

1.4 两条直线的交点

【考点梳理】

考点一：两条直线的交点坐标

1. 两直线的交点

已知直线 $l_1: A_1x + B_1y + C_1 = 0$; $l_2: A_2x + B_2y + C_2 = 0$. 点 $A(a, b)$.

(1) 若点 A 在直线 $l_1: A_1x + B_1y + C_1 = 0$ 上, 则有 $A_1a + B_1b + C_1 = 0$.

(2) 若点 A 是直线 l_1 与 l_2 的交点, 则有 $\begin{cases} A_1a + B_1b + C_1 = 0, \\ A_2a + B_2b + C_2 = 0. \end{cases}$

2. 两直线的位置关系

方程组 $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1 = 0, \\ A_2x + B_2y + C_2 = 0 \end{cases}$ 的解	一组	无数组	无解
直线 l_1 与 l_2 的公共点的个数	一个	无数个	零个
直线 l_1 与 l_2 的位置关系	相交	重合	平行

【题型归纳】

题型一：直线的交点坐标

1. (2023 秋·高二) 直线 $2x + y + 2 = 0$ 与 $ax + 4y - 2 = 0$ 互相垂直, 则这两条直线的交点坐标为 ()

A. $(1, -4)$

B. $(0, -2)$

C. $(-1, 0)$

D. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

【答案】C

【分析】由两直线垂直可得 $a = -2$, 联立解方程组可得交点坐标.

【详解】易知直线 $2x + y + 2 = 0$ 的斜率为 -2 ,

由两直线垂直条件得直线 $ax + 4y - 2 = 0$ 的斜率 $-\frac{a}{4} = \frac{1}{2}$, 解得 $a = -2$;

联立 $\begin{cases} 2x + y + 2 = 0 \\ -2x + 4y - 2 = 0 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}$;

即交点为 $(-1, 0)$

故选: C.

2. (2023·全国·高二专题练习) 过直线 $x + y + 1 = 0$ 和 $x - 2y + 4 = 0$ 的交点, 且与直线 $x + 2y - 3 = 0$ 垂直的直线方程是 ().

A. $2x - y + 3 = 0$

B. $2x - y + 5 = 0$

C. $x+2y-4=0$

D. $2x-y-3=0$

【答案】B**【分析】**先求出交点坐标，再根据与直线 $x+2y-3=0$ 的位置关系求出斜率，运用点斜式方程求解.**【详解】**联立方程 $\begin{cases} x+y+1=0 \\ x-2y+4=0 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$ ，所以交点坐标为 $(-2,1)$ ；直线 $x+2y-3=0$ 的斜率为 $-\frac{1}{2}$ ，所以所求直线方程的斜率为 $-\frac{1}{-\frac{1}{2}}=2$ ，由点斜式直线方程得：所求直线方程为 $y-1=2(x+2)$ ，即 $2x-y+5=0$ ；

故选：B.

3. (2023·全国·高二专题练习) 经过两条直线 $2x-y+1=0$ 和 $x+y+2=0$ 的交点，且与直线 $2x+3y=0$ 平行的直线的方程为 ()

A. $2x+3y-5=0$

B. $2x+3y+5=0$

C. $2x+3y+1=0$

D. $2x-3y-1=0$

【答案】B**【分析】**先求出交点 $(-1,-1)$ ，再根据平行关系求方程即可.**【详解】**解：联立 $\begin{cases} 2x-y+1=0 \\ x+y+2=0 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \end{cases}$ ，即交点为 $(-1,-1)$ ，因为直线 $2x+3y=0$ 的斜率为 $-\frac{2}{3}$ ，所以，所求直线的方程为 $y+1=-\frac{2}{3}(x+1)$ ，即 $2x+3y+5=0$ 。

故选：B.

题型二：由直线的交点个数求参数4. (2021 秋·湖北武汉·高二华中科技大学附属中学校) 已知点 $A(3,0), B(-3,2)$ ，若直线 $ax-y-1=0$ 与线段 AB 总有公共点，则 a 的取值范围是 ()

A. $\left[-1, \frac{1}{3}\right]$

B. $(-\infty, -1] \cup \left[\frac{1}{3}, +\infty\right)$

C. $\left[-\frac{1}{3}, 1\right]$

D. $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right] \cup [1, +\infty)$

【答案】B**【分析】**根据直线与线段有交点得出不等式求解即可.**【详解】**因为直线 $ax-y-1=0$ 与线段 AB 总有公共点，所以点 A 和点 B 不同在直线的一侧，所以 $(3a-0-1)(-3a-2-1) \leq 0$ ，

解得 $a \leq -1$ 或 $a \geq \frac{1}{3}$.

即 a 的取值范围是 $(-\infty, -1] \cup [\frac{1}{3}, +\infty)$.

故选: B

5. (2022 秋·安徽合肥·高二合肥一六八中学校考期中) 已知线段 AB 两端点的坐标分别为 $A(-2, 3)$ 和 $B(4, 2)$, 若直线 $l: x + my + m - 1 = 0$ 与线段 AB 有交点, 则实数 m 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, -1) \cup (\frac{3}{4}, +\infty)$

B. $(-1, \frac{3}{4})$

C. $[-1, \frac{3}{4}]$

D. $(-\infty, -1] \cup [\frac{3}{4}, +\infty)$

【答案】C

【分析】判断出直线 l 所过定点 $P(1, -1)$, 结合图象求得 m 的取值范围

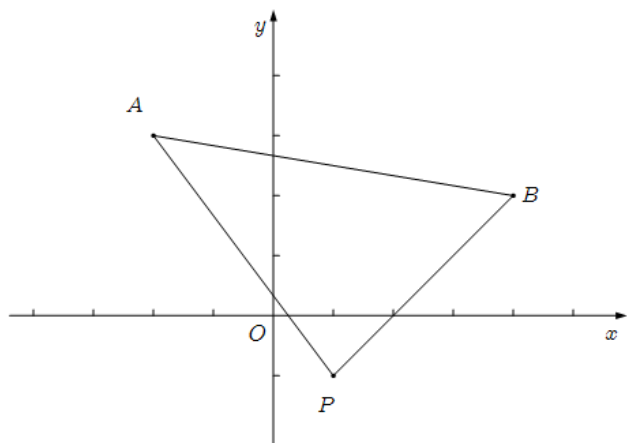
【详解】直线 $l: x + my + m - 1 = 0$ 恒过的定点 $P(1, -1)$, $k_{AP} = -\frac{4}{3}, k_{BP} = 1$.

当 $m = 0$ 时, 直线 l 方程为 $x = 1$, 与线段 AB 有交点, 符合题意.

当 $m \neq 0$ 时, 直线 l 的斜率为 $-\frac{1}{m}$, 则 $-\frac{1}{m} \in (-\infty, -\frac{4}{3}] \cup [1, +\infty)$,

解得 $-1 \leq m < 0$ 或 $0 < m \leq \frac{3}{4}$, 综上, $m \in [-1, \frac{3}{4}]$.

故选: C



6. (2022·江苏·高二) 已知直线 $l_1: mx - y + m - 1 = 0$ 与射线 $l_2: x - y - 2 = 0 (x \geq 0)$ 恒有公共点, 则 m 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, -1] \cup (1, +\infty)$

B. $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

C. $[-1, 1]$

D. $[-1, 1]$

【答案】C

【分析】根据题意联立方程得 $x = \frac{-m-1}{m-1}$ ，再解不等式 $x = \frac{-m-1}{m-1} \geq 0$ 即可得答案；

【详解】联立 $\begin{cases} mx - y + m - 1 = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases}$ ，得 $x = \frac{-m-1}{m-1}$ ，

$\therefore$ 直线 $l_1: mx - y + m - 1 = 0$ 与射线 $l_2: x - y - 2 = 0 (x \geq 0)$ 恒有公共点，

$$\therefore x = \frac{-m-1}{m-1} \geq 0,$$

解得 $-1 \leq m < 1$ 。

$\therefore m$ 的取值范围是 $[-1, 1)$ 。

故选：C。

题型三：由交点坐标求参数

7. (2023·全国·高二专题练习) 若直线 $mx + 4y - 2 = 0$ 与 $2x - 5y + n = 0$ 互相垂直，垂足为 $(1, p)$ ，则 $m - n + p$ 的值为 ()

A. 20

B. -4

C. 12

D. 4

【答案】A

【分析】根据两直线垂直，列出方程求得 m 的值，再由两直线的交点为 $(1, p)$ ，列出方程组求得 p, n 的值，即可求解。

【详解】由两直线 $mx + 4y - 2 = 0$ 与 $2x - 5y + n = 0$ 垂直，可得 $2m - 20 = 0$ ，即 $m = 10$ ，

又由两直线的交点坐标是 $(1, p)$ ，可得 $\begin{cases} 5 + 2p - 1 = 0 \\ 2 - 5p + n = 0 \end{cases}$ ，解得 $p = -2, n = -12$ ，

所以 $m - n + p = 10 - (-12) - 2 = 20$ 。

故选：A。

8. (2023·全国·高二专题练习) 若直线 $y = x + 2k + 1$ 与直线 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 的交点在第一象限，则实数 k 的取值范围是 ()

A. $\left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$

B. $\left(-\frac{2}{5}, \frac{1}{2}\right)$

C. $\left[-\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right]$

D. $\left[-\frac{2}{5}, \frac{1}{2}\right]$

【答案】A

【分析】根据题意得到交点坐标为 $\left(\frac{2-4k}{3}, \frac{2k+5}{3}\right)$ ，从而得到 $\begin{cases} \frac{2-4k}{3} > 0 \\ \frac{2k+5}{3} > 0 \end{cases}$ ，再解不等式组即可。

【详解】 $\begin{cases} y = x + 2k + 1 \\ y = -\frac{1}{2}x + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2-4k}{3} \\ y = \frac{2k+5}{3} \end{cases}$ ，即交点为 $\left(\frac{2-4k}{3}, \frac{2k+5}{3}\right)$ 。

故选: A

A. 2个

B. 3 个

D. 6个

【分析】分析可知至少有两直线平行或三条直线相交于同一点，则三条直线不能构成三角形.

若 $l_1 \parallel l_2$, 则 $m=4$; 若 $l_1 \parallel l_3$, 则 $-4m=1 \therefore m=-\frac{1}{4}$;

若三条直线相交于同一点,

直线 l_1 和 l_2 联立: $\begin{cases} 4x+y=3 \\ mx+y=0 \end{cases} \therefore \begin{cases} x=\frac{3}{4-m} \\ y=\frac{3m}{m-4} \end{cases}$, $\therefore$ 直线 l_1 和 l_2 交点为 $P\left(\frac{3}{4-m}, \frac{3m}{m-4}\right)$;

直线 l_1 和 l_3 联立: $\begin{cases} 4x+y=3 \\ x-my=2 \end{cases} \therefore \begin{cases} x=\frac{3m+2}{1+4m} \\ y=\frac{-5}{1+4m} \end{cases}$, $\therefore$ 直线 l_1 和 l_3 交点为 $Q\left(\frac{3m+2}{1+4m}, \frac{-5}{1+4m}\right)$;

Q 三条直线相交于同一点 $\therefore P$ 、 Q 两点重合 $\therefore \begin{cases} \frac{3}{4-m} = \frac{3m+2}{1+4m} \\ \frac{3m}{m-4} = \frac{-5}{1+4m} \end{cases} \therefore m=1 \text{ 或 } -\frac{5}{3}.$

故选:C

题型四：三直线可以围成三角形问题

A. $a \neq -2$

B. $a \neq \pm 1$

C. $a \neq -2$ 且 $a \neq \pm 1$

D. $a \neq -2$ 且 $a \neq 1$

【答案】C

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/577123150144006120>