现代控制理论 MATLAB 仿真
大作业报告

题　　目　　带状态观测器的控制系统综合设计与仿真

目　录

带状态观测器的控制系统综合设计与仿真

摘要: 状态重构器是根据系统的外部输入和输出变量的实测值，得出状态变量估计值的一类动态系统。60 年代初期，为了对控制系统实现状态反馈或其他需要，D.G.吕恩伯格、R.W.巴斯和 J.E.贝特朗等人提出状态观测器的概念和构造方法，通过重构的途径解决了状态的不能直接量测的问题。状态观测器的出现，不但为状态反馈的技术实现提供了实际可能性，而且在控制工程的许多方面也得到了实际应用，例如复制扰动以实现对扰动的完全补偿等。

关键字：系统，状态空间，matlab，稳定性，反馈，矩阵，增益，指标，仿真

1 主要技术参数□

1.1 某一 DC 电机控制系统

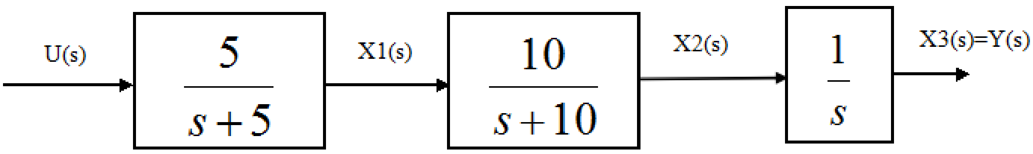

图 1 受控系统方框图

1.2 性能指标要求

1.2.1 动态性能指标

超调量 $\sigma\% \le 5\%$；

超调时间 $t_p \le 0.5$ 秒；

系统频宽 $\omega_b \le 10$；

1.2.2 稳态性能指标

静态位置误差 $e_p = 0$ （阶跃信号）；

静态速度误差 $e_v \le 0.2$ （数字信号）；

2 设计思路

⑴按图中选定的状态变量建立系统的状态空间数学模型；

⑵对原系统在 simulink 下进行仿真分析，对所得的性能指标与要求的性能指标进行比较；

⑶根据要求的性能指标确定系统综合的一组期望极点；

⑷假定系统状态均不可测,通过设计系统的全维状态观测器进行系统状态重构；

⑸通过状态反馈法对系统进行极点配置，使系统满足要求的动态性能指标；

⑹合理增加比例增益，使系统满足要求的稳态性能指标；

⑺在 simulink 下对经综合后的系统进行仿真分析，验证是否达到要求的性能指标的要求。

3 状态空间描述

3.1 选定的状态变量建立系统的状态空间数学模型

由选定的电机控制系统要求可以写出如下关系式：

$$\begin{cases} x_1(s) = \dfrac{5U(s)}{s+5} \\ x_2(s) = \dfrac{10x_1(s)}{s+10} \\ x_3(s) = \dfrac{x_2(s)}{s} \end{cases}$$

由上方程可得：

$$\begin{cases} (s+5)x_1(s) = 5U(s) \\ (s+10)x_2(s) = 10x_1(s) \\ sx_3(s) = x_2(s) \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} sx_1(s) = -5x_1(s) + 5U(s) \\ sx_2(s) = 10x_1(s) - 10x_2(s) \\ sx_3(s) = x_2(s) \end{cases}$$

拉式反变换为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -5x_1 + 5U \\ \dot{x}_2 = 10x_1 - 10x_2 \\ \dot{x}_3 = x_2 \end{cases}$$

输出由图可知为

$$y = x_3$$

则传递函数的状态空间表达式可写为：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 \\ 10 & -10 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x$$

3.2 使用 Matlab 得到状态空间表达式

在 Matlab 中输入如下语句也得到状态空间表达式

```
k=50;z=[];
p=[-5 -10 0];
sys=zpk(z,p,k);
G1=ss(sys)
```

运行程序可以得到状态变量的空间数学模型

```
G1 =
```

a =

	x1	x2	x3
x1	0	1	0
x2	0	-5	1
x3	0	0	-10

b =

	u1
x1	0
x2	0
x3	8

c =

	x1	x2	x3
y1	6.25	0	0

4 对原系统仿真并比较性能指标

原受控系统仿真图如图2所示：

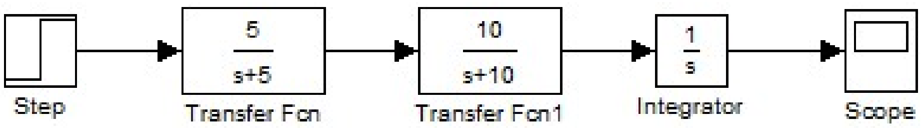

图2 原受控系统仿真图

原受控系统的阶跃响应如图3所示：

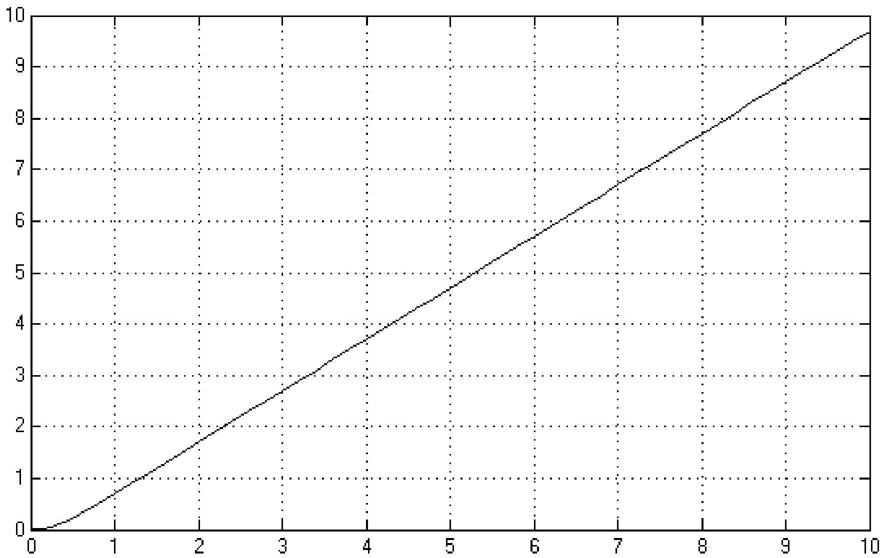

图3 原受控系统的阶跃响应曲线

很显然，原系统是不稳定的。

5 根据性能指标确定系统一组期望极点

由于原系统为三阶系统，应该有三组期望极点，为了计算的方便引入两个共轭的主导极点 S1、S2 和一个远极点 S3。由系统要求的性能指标：超调量 $\sigma\% \le 5\%$，超调时间 $t_p \le 0.5$ 秒，系统频宽 $\omega_b \le 10$。可以计算求得着三个期望极点，具体过程如下。

由二阶系统的各项性能指标公式

$$\sigma_p = e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}$$

$$\omega_b = \omega_n(\sqrt{1-2\xi^2+\sqrt{2-4\xi^2+4\xi^4}})$$

式中，ξ 和 ω_n 为此二阶系统的阻尼比和自振频率。

可以求得：

⑴由 $\sigma_p = e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \le 5\%$，可得 $\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \ge 2.996$，从而有 $\xi \ge 0.69$，于是选 $\xi = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$。

⑵由 $t_p \le 0.5s$，得 $\frac{t}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{\pi}{\omega_n\frac{1}{\sqrt{2}}} \le 0.5$

$$\omega_n \ge \frac{\pi}{0.5\times0.707} \approx 9$$

⑶由 $\omega_b \le 10$ 和已选的 $\xi = 1/\sqrt{2}$ 得 $\omega_n \le 10$，与⑵的结果比较。可以确定 ω_n =9.8。这样，便定出了主导极点 $s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$

远极点的实部应为主极点的实部的5倍以上，故选取S3=100。

$$\begin{cases} S_1 = -6.93 - j6.93 \\ S_2 = -6.93 + j6.93 \\ S_3 = 100 \end{cases}$$

6 通过状态反馈法对系统进行极点配置

6.1 引入状态负反馈K

已知能控性判别矩阵为：

$$Q_c = \begin{bmatrix} b & Ab & A^2 b \end{bmatrix}$$
$$rank\left[Q_c\right] = n$$

则

$$Q_c = \begin{bmatrix} 1 & -5 & 25 \\ 0 & 1 & -15 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$rank\left[Q_c\right] = 3 = n$$

由上式知，因为满秩，原系统是完全能控的。

受控系统的特征多项式为:

$$a(\mathrm{s}) = \det(sI - A) = \begin{vmatrix} s+5 & 0 & 0 \\ -10 & s+10 & 0 \\ 0 & -1 & s \end{vmatrix}$$
$$= s(s+5)(s+10)$$
$$= s^3 + 15s^2 + 50s$$

$$\therefore a_1 = 15, a_2 = 50, a_3 = 0$$

受控系统期望的特征多项式为：

$$a^* = (s + 6.93 + j6.93)(s + 6.93 - j6.93)(s - 100)$$
$$= s^3 + 113.86s^2 + 1392.93s + 9605$$
$$\therefore a_1^* = 113.86; a_2^* = 1482.05; a_3^* = 9605$$

于是矩阵 $\overline{K}$ 为:

$$\overline{K} = \begin{bmatrix} a_3^* - a_3 & a_2^* - a_2 & a_1^* - a_1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 9605 & 1432.05 & 98.86 \end{bmatrix}$$

非奇异变换矩阵 P 为：

$$P = \begin{bmatrix} A^2 b & Ab & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a_1 & 1 & 0 \\ a_2 & a_1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 125 & -25 & 5 \\ -750 & 50 & 0 \\ 50 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 15 & 1 & 0 \\ 50 & 15 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 50 & 5 \\ 0 & 50 & 0 \\ 50 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

非奇异变换矩阵 P^{-1} 为：

$$P^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.02 \\ 0 & 0.02 & 0 \\ 0.2 & -0.2 & 0 \end{bmatrix}$$

于是状态反馈矩阵 K 为：

$$K = \overline{K} P^{-1} = \begin{bmatrix} 19.8 & 8.87 & 192.1 \end{bmatrix}$$

6.2 验证状态负反馈系统的稳定性

在原来的开环系统中加入状态反馈可以改变系统的动态性能，状态反馈环节的添加如下图4所示：

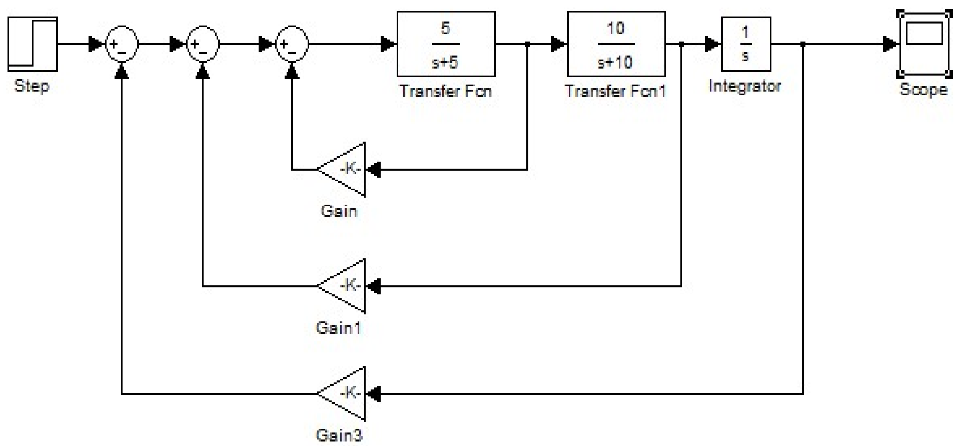

图4 加入状态反馈的系统结构图

根据示波器显示观察的图像如图5所示

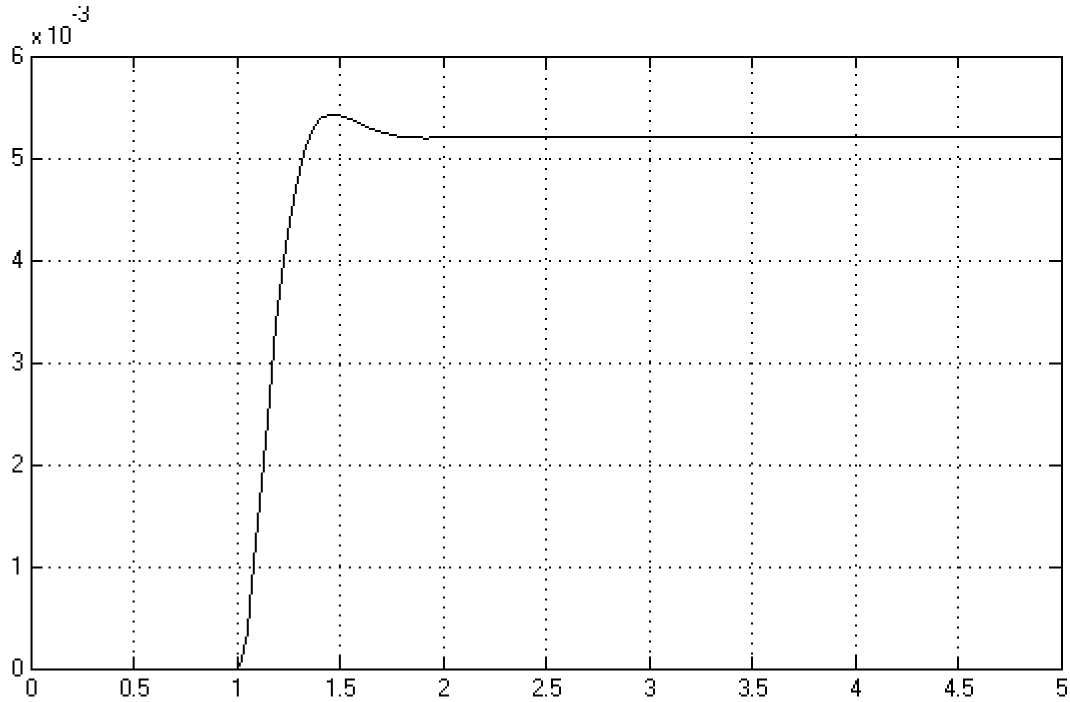

图 5 加状态负反馈系统输出波形

显然看出系统的动态指标不能达到要求，因此还应该调整系统的放大倍数 K1 来达到稳态性能要求。

6.3 使用Matlab程序求矩阵K

```
A=[-5 0 0;10 -10 0;0 1 0];b=[5;0;0];c=[0 0 1];
pc=[-6.93+6.93i,-6.93-6.93i,-100];
K=acker(A,b,pc)
```

运行结果为

```
K =
     19.7720     8.8690   192.0996
```

7 合理增加比例增益，使系统满足稳态指标

将原有闭环传递函数乘以比例增益K1，对应的闭环传递函数为

$$\mathrm{G}(s)=\frac{50K_1}{s^3+113.86s^2+1482.05s+9605}$$

所以由要求的跟踪阶跃信号的误差$e_p=0$，有

$$e_p=0=\lim_{t\to\infty}\left[1-y(t)\right]=\lim_{s\to 0}s\left[\frac{1}{s}-\frac{\mathrm{G}(s)}{s}\right]$$
$$=\lim_{s\to 0}\left[1-G(s)\right]=\lim_{s\to 0}\frac{s^3+113.86s^2+1482.05s+9605-50L}{s^3+113.86s^2+1482.05s+9605}$$
$$=\frac{9605-50K_1}{9605}$$

解方程，求得$K_1=192.1$。

对上面的初步结果，再用对跟踪速度信号的误差要求来验证，即

$$e_v=\lim_{t\to\infty}\left[t-y(t)\right]=\lim_{s\to 0}s\left[\frac{1}{s^2}-\frac{\mathrm{G}(s)}{s^2}\right]$$

$$=\lim_{s\to 0}\frac{1}{s}\left[1-G(s)\right]$$

$$=\frac{1}{s}\frac{s^2+113.86s+1482.05}{s^3+113.86s^2+1482.05s+9605}$$

$$=\lim_{s\to 0}\frac{s^3+113.86s^2+1482.05s}{s^3+113.86s^2+1482.05s+9605}$$

$$=\frac{1482.05}{9605}=0.154\le 0.2$$