# 2.2.2等差数列

## 第一课时

# 引入：

我们经常这么数数，从0开始，每隔5数一次，能够得到数列：

0，5，_10_，15__，_20_，… ①

2023年，在澳大利亚悉尼举行的奥运会上，女子举重被正式列为比赛项目。该项目共设置了7个级别，其中较轻的4个级别体重构成数列（单位：kg）：

48，53，58，63. ②

水库的管理人员为了确保优质鱼类有良好的生活环境，用定时放水清库的方法清理水库中的杂鱼。假如一种水库的水位为18m，自然放水每天水位降低2.5m，最低降至5m。那么从开始放水算起，到能够进行清理工作的那天，水库每天的水位构成数列（单位：m）：

18，15.5，13，10.5，8，5.5. ③

我国现行储蓄制度要求银行支付存款利息的方式为单利，即不把利息加入本金计算下一期的利息。按照单利计算本利和的公式是：本利和=本金×(1+利率×存期)。例如，按活期存入10000元钱，年利率是0.72%，那么按照单利，5年内各年末的本利和（单位：元）构成一种数列：

10072，10144，10216，10288，10360. ④

观察：这四个数列有何共同特点?

0，5，<u>10</u>，<u>15</u>，<u>20</u>，… ①

从第二项起，后一项与前一项的差是<u>5</u>。

48，53，58，63. ②

从第二项起，后一项与前一项的差是<u>5</u>。

18，15.5，13，10.5，8，5.5. ③

从第二项起，后一项与前一项的差是<u>-2.5</u>。

10072，10144，10216，10288，10360. ④

从第二项起，后一项与前一项的差是<u>72</u>。

# 1、等差数列的定义

从第2项起，每一项与其前一项的差等于同一种常数的数列，常数叫做等差数列的公差，字母d表达。

$a_n - a_{n-1}=d$($d$是常数) 等差数列的递推公式

数列$\{a_n\}$为等差数列$\Leftrightarrow$ $a_n-a_{n-1}=d$ 或$a_n=a_{n-1}+d$

判断、证明一种数列是否为等差数列的主要根据

练习：判断下列数列中哪些是等差数列，哪些不是？假如是，写出首项$a_1$和公差d，假如不是，阐明理由。

（1）1，3，5，7，… √ $a_1=1, d=2$

（2）9，6，3，0，-3… √ $a_1=9, d=-3$

（3）-8，-6，-4，-2，0，… √ $a_1=-8, d=2$

（4）3，3，3，3，… √ $a_1=3, d=0$

$(5)1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, K$ ×

（6）15，12，10，8，6，… ×

思索：
在数列(1)中，$a_{100}$=？
怎样求解呢？

判断题

(1)数列$a$，$2a$，$3a$，$4a$，…是等差数列;

(2)数列$a-2$，$2a-3$，$3a-4$，$4a-5$，…是等差数列;

(3)若$a_n-a_{n+1}=3$ ($n\in N^*$)，则$\{a_n\}$是公差为3的等差数列;

(4)若$a_2-a_1=a_3-a_2$, 则数列{$a_n$}是等差数列。

## 2. 等差数列的单调性

$a_n - a_{n-1}=d$($d$是常数，$n\geq 2,n\in N^*$)

已知数列$\{a_n\}$是等差数列，$d$是公差，则：

当$d=0$时， $\{a_n\}$为常数列；

当$d>0$时， $\{a_n\}$为递增数列；

当$d<0$时， $\{a_n\}$为递减数列；

## 3.等差数列的通项公式

思考：已知等差数列$\{a_n\}$的首项为$a_1$，公差为$d$，求$a_n$.

**措施一：** 根据等差数列的定义得到

$$a_2 - a_1 = d,\ a_3 - a_2 = d,\ a_4 - a_3 = d,\ \cdots$$

所以有：

$$a_2 = a_1 + d,$$
$$a_3 = a_1 + 2d,$$
$$a_4 = a_1 + 3d,$$
$$\cdots$$

措施一：
不完全归纳法

由此得到$a_n = a_1 + (n-1)d\ (n \ge 2)$

当$n = 1$时，上面等式两边均为$a_1$，即等式也成立

$\therefore$ 等差数列的通项公式为$a_n = a_1 + (n-1)d\ ,n \in N^*$

# 措施二：

$$\left.\begin{aligned} \cancel{a_2} - a_1 &= d, \\ \cancel{a_3} - \cancel{a_2} &= d, \\ \cancel{a_4} - \cancel{a_3} &= d, \\ &\vdots \\ a_n - \cancel{a_{n-1}} &= d \end{aligned}\right\} n-1\text{个}$$

措施二：
叠加法

将全部等式相加得

$$a_n - a_1 = (n-1)d$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \qquad (n>1, n\in N^*)$$

当$n=1$时，上面等式两边均为$a_1$，即等式也成立

## 等差数列的通项公式

$$a_n = a_1 + (n-1)d \quad ,n \in N^*$$

【阐明】在等差数列$\{a_n\}$的通项公式中$a_1$、$d$、$a_n$、$n$任知3个，可求其他1个.

## 4.等差数列的函数特征

$$a_n = f(n) = dn + (a_1 - d)$$

等差数列⇔一次函数

公差$d$是一次函数的斜率