

专题 2.1 巧用有理数计算的七种方法（七大题型）

重难点题型归纳

【题型 1 归类法】

【题型 2 凑整法】

【题型 3 拆项法】

【题型 4 组合法】

【题型 5 逆向法】

【题型 6 裂项相消法】

【题型 7 倒数求值法】

满分必练

【题型 1 归类法】

【典例 1】计算： $0.125+2\frac{1}{4}+(-2\frac{1}{8})+(-0.25)$ 。

【变式 1-1】计算： $-3\frac{4}{11}+\frac{6}{13}+(-2\frac{7}{11})$ 。

【变式 1-2】计算： $\frac{5}{6}+(-\frac{1}{2})-(-1\frac{1}{6})-2.5$ 。

【变式 1-3】计算。

(1) ；

(2) $0-(-2\frac{5}{6})+(-5\frac{2}{7})-(-2\frac{1}{6})-|-6\frac{5}{7}|$ 。

【变式 1-4】计算：

(1) $(-2.125) + (+3\frac{1}{5}) + (+5\frac{1}{8}) + (-3.2)$;

(2) ;

(3) $-|\frac{2}{3} - (+\frac{3}{2})| - |-\frac{1}{5} + (-\frac{2}{5})|$;

(4) $(-7\frac{1}{8}) + (-3.37) + 6\frac{1}{4} + 2.125 + (-0.25) + (-2.63)$.

【变式 1-5】 计算:

(1) $-4\frac{1}{4} + 1.5 - 3.75 + 8\frac{1}{2}$; (2) $-1.25 - 3\frac{3}{4} + |-\frac{1}{2} - 1|$.

【题型 2 凑整法】

【典例 2】 计算: $(-0.5) - (-3.2) + (+2.8) - (+6.5)$.

【变式 2-1】 计算: $3\frac{3}{7} - (2.4 - 1\frac{4}{7}) + (-1.6)$.

【变式 2-2】 计算: $2\frac{2}{5} + 2\frac{1}{7} + (-5\frac{1}{7}) - (-5\frac{3}{5})$.

【变式 2-3】 (1) $25.7 + (-7.3) + (-13.7) + 7.3$;

$$(2) (-2.125) + (+3\frac{1}{5}) + (+5\frac{1}{8}) + (-3.2).$$

【变式 2-4】计算：

$$(1) 27 - 18 + (-7) - 32; \quad (2) (-12) - (-\frac{6}{5}) + (-8) - \frac{7}{10}.$$

【变式 2-5】（2022 秋·上蔡县月考）计算：

$$(1) 2\frac{2}{5} + 2\frac{1}{7} + (-5\frac{1}{7}) - (-5\frac{3}{5}).$$

$$(2) 3.75 + (-5.18) - (-2.25) + 5.18.$$

【变式 2-6】（2022 秋·石景山区校级期中）计算： $(-12.7) - (-5\frac{2}{5}) - 87.3 + 3\frac{3}{5}$.

【题型 3 拆项法】

【典例 3】用简便方法计算： $29\frac{8}{9} \times (-3)$.

【变式 3-1】用简便方法计算： $(-99\frac{11}{12}) \times 24$.

【变式 3-2】用简便方法计算： $29\frac{23}{24} \times (-12)$

【变式 3-4】（2022 秋·安陆市期中）阅读下面的计算过程，体会“拆项法”

计算： $-5\frac{5}{6} + (-9\frac{2}{3}) + 17\frac{3}{4} + (-3\frac{1}{2})$.

解：原式 = $[(-5) + (-9) + 17 + (-3)] + [(-\frac{5}{6}) + (-\frac{2}{3}) + \frac{3}{4} + (-\frac{1}{2})] = 0 + (-1\frac{1}{4})$

启发应用

用上面的方法完成下列计算： $(-3\frac{3}{10}) + (-1\frac{1}{2}) + 2\frac{3}{5} - (2\frac{1}{2})$

【变式 3-5】（2022 秋·凉山州期末）： $(-2021\frac{2}{7}) + (-2022\frac{4}{7}) + 4044 + (-\frac{1}{7})$.

【题型 4 组合法】

【典例 4】（2022 秋·南开区期中）计算： $-1+2 - 3+4 - 5+6+\cdots - 97+98 - 99$
=_____.

【变式 4-1】（2022 秋·襄汾县期中）

计算：1+2-3-4+5+6-7-8+……+2013+2014-2015-2016

【变式 4-2】（2022 秋·工业园区月考）计算 $1+(-2)+3+(-4)+\cdots+97+(-98)+99+(-100)$ 的值为（ ）

- A. 50 B. -50 C. 101 D. -101

【变式 4-3】（2022 秋·工业园区月考）计算：

(1) $1-3+5-7+9-11+\cdots+97-99$;

(2) $|\frac{1}{102}-\frac{1}{101}|+|\frac{1}{103}-\frac{1}{102}|-|\frac{1}{103}-\frac{1}{101}|$.

【题型 5 逆向法】

【典例 5】计算： $-13\times\frac{2}{3}-0.34\times\frac{2}{7}+\frac{1}{3}\times(-13)-\times 0.34$.

【变式 5-1】用简便方法计算

$$-5\times\left(-\frac{11}{5}\right)+13\times\left(-\frac{11}{5}\right)-3\times\left(-\frac{11}{5}\right)$$

【变式 5-2】计算： $-5\times\left(-\frac{11}{5}\right)+11\times\left(-\frac{11}{5}\right)-3\times\left(-\frac{22}{5}\right)$.

【变式 5-3】利用适当的方法计算： $\frac{7}{13}\times(-9)+$.

【变式 5-4】 $\frac{2}{7} \times \left(-\frac{11}{13}\right) - \frac{11}{13} + \frac{2}{7} \times \left(-\frac{11}{13}\right)$.

【变式 5-5】 计算： $19 \times \frac{7}{4} + 1.75 \times (-10) - \left(1\frac{3}{4}\right) \times (-7)$.

【变式 5-6】 (2022 秋·红谷滩区校级期中) 用简便方法计算

$$-\frac{2}{9} \times (-92) + \left(-\frac{2}{9}\right) \times 34\frac{3}{5} + \frac{2}{9} \times 23\frac{3}{5}.$$

【变式 5-7】 (2022 秋·兰山区月考) $25 \times \frac{3}{4} - 25 \times \frac{1}{2} + 25 \times \left(-\frac{1}{4}\right)$

【变式 5-8】 (2022 秋·红谷滩区校级期中) 简便计算

$$(-48) \times 0.125 + 48 \times \frac{11}{8} + (-48) \times \frac{5}{4}$$

【题型 6 裂项相消法】

【典例 6】 阅读第①小题计算方法，再类比计算第②小题.

$$(1) \textcircled{1} -5\frac{5}{6} + (-9\frac{2}{3}) + 17\frac{1}{2} + (-3\frac{1}{2})$$

$$\begin{aligned} \text{解: 原式} &= [(-5) + (-\frac{5}{6})] + [(-9) + (-\frac{2}{3})] + (17 + \frac{1}{2}) + [(-3) + (-\frac{1}{2})] = \\ & [(-5) + (-9) + 17 + (-3)] + [(-\frac{5}{6}) + (-\frac{2}{3}) + \frac{1}{2} + (-\frac{1}{2})] = 0 + (-1\frac{1}{2}) = -1\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

上面这种方法叫做拆项法.

$$\textcircled{2} \text{计算: } (-2022\frac{5}{6}) + (-2022\frac{2}{3}) + (-1\frac{1}{2}) + 4045.$$

(2) $\textcircled{1} 1 - , 1 - , 1 - , \dots$, 上面这种方法叫做裂项法.

$$\textcircled{2} \text{计算: } (1 - \frac{1}{2^2}) \times (1 - \frac{1}{3^2}) \times \dots \times (1 - \frac{1}{2021^2}) \times (1 - \frac{1}{2022^2}).$$

【变式 6-1】 类比推理是一种重要的推理方法, 根据两种事物在某些特征上相似,

得出它们在其他特征上也可能相似的结论. 阅读感知: 在异分母的 fractions 的加减法中, 往往先化作同分母, 然后分子相加减, 例如:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{2 \times 3} - \frac{2}{3 \times 2} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6},$$

我们将上述计算过程倒过来, 得到 $\frac{1}{6} = \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$, 这一恒等变形过程在数学中叫做裂项. 类似地, 对于 $\frac{1}{4 \times 6}$

可以用裂项的方法变形为: $\frac{1}{4 \times 6} = \frac{1}{2} (\frac{1}{4} - \frac{1}{6})$. 类比上述方法, 解决以下问题.

题.

【类比探究】 (1) 猜想并写出: $\frac{1}{n \times (n+1)} = \underline{\hspace{2cm}}$;

【理解运用】 (2) 类比裂项的方法, 计算:

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{99 \times 100};$$

【迁移应用】 (3) 探究并计算:

$$\frac{1}{-1 \times 3} + \frac{1}{-3 \times 5} + \frac{1}{-5 \times 7} + \frac{1}{-7 \times 9} + \dots + \frac{1}{-2021 \times 2023}.$$

【变式 6-2】 阅读下面的文字, 完成解答过程.

请你观察： $\frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$, $\frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$, ...

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3};$$

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}; \dots$$

以上方法称为“裂项相消求和法”.

请类比完成:

(1) $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} = \underline{\hspace{2cm}}.$

(2) $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{2005 \times 2007} = \underline{\hspace{2cm}}.$

(3) 根据 (1), (2) 的计算, 我们可以猜测下列结论: $\frac{1}{n \times (n+k)} =$

(其中 n, k 均为正整数), 并计算 $\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \dots + \frac{1}{2005 \times 2008}.$

【变式 6-3】 观察下列等式: $\frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2}$, $\frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$, $\frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$.

将以上三个等式的两边分别相加得: $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4};$

(1) 计算: $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} = \underline{\hspace{2cm}}$ (直接写结果);

(2) 计算: $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{2016 \times 2017} = \underline{\hspace{2cm}}$ (直接写结果);

(3) 探究并计算:

① $\frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{4 \times 6} + \frac{1}{6 \times 8} + \dots + \frac{1}{2014 \times 2016} = \underline{\frac{1007}{4032}};$

② $= \underline{\hspace{2cm}}.$

【题型 7 倒数求值法】

【典例 7】数学老师布置了一道思考题“计算： $(-\frac{1}{30}) \div (\frac{2}{3} - \frac{1}{10} + \frac{1}{6} - \frac{2}{5})$ ”，小

明和小红两位同学经过仔细思考，用不同的方法解答了这个问题：

小明的解法：原式=

=

$$= -\frac{1}{30} \times 3$$

$$= -\frac{1}{10}$$

小红的解法：原式的倒数为

$$(\frac{2}{3} - \frac{1}{10} + \frac{1}{6} - \frac{2}{5}) \div (-\frac{1}{30}) = (\frac{2}{3} - \frac{1}{10} + \frac{1}{6} - \frac{2}{5}) \times (-30)$$

$$= -20 + 3 - 5 + 12$$

$$= -10$$

$$\text{故原式} = -\frac{1}{10}$$

(1) 你觉得_____的解法更好.

(2) 请你用自己喜欢的方法解答下面的问题：

$$\text{计算：} (-\frac{1}{42}) \div (\frac{1}{6} - \frac{3}{14} + \frac{2}{3} - \frac{2}{7})$$

【变式 7-1】请你先认真阅读材料：

$$\text{计算 } (-\frac{1}{30}) \div (\frac{2}{3} - \frac{1}{10} + \frac{1}{6} - \frac{2}{5})$$

$$\text{解：原式的倒数是 } (\frac{2}{3} - \frac{1}{10} + \frac{1}{6} - \frac{2}{5}) \div (-\frac{1}{30})$$

$$= (\frac{2}{3} - \frac{1}{10} + \frac{1}{6} - \frac{2}{5}) \times (-30)$$

$$= \frac{2}{3} \times (-30) - \frac{1}{10} \times (-30) + \frac{1}{6} \times (-30) - \frac{2}{5} \times (-30)$$

$$= -20 - (-3) + (-5) - (-12)$$

$$= -20 + 3 - 5 + 12$$

$$= -10$$

$$\text{故原式等于 } -\frac{1}{10}$$

再根据你对所提供材料的理解，选择合适的方法计算：.

【变式 7-2】阅读下列材料：计算 $50 \div (\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{12})$.

解法一：原式 $= 50 \div \frac{1}{3} - 50 \div \frac{1}{4} + 50 \div \frac{1}{12} = 50 \times 3 - 50 \times 4 + 50 \times 12 = 550$.

解法二：原式 $= 50 \div (\frac{4}{12} - \frac{3}{12} + \frac{1}{12}) = 50 \div \frac{2}{12} = 50 \times 6 = 300$.

解法三：原式的倒数为 $(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{12}) \div 50$

$$= (\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{12}) \times \frac{1}{50} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{50} - \frac{1}{4} \times \frac{1}{50} + \frac{1}{12} \times \frac{1}{50} = \frac{1}{300}$$

故原式 $= 300$.

上述得出的结果不同，肯定有错误的解法，你认为解法_____是错误的。请你选择合适的解法解答下列问题：

计算： $(-\frac{1}{42}) \div (\frac{1}{6} - \frac{3}{14} + \frac{2}{3} - \frac{2}{7})$

【变式 7-3】阅读下面的解题过程：

计算： $(-\frac{1}{30}) \div (\frac{2}{3} - \frac{1}{10} + \frac{1}{6} - \frac{2}{5})$

方法一：原式 $= (-\frac{1}{30}) \div [(\frac{2}{3} + \frac{1}{6}) - (\frac{1}{10} + \frac{2}{5})] = (-\frac{1}{30}) \div (\frac{5}{6} - \frac{1}{2})$

$$) = -\frac{1}{30} \times 3 = -\frac{1}{10}$$

方法二：原式的倒数为 $(\frac{2}{3} - \frac{1}{10} + \frac{1}{6} - \frac{2}{5}) \div (-\frac{1}{30}) = (\frac{2}{3} - \frac{1}{10} + \frac{1}{6} - \frac{2}{5}) \times$

$$(-30) = -20 + 3 - 5 + 12 = -10$$

故原式 = $-\frac{1}{10}$

通过阅读以上解题过程，你认为哪种方法更简单，选择合适的方法计算下题：

$$(-\frac{1}{42}) \div (\frac{1}{6} - \frac{3}{14} + \frac{2}{3} - \frac{2}{7}) .$$

专题 2.1 巧用有理数的七种方法（七大题型）

重难点题型归纳

- 【题型 1 归类法】
- 【题型 2 凑整法】
- 【题型 3 拆项法】
- 【题型 4 组合法】
- 【题型 5 逆向法】
- 【题型 6 裂项相消法】
- 【题型 7 倒数求值法】

满分必练

【题型 1 归类法】

【典例 1】计算： $0.125+2\frac{1}{4}+(-2\frac{1}{8})+(-0.25)$ 。

【答案】0。

【解答】解： $0.125+2\frac{1}{4}+(-2\frac{1}{8})+(-0.25)$

$$=0.125+2.25-2.125-0.25$$

$$=0.$$

【变式 1-1】计算： $-3\frac{4}{11}+\frac{6}{13}+(-2\frac{7}{11})$ 。

【答案】 $-5\frac{7}{13}$ 。

【解答】解： $-3\frac{4}{11}+\frac{6}{13}+(-2\frac{7}{11})$

$$=-3\frac{4}{11}+(-2\frac{7}{11})+\frac{6}{13}$$

$$=-6+\frac{6}{13}$$

$$=-5\frac{7}{13}.$$

【变式 1-2】计算： $\frac{5}{6}+(-\frac{1}{2})-(-1\frac{1}{6})-2.5$ 。

【答案】-1。

【解答】解： $\frac{5}{6}+(-\frac{1}{2})-(-1\frac{1}{6})-2.5$

$$=\frac{5}{6}+(-\frac{1}{2})+(+1\frac{1}{6})-2.5$$

$$=\frac{5}{6}-\frac{1}{2}+1\frac{1}{6}-2.5$$

$$= \frac{5}{6} + 1\frac{1}{6} - \frac{1}{2} - 2.5$$

$$= 2 - 3$$

$$= -1.$$

【变式 1-3】计算.

(1) ;

$$(2) 0 - (-2\frac{5}{6}) + (-5\frac{2}{7}) - (-2\frac{1}{6}) - |-6\frac{5}{7}|.$$

【答案】 (1) $8\frac{2}{3}$; (2) -7 .

【解答】解: (1) 原式 = $(-\frac{3}{4}) + (+\frac{1}{2}) + (+\frac{3}{4}) + (+8.5) + (-\frac{1}{3})$

$$= [(-\frac{3}{4}) + (+\frac{3}{4})] + [(+\frac{1}{2}) + (+8.5)] + (-\frac{1}{3})$$

=

$$= 8\frac{2}{3};$$

$$(2) 原式 = 0 + (+2\frac{5}{6}) + (-5\frac{2}{7}) + (+2\frac{1}{6}) + (-6\frac{5}{7})$$

=

$$= 5 + (-12)$$

$$= -7.$$

【变式 1-4】计算:

$$(1) (-2.125) + (+3\frac{1}{5}) + (+5\frac{1}{8}) + (-3.2);$$

(2) ;

$$(3) -|-\frac{2}{3} - (+\frac{3}{2})| - |-\frac{1}{5} + (-\frac{2}{5})|;$$

$$(4) (-7\frac{1}{8}) + (-3.37) + 6\frac{1}{4} + 2.125 + (-0.25) + (-2.63).$$

【答案】 (1) 3;

$$(2) -18;$$

$$(3) -\frac{83}{30};$$

$$(4) -5.$$

【解答】解: (1) $(-2.125) + (+3\frac{1}{5}) + (+5\frac{1}{8}) + (-3.2)$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/577160120012006156>