=AD-CD=AD-3AD+2BC=2BC-2AD=2(BC-AD)$，

$BD=BC-CD=BC-3AD+2BC=3BC-3AD=3(BC-AD)$，

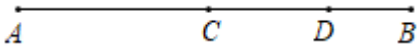
$\therefore \frac{AC}{BD}=\frac{2(BC-AD)}{3(BC-AD)}=\frac{2}{3}$，

$\therefore 3AC=2BD$，

故选：C.

【点睛】本题考查线段的计算，熟练掌握线段的和差是解题的关键.

【变式 3-2】（2023 春·上海·七年级专题练习）如图，已知点 C 为线段 AB 的中点，D 为 CB 上一点，下列关系表示错误的是（　　）



A．$CD=AC-DB$　　B．$BD+AC=2BC-CD$

C．$2CD=2AD-AB$　　D．$AB-CD=AC-BD$

【答案】D

【分析】根据图形可以明确线段之间的关系，对线段 CD、BD、AD 进行和、差转化，即可发现错误选项.

【详解】解：∵C 是线段 AB 的中点，

∴$AC=BC$，$AB=2BC=2AC$，

∴$CD=BC-BD=\frac{1}{2}AB-BD=AC-BD$；

∵$BD+AC=AB-CD=2BC-CD$；

∵$CD=AD-AC$，

∴$2CD=2AD-2AC=2AD-AB$；

∴选项 A、B、C 均正确.

而答案 D 中，$AB-CD=AC+BD$；

∴答案 D 错误符合题意.

故选：D.

【点睛】本题考查线段的和差，是基础考点，掌握相关知识是解题关键.

【变式 3-3】（2023 春·浙江·七年级期中）如图 1，

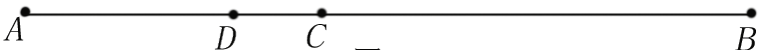


图1

AB是一条拉直的细绳，C,D两点在AB上，且$AC:BC=2:3$，$AD:BD=3:7$．则

（1）$CD:AD=$_____；

（2）若将点 C 固定，将AC折向BC，使得AC落在BC上（如图 2），再从点 D 处剪断，使细绳分成三段，分成的三段细绳的长度由小到大之比为_____.



图2

【答案】　1:3　　2:3:5

【分析】（1）根据题意$AC:BC=2:3$，可得$AC:AB=2:5$，$AC=\frac{2}{5}AB$；根据$AD:BD=3:7$，可得$AD:AB=3:10$，$AD=\frac{3}{10}AB$；$CD=AC-AD=\frac{1}{10}AB$，$CD:AD$就是$\frac{1}{10}AB:\frac{3}{10}AB$，计算求出答案即可．

（2）设对折后点 D 关于 C 点对称处为D'，被剪断两处分别是点 D 和D'，剪开的三段细绳依次是AD、DD'、$D'B$，根据对折性质$DD'=2DC$，$D'B=CB-CD'$，把AD、DD'、$D'B$的长度写成关于AB的值，比较大小后代入计算即可．

【详解】解：（1）$\because AC:BC=2:3$，$AC+CB=AB$，

$\therefore AC:AB=2:(2+3)=2:5$，

$\therefore AC=\frac{2}{5}AB$；

$\because AD:BD=3:7$，$AD+DB=AB$，

$\therefore AD:AB=3:(3+7)=3:10$，

$\therefore AD=\frac{3}{10}AB$；

$\because CD=AC-AD=\frac{2}{5}AB-\frac{3}{10}AB=\frac{1}{10}AB$，

$\therefore CD:AD=\frac{1}{10}AB:\frac{3}{10}AB=1:3$．

（2）设对折后点 D 关于 C 点对称处为D'，

被剪断两处分别是点 D 和D'，剪开的三段细绳依次是AD、DD'、$D'B$，

$\because$根据上题，$AD=\frac{3}{10}AB$；

$DD'=2DC=2\times\frac{1}{10}AB=\frac{1}{5}AB$；

$D'B=CB-CD'=CB-CD=\frac{3}{5}AB-\frac{1}{10}AB=\frac{1}{2}AB$；

$\therefore DD'<AD<D'B$．

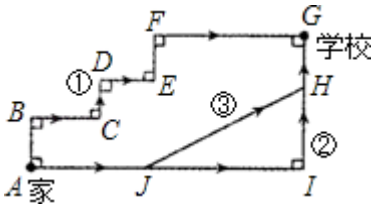
$\therefore DD':AD:D'B=\frac{1}{5}AB:\frac{3}{10}AB:\frac{1}{2}AB=2:3:5$．

故答案为：（1）1:3（2）2:3:5．

【点睛】本题考查了线段的和与差，根据比值，将每一段的长度表示成总长度的几分之几，用代数的方法代入计算是解题关键．

【题型 4　简单线段的长短比较】

【例 4】（2023 春·福建龙岩·七年级校考阶段练习）如图，小明从家到学校分别有①、②、③三条路可走：①为折线段 $ABCDEFG$，②为折线段 AIG，③为折线段 $AJHG$．三条路的长依次为 a、b、c，则（　　）



A．$a>b>c$　　B．$a=b>c$　　C．$a>c>b$　　D．$a=b<c$

【答案】B

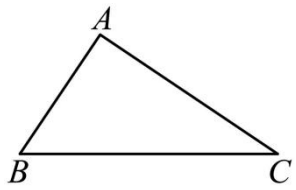
【详解】观察图形,可知:①②相等,③最短,

a、b、c 的大小关系是:a=b>c.故选 B.

【点睛】本题考查线段长短的度量、比较，根据平移的性质,两点间线段距离最短,认真观察图形,可知①②都是相当于走直角线,故①②相等,③走的是两点间的线段,最短.

【变式 4-1】（2023 秋·七年级课时练习）如图，已知三角形ABC，下列比较线段AC和AB长短的方法中，可行的有（　）

①用直尺度量出AB和AC的长度；②用圆规将线段AB叠放到线段AC上，观察点B的位置；③沿点 A 折叠，使AB和AC重合，观察点B的位置.



A．0 个　　B．1 个　　C．2 个　　D．3 个

【答案】D

【分析】①用直尺度量出AB和AC的长度，比较长度；②用圆规将线段AB叠放到线段AC上，若点 B 在线段AC上，$AB<AC$；若点 B 与点 C 重合，$AB=AC$；若点 B 在AC的延长线上，$AB>AC$；③沿点 A 折叠，使AB和AC重合，若点 B 在线段AC上，$AB<AC$；若点 B 与点 C 重合，$AB=AC$；若点 B 在AC的延长线上，$AB>AC$.

【详解】比较线段AC和AB长短的方法有：

①用直尺度量出AB和AC的长度，比较长度；

②用圆规将线段AB叠放到线段AC上，观察点B的位置，若点 B 在线段AC上，$AB<AC$；若点 B 与点 C 重合，$AB=AC$；若点 B 在AC的延长线上，$AB>AC$；

③沿点 A 折叠，使AB和AC重合，观察点B的位置，若点 B 在线段AC上，$AB<AC$；若点 B 与点 C 重合，$AB=AC$；若点 B 在AC的延长线上，$AB>AC$.

共 3 个方法.

故选：D.

【点睛】本题主要考查了比较三角形两边长短的方法，熟练掌握度量法，叠合法，是解决问题的关键，其中叠合法包括叠放法，折叠法.

【变式 4-2】（2023 秋·云南楚雄·七年级统考期末）如图，B，C在线段AD上，M是AB的中点，N是CD的中点，



(1)图中以C为端点的线段共有_____条.

(2)若$AB=CD$，

①比较线段的长短：AC_____BD；AN_____DM（填：“>”、“=”或“<”）

②若$AD=21$，$AB:BC=2:3$，求MN的长度.

【答案】(1)5

(2)①＝；＝；②15

【分析】（1）除 C 点外还有 5 个端点，即以 C 为端点的线段有 5 条；

（2）①根据题意有$AM=MB=\frac{1}{2}AB$，$CN=ND=\frac{1}{2}CD$，即有$AB+BC=CD+BC$，$AM=MB=CN=ND$，即有$AC=BD$，$AD-ND=AD-AM$，问题随之得解；②设$AB=2x$，$BC=3x$，则$CD=2x$，依题意，得$2x+3x+2x=21$，即可得$AB=6$，$BC=9$，$CD=6$，根据①：$AM=MB=\frac{1}{2}AB$，$CN=ND=\frac{1}{2}CD$，即可求解.

【详解】（1）∵除 C 点外还有 5 个端点，

∴以 C 为端点的线段有 5 条，

故答案为：5；

（2）①∵M是AB的中点，N是CD的中点，

∴$AM=MB=\frac{1}{2}AB$，$CN=ND=\frac{1}{2}CD$，

∵$AB=CD$，

∴$AB+BC=CD+BC$，$AM=MB=CN=ND$，

∴$AC=BD$，$AD-ND=AD-AM$，

∴$AN=DM$，

故答案为：＝，＝；

②设$AB=2x$，$BC=3x$，则$CD=2x$，

依题意，得$2x+3x+2x=21$，

解得$x=3$，

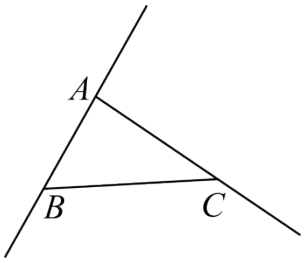
故$AB=6$，$BC=9$，$CD=6$，

∵根据①：$AM=MB=\frac{1}{2}AB$，$CN=ND=\frac{1}{2}CD$，

∴$MN=BM+BC+CN=3+9+3=15$.

【点睛】本题考查了有关线段中点的计算，一元一次方程的应用等知识，理清各线段的关系，是解答本题的关键.

【变式 4-3】（2023 秋·浙江杭州·七年级统考期末）如图，已知直线AB，射线AC，线段BC.



(1)用无刻度的直尺和圆规作图：延长BC到点 D，使$CD=AC$，连接AD.

(2)比较$AB+AD$与$BC+AC$的大小，并说明理由.

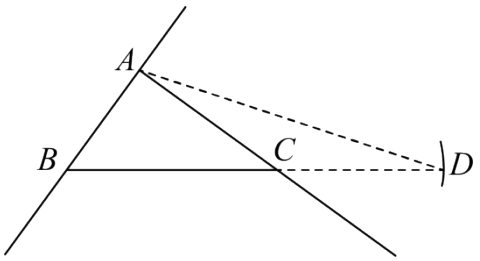
【答案】(1)见解析

(2)$AB+AD>BC+AC$，见解析

【分析】（1）根据题意，作出图形即可；

（2）利用两点之间线段最短以及线段的和差，求解即可.

【详解】（1）解：如图；



（2）解：根据两点之间线段最短可判断$AB+AD>BD$.

即$AB+AD>BC+CD$

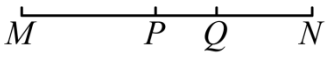
∵$CD=AC$

$\therefore AB+AD>BC+AC$

【点睛】此题考查了尺规作图—线段，以及两点之间线段最短，解题的关键是熟练掌握相关基础知识.

【题型 5　两点间的距离】

【例 5】（2023 秋·河北张家口·七年级统考期末）如图，在线段MN上有P、Q两点，PQ长度为2cm，MN长为整数，则以M、P、Q、N为端点的所有线段长度和可能为（　）



A．19cm　　B．20cm　　C．21cm　　D．22cm

【答案】B

【分析】根据题意可知，所有线段的长度之和是$MP+MQ+MN+PQ+PN+QN$，然后根据$PQ=2$cm，线段MN的长度是一个正整数，可以解答本题.

【详解】解：由题意可得，

图中以M、P、Q、N这四点中任意两点为端点的所有线段长度之和是：$MP+MQ+MN+PQ+PN+QN$

$(MP+PQ+QN)+(MQ+PN)+MN$

$=MN+MN+PQ+MN$

$=3MN+PQ$

∴以M、P、Q、N为端点的所有线段长度和为长度为 3 的倍数多 2，

∴以M、P、Q、N为端点的所有线段长度和可能为 20.

故选 B.

【点睛】本题考查两点间的距离，解题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件.

【变式 5-1】（2023 秋·江西吉安·七年级校考期末）在同一直线上有A,B,C,D不重合的四个点，$AB=8,BC=3,CD=5$，则AD的长为_____.

【答案】6 或 10 或 16

【分析】由于没有图形，故A,B,C,D四点相对位置不确定，分：点 C 在 B 的左侧、右侧，点 D 在 C 的左侧、右侧等，不同情况画图分别求解即可.

【详解】解：I. 当点 C 在 B 的右侧，点 D 在 C 的左侧时，如图：

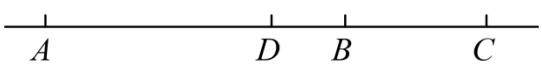


图 1

∵ $AB=8$，$BC=3$，$CD=5$，

$\therefore AD=AB+BC-CD=8+3-5=6$，

II．当点 C 在 B 的右侧，点 D 在 C 的右侧时，如图：

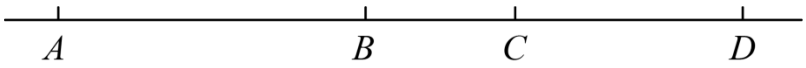


图 2

$\therefore AD=AB+BC-CD=8+3+5=16$，

III．当点 C 在 B 的左侧，点 D 在 C 的左侧时，如图：

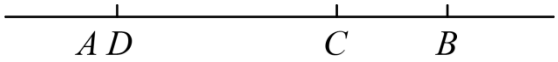


图 3

$\therefore AD=AB-BC-CD=8-3-5=0$，点 A、D 重合，不合题意，

IV．当点 C 在 B 的左侧，点 D 在 C 的右侧时，如图：



图 4

$\therefore AD=AB-BC+CD=8-3+5=10$，点 A、D 重合，不合题意，

综上所述：AD的长为 6 或 10 或 16

故答案为：6 或 10 或 16．

【点睛】本题主要考查两点间的距离，解题的关键是根据点的不同位置进行分类讨论、利用线段之间的和差关系得到AD的长度．

【变式 5-2】（2023 秋·福建福州·七年级统考期末）互不重合的A、B、C三点在同一直线上，已知$AB=2a,AC=a+6,BC=3a+1$，则这三点的位置关系是（　）

A．点 A 在B、C两点之间　　B．点B在A、C两点之间

C．点C在A、B两点之间　　D．无法确定

【答案】B

【分析】根据题意得$a\geq 0$，若点 A 在B、C两点之间，则$AB+AC=BC$，此时无解，若点B在A、C两点之间，则$BC+AB=AC$，解得$a=\frac{5}{4}$，若点C在A、B两点之间，则$BC+AC=AB$，解得$a=-\frac{7}{2}$，综上，即可得．

【详解】解：$\because AB=2a,AC=a+6,BC=3a+1$，

$\therefore a\geq 0$，

A、若点 A 在B、C两点之间，

则$AB+AC=BC$，

$2a+a+6=3a+1$，

此时无解，

故选项 A 情况不存在；

B、若点B在A、C两点之间，

则$BC+AB=AC$，

$3a+1+2a=a+6$，

$a=\frac{5}{4}$，

故选项 B 情况存在；

C、若点C在A、B两点之间，

则$BC+AC=AB$，

$3a+1+a+6=2a$，

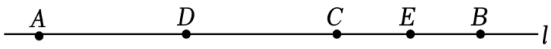
$a=-\frac{7}{2}$，

故 C 情况不存在；

故选：B.

【点睛】本题考查了两点间的距离，整式的加减，解题的关键是理解题意，掌握这些知识点，分类讨论.

【变式 5-3】（2023 秋·辽宁大连·七年级统考期末）如图，A、B、C、D、E 是直线 l 上的点，线段$AB=12$ cm，点 D、E 分别是线段AC、BC的中点.



(1)求线段DE的长；

(2)若$BC=4$cm，点 O 在直线AB上，$AO=5$cm，求线段OE的长；

(3)若$BC=m$cm，点 O 在直线AB上，$AO=n$cm，请直接写出线段OE的长_____cm.（用含 m、n 的式子表示）

【答案】(1)6cm

(2)5cm或15cm

(3)$(n+12-\frac{m}{2})$或$(12-n-\frac{m}{2})$或$(n-12+\frac{m}{2})$cm

【分析】（1）根据线段中点的定义和线段的和差即可得到结论；

（2）根据线段的和差关系即可得到结论；

（3）根据线段的和差关系即可得到结论.

【详解】（1）∵点D、E分别是线段AC、BC的中点，

$\therefore DC=AD=\frac{1}{2}AC$，$BE=CE=\frac{1}{2}BC$，

$\therefore DE=DC+CE=\frac{1}{2}AC+\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 12=6\text{cm}$；

（2）∵E 为BC的中点，

$\therefore \text{BE}=\text{CE}=\frac{1}{2}\text{BC}=2\text{cm}$，

当点O在点A的左边时，

$\text{OE}=\text{OA}+\text{AE}=\text{OA}+\text{AB}-\text{BE}=5+12-2=15\text{cm}$；

当点O在点A的右侧时，

$\text{OE}=\text{AE}-\text{OA}=\text{AB}-\text{BE}-\text{OA}=12-2-5=5\text{cm}$；

（3）∵$\text{BC}=\text{m}$ cm，

$\therefore \text{BE}=\text{CE}=\frac{1}{2}\text{BC}=\frac{\text{m}}{2}$，

当点O在点A的左边时，

$\text{OE}=\text{OA}+\text{AE}=\text{OA}+\text{AB}-\text{BE}=(\text{n}+12-\frac{\text{m}}{2})\text{cm}$；

当点O在点A的右侧在E的左侧时，$\text{OE}=\text{AE}-\text{OA}=\text{AB}-\text{BE}-\text{OA}=(12-\text{n}-\frac{\text{m}}{2})\text{cm}$，

当点O在 E 的右侧时，$\text{OE}=\text{BE}-\text{AB}+\text{OA}=(\text{n}-12+\frac{\text{m}}{2})\text{cm}$，

综上所述，线段OE的长为$(\text{n}+12-\frac{\text{m}}{2})$或$(12-\text{n}-\frac{\text{m}}{2})$或$(\text{n}-12+\frac{\text{m}}{2})\text{cm}$；

故答案为：$(\text{n}+12-\frac{\text{m}}{2})$或$(12-\text{n}-\frac{\text{m}}{2})$或$(\text{n}-12+\frac{\text{m}}{2})\text{cm}$.

【点睛】本题考查了两点间的距离，熟知各线段之间的和、差及倍数关系是解答此题的关键.

【题型 6　线段 n 等分点的有关计算】

【例 6】（2023·全国·七年级假期作业）如图，将一根绳子对折以后用线段AB表示，点 P 是AB的四等分点，现从P处将绳子剪断，剪断后的各段绳子中的一段长为30cm，则这条绳子的原长为____cm.



【答案】40 或 80 或 120 或 240.

【分析】分$AP=\frac{1}{3}PB$，$PB=\frac{1}{3}AP$这两种情况，结合图形就所得三段绳子其中一段长度为30cm，再分类讨论求解可得.

【详解】解：①如图1，当$AP=\frac{1}{3}PB$时，此时剪开的三段分别为AP、PP′、A′P′，

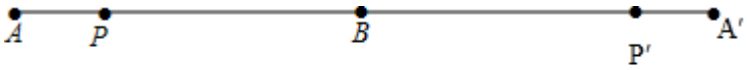


图1

若AP=A′P′=30cm，则PB=P′B=3PA=90cm，此时AA′=AP+PP′+A′P′=30+180+30=240（cm）；

若PP′=30cm，则PB=P′B=15cm，AP=A′P′=$\frac{1}{3}$PB=5cm，此时AA′=5+30+5=40（cm）；

②如图2，当$PB=\frac{1}{3}AP$时，此时剪开的三段分别为AP、PP′、A′P′，

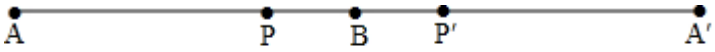


图2

若AP=A′P′=30cm，则PB=P′B=$\frac{1}{3}$AP=10cm，此时AA′=AP+PP′+A′P′=30+20+30=80（cm）；

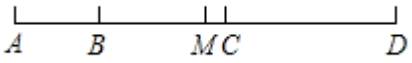
若PP′=30cm，则PB=P′B=15cm，AP=A′P′=3PB=45cm，此时AA′=AP+PP′+A′P′=45+30+45=120（cm）；

综上，这条绳子的原长为40或80或120或240cm，

故答案为：40或80或120或240.

【点睛】本题考查线段的和差．熟练掌握线段等分点的性质和线段的和差计算及分类讨论思想的运用是解题的关键.

【变式6-1】（2023秋·福建龙岩·七年级统考期末）如图B、C两点把线段AD分成2:3:4的三部分，M是AD的中点，$CD=8$，求MC的长.



【答案】$MC=1$

【分析】设$AB=2x$，得$CD=4x$，$BC=3x$，$AD=9x$，再根据$CD=8$，求出x的值，故可得出线段AD的长度，再根据M是AD的中点可求出MD的长，由$MC=MD-CD$即可得出结论.

【详解】解：设$AB=2x$，

$\because AB:BC:CD=2:3:4$，

$\therefore CD=4x$，$BC=3x$，$AD=(2+3+4)x=9x$，

$\because CD=8$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/577041044025006161