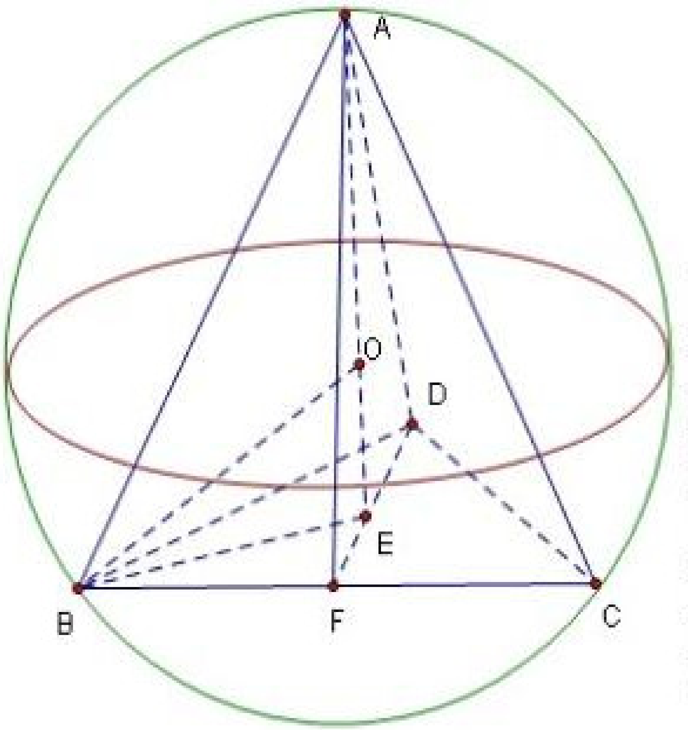
数学

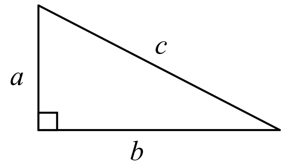
八年级



目录

勾股定理

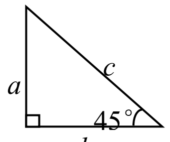
【知识要点】

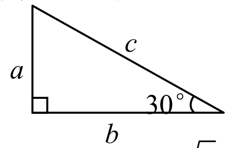


1．勾股定理：直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方。

即 $a^2+b^2=c^2$。

2．一锐角为30°或45°的直角三角形的性质





$a:b:c=1:1:\sqrt{2}$　　　　$a:b:c=1:\sqrt{3}:2$

3．解题技巧。

〔1〕利用勾股定理解题一定要找准斜边、直角边。

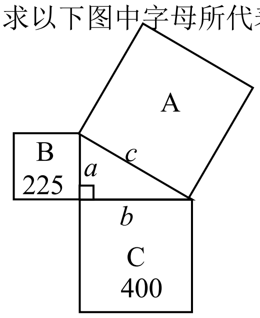
〔2〕作辅助线构造直角三角形解题。

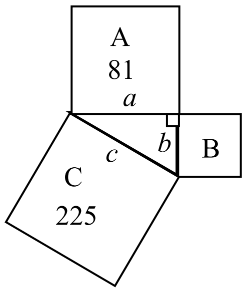
〔3〕30°、45°锐角的直角三角形三边的比例关系。

〔4〕数形结合的实际问题，运用点到直线距离最短、两点间线段最短，空间图形展开成平面图形等知识点。

【典型例题】

例1　求以下图中字母所代表的正方形的面积。





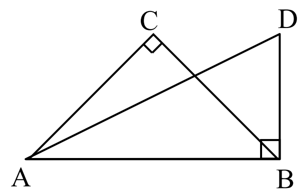
S_A=____________　　　　　　　　S_B=____________

a=_______；*b*=_______；*c*=_______。　　*a*=_______；*b*=_______；*c*=_______。

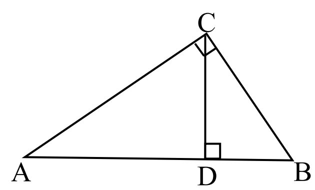
从中发现：〔1〕三个正方形的面积之间有什么关系？

〔2〕三个正方形围成的直角三角形三边长度之间有什么关系？

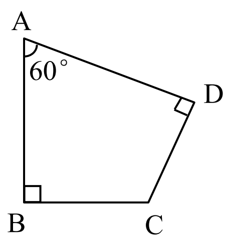
例2　已知如图，∠ABD=∠C=90°，AC=BC，∠DAB=30°，AD=12，求BC的长。



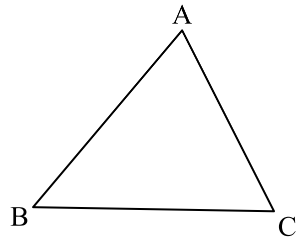
例3　如图，在Rt△ABC中，∠ACB=90°，∠A=30°，CD⊥AB于D，AB=1.6，求AD的长。



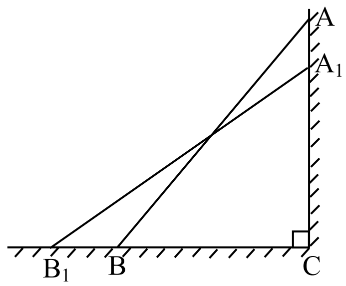
例4　如图，在四边形ABCD中，AB=2，CD=1，∠A=60°，∠B=∠D=90°，求BC和AD的长。



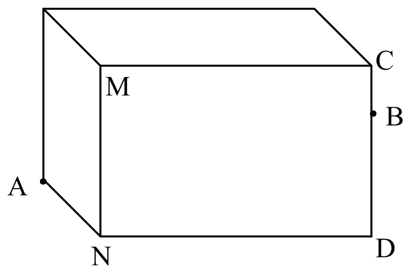
例 5　如图，已知在△ABC 中，AB=15，BC=14，AC=13，求 $S_{\triangle ABC}$。



例 6　如图，一架长 2.5m 的梯子 AB，斜靠在一竖直的墙 AC 上，这时梯足 B 到墙底端 C 的距离为 0.7m，假设梯子的顶端沿墙下滑 0.4m。那么梯足将外移多少米？



例 7　如图，一块砖宽 AN=5cm，长 ND=10cm，CD 上的点 B 距地面的高 BD=8cm，地面上 A 处的一只蚂蚁到 B 处吃食，要爬行的最短路线是多少？



【课堂练习】

一、填空题

1．在△ABC 中，∠C=90°，三内角 A，B，C 的对边长分别为 a，b，c，假设 a=5，b=12，则 c=_______；假设 b=7，c=9，则 a=________.

2．三角形的三个内角之比为 1：2：3，它的最大边长为 a，那么它的最小边是__________。

3．在 Rt△ABC 中，∠C=90°，三内角 A，B，C 的对边长分别为 a，b，c，假设 c=10，a：b=3：4，则 a=_________，　b=_________。

4．在 Rt△ABC 中，∠C=90°，三内角 A，B，C 的对边长分别为 a，b，c，假设∠A=30°，a：b：c=_______；∠A=45°，a：b：c=_________。

5．如果直角三角形有一个锐角为 30°，那么它的三条边长的比〔由小到大〕是_______。

6．假设一个等边三角形的高是 $3\sqrt{3}$ cm，则它的一边长为_______cm，周长为_________cm，面积为 cm²。

7．在 Rt△ABC 中，∠C=90°，∠A=60°，较大直角边的长为 $6\sqrt{3}$，则 AB=_______，斜边上的高________。

8．在 Rt△ABC 中，一条直角边为 6，斜边上的高是 3，则两个锐角为__________、_______。

9．假设三角形的三个内角之比是 1:2:3，最短边长为 10cm，则其他两边长为_______、_______。

二、选择题

1．假设直角三角形三边长为三个连续偶数，则它的三边长为〔　　〕

A．2，4，6　　B．4，6，8　　C．6，8，10　　D．8，10，12

2．在直角三角形 ABC 中，∠C=90°，AC=12，BC=10，则 BC 边上中线 AD 的长为〔　　〕

A．12　　B．13　　C．15　　D．17

3．以直角三角形 ABC 的斜边 AB 为斜边另作一个直角三角形 ABD，如果 BC=15，AC=20，AD=7，则 BD=〔　　〕

A．13　　B．15　　C．24　　D．25

4．直角三角形斜边的平方等于两条直角边乘积的 2 倍，这个三角形有一个锐角是〔

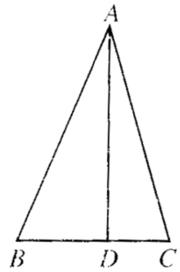
A．15°　　B．30°　　C．45°　　D．60°

5．如下图，△ABC 中，AD⊥BC 于 D，AB=26，BD=10，DC=7，则 AC=〔　　〕　〕

A．12　　B．16　　C．24　　D．25

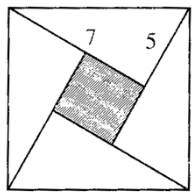
6．直角三角形的两边为 5 和 12，则第三边长为〔　　〕

A．10　　B．13　　C．15　　D．以上答案都不对

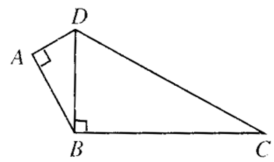


三、解答题

1．由四个完全相同的直角三角形拼得一个大正方形，如下图，已知直角三角形两条直角边分别是 7 厘米和 5 厘米，求大正方形的面积。〔用两种方法解答〕。

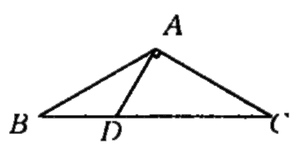


2．如图，四边形 ABCD 中，∠BAD=90°，∠DBC=90°，AD=3，AB=4，BC=12，求 CD 的长。

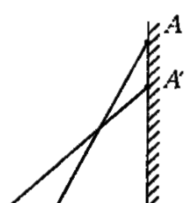


3．一艘轮船以 16 海里/小时的速度离开港口向东南航行，另一艘轮船在同时同地以 12 海里/小时的速度向西南方向航行，它们离开港口一个半小时后相距多远？

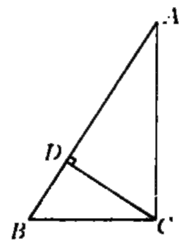
4．如图，已知在△ABC 中，AB=AC，∠BAC=120°，AD⊥AC，CD=6，求 BD，AC 的长。



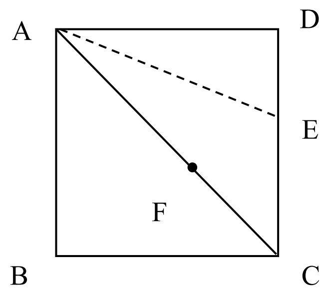
5．如图，在垂直于地面的墙上 2m 处的 A 点斜放一个长 2.5m 的梯子，由于不小心，梯子在墙上下滑 0.8m，求梯子在地面上滑出的距离 BB′ 的长度。〔精确到 0.1m〕



6．如图，在△ABC 中，∠ACB=90°，BC=5cm，AC=12cm，CD⊥AB，D 为垂足，求 CD 的长。



7．如图，将正方形 ABCD 折叠两次，第一次折痕为 AC，第二次折痕为 AE，且点 D 落在 AC 上的 F 处，设正方形的边长为 1，求 DE 的长。



8．在△ABC 中，AB=10，BC=8，AC=6，点 O 是△ABC 的内角平分线的交点，求 O 点到各边的距离及∠AOB 的度数。

勾股定理的综合

【知识要点】

1．熟悉常见的勾股数。

〔3，4，5〕;〔5，12，13〕;〔7，24，25〕;〔8，15，17〕……

2．勾股定理的逆定理：在△ABC 中，∠A、∠B、∠C 所对的应分别为 a、b、c，假设 $a^2+b^2=c^2$，则△ABC 为直角三角形，∠C=90°

3．勾股定理的逆定理：如果三角形的三边长 a、b、c 满足 $a^2+b^2=c^2$ 那么这个三角形是直角三角形。

4．解题技巧。

〔1〕任意两个正整数 m 和 n〔$m>n$〕，假设 $a=m^2-n^2$，$b=2mn, c=m^2+n^2$，则 a,b,c 就是满足 $a^2+b^2=c^2$ 的一组勾股数。

〔2〕判断一个三角形是否是直角三角形，首先确定最大边，然后验证 c^2 与 a^2+b^2 是否相等。

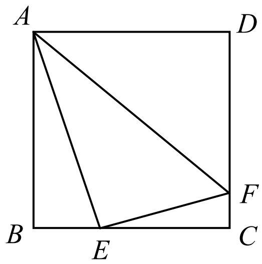
〔3〕三角形三边 a,b,c 满足一定的代数关系，通过化简代数式、方程解题。

〔4〕图形折叠问题，注意被折叠部分的全等关系。

〔5〕运用勾股定理和勾股定理的逆定理证明三角形边的关系的代数式。

【典型例题】

例 1　如下图，已知正方形 ABCD 中，E 是 BC 边的中点，F 在 CD 上，且 DF=3CF，求证：AE⊥EF



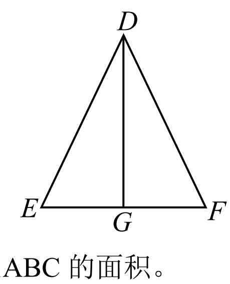
例 2　判断以下各组线段为边能否组成直角三角形。

〔1〕9、41、40;　〔2〕5、5、$5\sqrt{2}$　〔3〕$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{5}$;

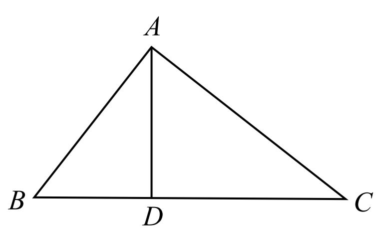
〔4〕3^2、4^2、5^2　〔5〕$\sqrt{2}$、$\sqrt{3}$、$\sqrt{5}$　〔6〕$2n^2+2n, 2n+1, 2n^2+2n+1\left(n\geq 0\right)$

例 3　假设 a、b、c 是△ABC 的三边，且满足 $a^2c^2-b^2c^2=a^4-b^4$，试判定三角形的形状。

例 4　如下图，已知△DEF 中，DE=17cm，EF=30cm，EF 边上中线 DG=8cm。求证：△DEF 是等腰三角形。



例 5　如下图，在△ABC 中，D 是 BC 上一点，AB=10，BD=6，AD=8，AC=17。求△ABC 的面积。



例 6　在△ABC 中，AB=AC，∠A=90°，BE 平分∠ABC，交 AC 于 D 点，CE⊥BE 于点 E。求证：$CE=\frac{1}{2}BD$。

例 7、假设△ABC 的三边长 a、b、c 满足条件，$a^2+b^2+c^2+338=10a+24b+26c$，判断△ABC 的形状。

【课堂练习】

一、填空题

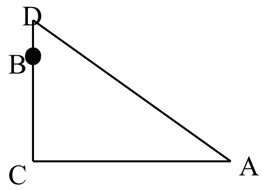
1、 在 Rt△ABC 中，∠C=90°〔1〕假设 a=3，b=4，则 c=________；〔2〕假设 b=8，c=17，则 a=_______;

2．在△ABC 中，假设其三条边的长度分别为 9、12、15，则以两个这样的三角形所拼成的长方形的面积是________。

3、△ABC 中，AB=AC=17cm，BC=16cm，AD⊥BC 于 D，则 AD=______。

4、有一长 70㎝，宽 50㎝，高 50㎝的长方体盒子，A 点处有一只蚂蚁，想吃到 B 点处的食物，它爬行的最近距离是_________________ 厘米。

5．一直角三角形两条边长分别是 12 和 5，则第三边长为 _________



6．已知甲乙同时从 A 出发，甲往东走了 8km，乙往南走了 6km，则两人相距______。

7．如图 4：在一棵树的 10 米高处有两只猴子，一只猴子爬下树走到离树 20 米处的池塘的 A 处。另一只爬到树顶 D 后直接跃到 A 处，距离以直线计算，如果两只猴子所经过的距离相等，则这棵树高_____________米。

8．一根旗杆在离地面 9 m 处断裂，旗杆顶部落在离旗杆底部 12 m 的地面上，旗杆在折断之前高度为_____________。

1、一个直角三角形,两直角边长分别为 3 和 4,以下说法正确的选项是(　)

A. 斜边长为 25;　　B. 三角形的周长为 25;　　C. 斜边长为 5;　　D. 三角形面积为 20.

2、圆柱的轴截面 ABCD 是边长为 4 的正方形，动点 P 从 A 点出发，沿着圆柱的侧面移动到 BC 的中点 S 的最短距离是　　　〔　　　〕

A. $2\sqrt{1+\pi^2}$　　B. $2\sqrt{1+4\pi^2}$　　C. $4\sqrt{1+\pi^2}$　　D. $2\sqrt{4+\pi^2}$

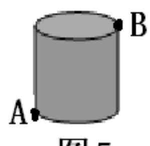


图5

3、以下各组数中不能作为直角三角形的三边长的是(   )

A. 1.5,2,3;　　　B. 7,24,25;　　　C. 6,8,10;　　　D. 9,12,15.

4、将直角三角形的三条边长同时扩大同一倍数, 得到的三角形是(   )

A. 钝角三角形;　B. 锐角三角形;　C. 直角三角形;　D. 等腰三角形.

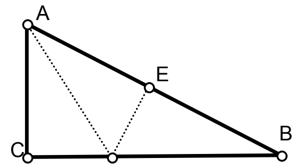
5、如图 5,一个无盖的圆柱纸盒：高 8cm,底面半径 2cm,一只蚂蚁从点 A 爬到点 B 处吃,要爬行的最短路程(π 取 3)是(   )

A.20cm;　　　B.10cm;　　　C.14cm;　D.无法确定.

6、适合以下条件的△ABC 中, 直角三角形的个数为(   )

①$a=\dfrac{1}{3},b=\dfrac{1}{4},c=\dfrac{1}{5}$;②$a=6$, ∠A=$45^0$;③∠A=$32^0$, ∠B=$58^0$;

④$a=7,b=24,c=25$;⑤$a=2,b=2,c=4$.

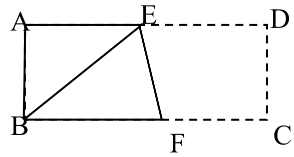


A. 2 个;　　B. 3 个;　　C. 4 个;　　D. 5 个.

7．如图，有一块直角三角形纸片，两直角边 AC =6cm，BC =8cm，现将直角边 AC 沿直线 AD 折叠，使它落在斜边 AB 上，且与 AE 重合，则 CD 等于 〔　　〕

〔A〕　2cm　〔B〕　3 cm　〔C〕　4 cm　〔D〕　5 cm

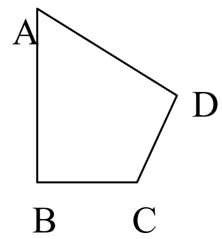
8. 如图: 长方形 ABCD 中，AB=3cm，AD=9cm，将此长方形折叠，使点 B 与 D 重合，折痕为 EF，则△ABE 的面积为〔　〕



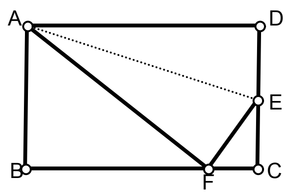
A、6cm^2　B、8cm^2 C、10cm^2　D、12cm^2

三，解答题

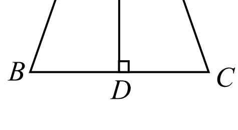
1、在四边形 ABCD 中，∠A=60^0，∠B=∠D=90^0，BC=2，CD=3，求 AB



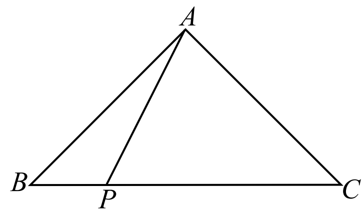
2．已知，如图，折叠长方形〔四个角都是直角，对边相等〕的一边 AD 使点 D 落在 BC 边的点 F 处，已知 AB = 8cm，BC = 10 cm，求 EC 的长



3 、已知△ABC 中，AD 是高，AB+DC=AC+BD，求证：AB=AC。

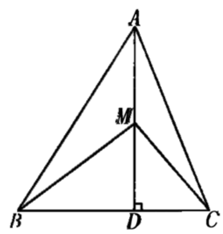


4、如图，△ABC 中，∠BAC=90°，AB=AC，P 为 BC 上任意一点。求证：$BP^2+CP^2=2AP^2$



5．已知直角三角形周长为 24，面积为 24，求各边之长。

6．如下图，在△ABC 中，AB=9，AC=6，AD⊥BC 于点 D，M 为 AD 上任一点，求 MB^2-MC^2 的值。



数的开方——平方根

【知识要点】

1．平方根的概念

如果一个数 x 的平方等于 a，即 $x^2=a$，那么这个数 x 叫做 a 的平方根，也叫二次方根。即假设 $x^2=a\left(a\geq 0\right)$，则 x 就称为 a 的平方根。

2．平方根的性质

①一个正数有两个平方根，它们互为相反数；

②零有一个平方根，它是零本身；

③负数没有平方根。

3．平方根的表示方法：

一个正数a的正的平方根，用符号“$\sqrt[2]{a}$”表示，a叫做被开方数，2 叫做根指数；正数a的负平方根用符号“$-\sqrt[2]{a}$”表示，根指数是 2 时，通常略去不写，所以这两个平方根记作$\pm\sqrt{a}$。

4．算术平方根： 正数a的正的平方根，也叫做a的算术平方根，记作$\sqrt{a}$〔$a>0$〕，0 的平方根叫做 0 的算术平方根。因此，0 的算术平方根为 0，即$\sqrt{0}=0$。

5．平方根的求法：①利用定义；②利用计算器；③利用估算法。

6．开平方：求一个数的平方根的运算叫做开平方，开平方与平方互为逆运算。

7．开平方的小数点移动规律：如果被开方数的小数点，向右或向左每移动两位，它的平方根的小数点就相应地向右或向左移动一位。

【典型例题】

例 1 $\because (0.3)^2=0.09$　　$\therefore$〔　　〕

A．0.09是0.3的平方根；　　　B．0.09是0.3的3倍；

C．0.3是0.09的一个平方根；　　D．0.09的平方根是0.3。

例 2 求以下各数的平方根：$\frac{196}{169}$，$(-5)^2$，$1\frac{24}{25}$，0.0256。

例 3 〔1〕$\sqrt{81}$的平方根是__________，算术平方根是__________；

〔2〕$\sqrt{(-4)^2}$的平方根是__________，算术平方根是__________；

〔3〕〔-2．345〕^{2}的平方根是__________，算术平方根是__________。

例 4〔1〕x^2+2x+1的平方根为〔　　〕

A．没有平方根　　B．$\pm(x+1)$　　C．0　　D．1

〔2〕$-\frac{1}{4}x^2+x-1$的平方根为〔　　〕

A．$\pm\frac{1}{2}(x-2)$　　B．没有平方根　　C．0 或没有平方根　　D．0

〔3〕一个自然数的一个平方根是$-m$，那么紧跟它后面的一个自然数的平方根是〔　　〕

A．$m+1$　　B．$\sqrt{m^2+1}$　　C．$\pm\sqrt{m+1}$　　D．$\pm\sqrt{m^2+1}$

例 5 已知$\sqrt{2.236}=1.536$，$\sqrt{23.6}=4.858$

① 求$\sqrt{236}$和$\sqrt{0.00236}$的值；

② 假设$\sqrt{x}$=0．4858，求x的值；

③ 假设$\sqrt{a\times10^6}=1536$，求a的值。

例 6 解以下方程

〔1〕 $144x^2$=25　　　　〔2〕 -100$(x-1)^2=(-4)^3$

例 7 求$\sqrt{x}+\sqrt{-x}$中x的值

【课堂练习】

1.〔1〕求以下各数的平方根和算术平方根

① $1\frac{11}{25}$； ② 0．0001； ③ 10^6； ④ 0

〔2〕求以下各式的值

① $\sqrt{1.21}$； ② $-\sqrt{16}$； ③ $\pm\sqrt{4+\frac{25}{36}}$

2．求以下各数的平方根

〔1〕10^6； 〔2〕$(-\frac{4}{49})^2$； 〔3〕$\sqrt{810000}$；

〔4〕$\sqrt{41^2-40^2}$； 〔5〕$\sqrt{(10\frac{6}{25})^2}$

3．填空

〔1〕9 的平方根是________，9 的算术平方根是________ 〔2〕81 的负的平方根是________；

〔3〕$\sqrt{6\frac{1}{4}}=$________，$\sqrt{1\frac{7}{9}}=$________； 〔4〕平方根是$\pm\frac{1}{3}$的数是________；

〔5〕$(-5)^2$的平方根是________； 〔6〕$\sqrt{25}$的平方根是________；

〔7〕平方根是它本身的数是________； 〔8〕假设$a^2=(-2)^2$，则$a=$________。

4．选择题

〔1〕以下结果错误的有〔 〕

① $\sqrt{(-2)^2}=\pm 2$； ② $\sqrt{16}$的算术平方根是 4；

③ $12\frac{1}{4}$的算术平方根是$\frac{7}{2}$； ④ $(-\pi)^2$的平方根是π

A．1 个 B．2 个 C．3 个 D．4 个

〔2〕以下语句写成式子正确的选项是〔 〕

A．7 是 49 的算术平方根，即$\sqrt{49}=\pm 7$； B．7 是$(-7)^2$的算术平方根，即$\sqrt{(-7)^2}=7$；

C．± 7是 49 的平方根，即$\pm\sqrt{49}=7$； D．$\sqrt{7}$是 7 的算术平方根，即$\sqrt{7}=7$

5．以下各数有平方根吗？如果有，求出它的平方根；如果没有，请说明理由。

〔1〕$2\frac{1}{4}$； 〔2〕0； 〔3〕$(-4.1)^2$； 〔4〕$|-9|$； 〔5〕-5^2； 〔6〕$\sqrt{16}$。

6．设a为有理数，判断以下说法是否正确

〔1〕如果a存在平方根，则$a>0$；〔 〕 〔2〕如果a有两个平方根，则$a>0$；〔 〕

〔3〕如果a没有平方根，则$a<0$；〔 〕 〔4〕如果$a>0$，则a的平方根也大于 0。〔 〕

7．已知$\sqrt{3}=1.732$，则$\sqrt{300}=$________，$-\sqrt{0.03}=$__________，$\sqrt{3.0\times 10^{-6}}=$________。

8．求以下各式中 x 的值：

〔1〕$\left(x-1\right)^2=9$　　〔2〕$\left(2x+1\right)^2-36=0$　　〔3〕$x^2+2x-24=0$

9．分别求 $\sqrt{a^2+2ab+b^2}$ 的值。

〔1〕a=3，b=2；　　〔2〕$a=\dfrac{1}{3}$，$b=-\dfrac{1}{2}$；

〔3〕a=1，b=－1；　　〔4〕$a=\dfrac{1}{6}$，$b=\dfrac{5}{6}$

10．已知 a、b、c 是△ABC 的三边，并且有 $a^2+b^2=c^2$，根据以下已知条件，求未知边。

〔1〕已知 $c=41$，$b=40$，求 a；　　〔2〕已知 a=3，b=4，求 c；

〔3〕已知 a=8，c=17，求 b。

11．已知 $\sqrt{2a-1}+\sqrt{b+\dfrac{1}{4}}$=0，求 a、b 的值。

12．已知 $\sqrt{x-1}+\sqrt{1-x}=y+4$，求 x 与 y 的值。

13．已知：$\sqrt{x+2y-5}+\left|2x-y-5\right|=0$，

〔1〕求 x 与 y 的值；　　〔2〕求 x+y 的平方根。

14．假设$\sqrt{x^2-1}+\sqrt{y+1}=0$，求$x^{2001}+y^{-2001}$的值。

15．假设$\sqrt{a-1}+\left(ab-2\right)^2=0$，求$\frac{1}{ab}+\frac{1}{\left(a+1\right)\left(b+1\right)}+\cdots+\frac{1}{\left(a+1990\right)\left(b+1990\right)}$的值。

16．计划用 100 块地板砖来铺设面积为 $16m^2$ 的客厅，求所需要的正方形地板砖的边长。

17．已知$\left(a+b+2\right)\left(a+b-2\right)=45$，求$a+b$的算术平方根。

二次根式的化简与计算

【重难点提示】

1．最简二次根式

〔1〕最简二次根式要满足以下两个条件

①被开方数的因数是整数，因式是整式。即被开方数不含有分母。

②被开方数中不含有能开尽方的因数或因式。即被开方数中每个因数或因式的指数都小于根指数 2。

〔2〕化简二次根式的方法

“一分解”：把被开方数的分子、分母尽量分解出一些平方数或平方式。

“二移出”：把这些平方数或平方式，用它的算术平方根代替移到根号外。

“三化去”：化去被开方数中的分母。

2．二次根式的加减法

〔1〕同类二次根式

几个二次根式化成最简二次根式以后，如果被开方数相同，那么这几个二次根式叫同类二次根式。

判断几个二次根式是否是同类二次根式：一化简，二判断。

〔2〕二次根式的加减法

先把各根式化成最简二次根式，再合并同类二次根式〔类似合并同类项〕。

3．分母有理化

前面学过分母是单项二次根式时，$\sqrt{a+b}$ 与 $\sqrt{a+b}$ 互为有理化因式。

那么两项式的二次根式的有理化因式是 $a+\sqrt{b}$ 与 $a-\sqrt{b}$ 。

$\sqrt{a}-\sqrt{b}$ 与 $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ 互为有理化因式。

4．二次根式的混合运算

〔1〕运算顺序：二次根式的加、减、乘〔乘方〕、除的运算顺序与实数的运算顺序类似，先算乘方，再算乘除，最后算加减，有括号的要先算括号里面的。

〔2〕在二次根式的混合运算中，整式和分式中的运算法则、定律、公式等仍然适用。

【典型例题】

例 1　计算：〔1〕$\left(\sqrt{x}+\frac{1}{2}\sqrt{x^3}-\frac{3}{4}\sqrt{x^5}\right)\left(-8\sqrt{x^3}\right)$　　〔2〕$\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)\left(5\sqrt{2}+4\sqrt{3}\right)$

〔3〕$\left(x^2\sqrt{\frac{b}{a}}-\frac{xy}{a}\sqrt{ab}+\frac{b}{a}\sqrt{\frac{a}{b}}\right)\div x^2y^2\sqrt{\frac{b}{a}}$ 〔a＞0，b＞0〕

例2　计算：

〔1〕$\left(3\sqrt{2}+5\sqrt{3}\right)\left(3\sqrt{2}-5\sqrt{3}\right)$　　〔2〕$\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{6}\right)$

〔3〕$\left(2\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$　　〔4〕$\left(3\sqrt{2}-2\sqrt{3}\right)^2-\left(3\sqrt{2}+2\sqrt{3}\right)^2$

例 3　如果最简根式 $\sqrt[m+n-2]{2m+4n}$ 和 $\sqrt{13-m}$ 是同类根式，求 m、n 的值。

例 4　计算：〔1〕$\left(5\sqrt{8}-\sqrt{\frac{25}{2}}\right)-8\sqrt{\frac{1}{3}}-\left(\frac{4}{\sqrt{3}}+6\sqrt{\frac{4}{3}}\right)$　　〔2〕$\left(\sqrt{108}-\sqrt{45}\right)-\left(\sqrt{125}-\sqrt{1\frac{1}{3}}\right)$

例 5　计算：

〔1〕$\frac{1}{2}\sqrt{a}+\frac{3}{4}\sqrt{a^3}-\frac{7}{8a}\sqrt{a^5}-\frac{1}{4a^2}\sqrt{a^7}$　　　　〔2〕$\sqrt{\frac{y}{x}+\frac{x}{y}+2}-\sqrt{\frac{x}{y}}-\sqrt{\frac{y}{x}}$〔x＞0，y＞0〕

例 6　计算：①$\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)$

②$\frac{1}{\sqrt{5}}\left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2-\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2\right]$

【课堂练习】

一、填空题

1．以下二次根式中$\sqrt{45a},\sqrt{30}\sqrt{2\frac{1}{2}},\sqrt{40b^2},\sqrt{54},\sqrt{17\left(a^2+b^2\right)}$中的最简二次根式有________。

2．化简：〔1〕$\sqrt{5\frac{1}{7}}=$__________，〔2〕$\sqrt{36a^3+216a^2b}=$__________

〔3〕$\frac{1}{m}\sqrt{\frac{5}{27m}}=$__________，〔4〕$\frac{y}{2x}\sqrt{\frac{4x^2}{9y^3}}=$__________

3．假设最简二次根式$2\sqrt{m+1}$与$-3\sqrt{7-2m}$是同类二次根式，则 m=_________.

4．假设最简二次根式$\sqrt[a+1]{2a+5}$与$\sqrt{4a+3b}$是同类二次根式，求 a、b 的值_________。

5．a 的倒数是$\sqrt{6}-\sqrt{5}$，则 a=____________。

6．已知-2＜m＜-1，化简$\frac{\sqrt{4m^2+4m+1}}{4m+2}-\frac{\sqrt{m^2-2m+1}}{2m-2}=$__________。

7．$\left(\sqrt{3}-2\right)^{1999}\cdot\left(\sqrt{3}+2\right)^{2000}=$__________。

8．$\sqrt{8}\cdot\sqrt{6}+\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=$__________。

9．把$\sqrt{5}$的整数部分记为 a，小数部分记做 b，则$a-\frac{1}{b}=$__________。

10．假设$\left(a+b+1\right)\left(a+b-1\right)=8$，则$a+b=$__________。

二、选择题

1．化简$\sqrt{\left(3-a\right)^2}$〔a≤3〕得〔　　〕

A．3－a　　B．a－3　　C．$\pm(3-a)$　　D．$\pm(a-3)$

2．在$\frac{1}{3}\sqrt{3ab},\sqrt{(x+1)(x-1)},\sqrt{0.5+0.75},\sqrt{2a^3},\sqrt{20},\sqrt{a^2+b^2}$中，最简二次根式的个数是〔　　〕

A．2 个　　B．3 个　　C．4 个　　D．5 个。

3．假设 x＞a，则$2x\sqrt{\frac{a^2}{x^5}-\frac{a^3}{x^6}}$化成最简根式得〔　　〕

A．$\frac{2}{x}\sqrt{x-a}$　　B．$\frac{2a}{x^2}\sqrt{x-a}$　　C．$2ax\sqrt{x-a}$　　D．$\frac{2a}{x}\sqrt{x-a}$

4．下面化简正确的选项是〔　　〕

A．$\sqrt{\frac{3a^5}{8}}=2a^2\sqrt{\frac{3a}{2}}$　　B．$3\sqrt{\frac{2b}{3}}=\sqrt{2b}$　　C．$\sqrt{\frac{2}{a-b}}=\frac{1}{a-b}\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{\frac{5x}{12y^3}}=\frac{1}{6y^2}\sqrt{15xy}$

5．下面说法正确的选项是〔　　〕

A．被开方数相同的二次根式一定是同类二次根式；　　B．$\sqrt{8}$与$\sqrt{80}$是同类二次根式

C．同类二次根式是根指数为 2 的根式　　D．$\sqrt{2}$和$\sqrt{\frac{1}{50}}$不是同类二次根式

6．与$\sqrt{a^3b}$不是同类二次根式的是〔　　〕

A．$\sqrt{\frac{ab}{2}}$　　B．$\sqrt{\frac{b}{a}}$　　C．$\frac{1}{\sqrt{ab}}$　　D．$\sqrt{\frac{b}{a^3}}$

7．$5\sqrt{\frac{1}{5}}+\frac{1}{2}\sqrt{20}-\frac{5}{4}\sqrt{\frac{4}{5}}+\sqrt{45}$的值〔　　〕

A．4　　B．$2\sqrt{5}$　　C．$-\frac{3}{2}\sqrt{5}$　　D．$\frac{9}{2}\sqrt{5}$

8．计算$\left(2\sqrt{2}-\sqrt{32}+\sqrt{128}\right)\cdot\sqrt{3}$的结果是〔　　〕

A．$\sqrt{6}$　　B．$6\sqrt{6}$　　C．$6\sqrt{3}$　　D．$4\sqrt{6}$

9．以下计算结果正确的选项是〔　　〕

A．$2\sqrt{3}+3\sqrt{2}=5\sqrt{5}$　　B．$\left(\sqrt{3}+\sqrt{7}\right)\cdot\sqrt{10}=\sqrt{10}\cdot\sqrt{10}=10$

C．$\left(3+2\sqrt{3}\right)\left(3-2\sqrt{3}\right)=-3$　　D．$\left(\sqrt{2a}+\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)=2a-b$

10．假设 x＞0，y＜0，则$\sqrt{xy^2}-\sqrt{x^3}$等于〔　　〕

A．$(x+y)\sqrt{x}$　　B．$(x-y)\sqrt{x}$　　C．$-(x-y)\sqrt{x}$　　D．$-(x+y)\sqrt{x}$

三、化简

1．$\sqrt{96a^3b}$〔a≥0，b≥0〕　2．$\sqrt{12a^2b}$〔a＞0〕　3．$\sqrt{\frac{25a^2b^3}{121c^4}}$〔a≥0，b≥0〕

4．$\sqrt{\frac{b}{a}+\frac{a}{b}-2}$〔b＞a＞0〕　　5．$\frac{2a^2}{3b}\sqrt{\frac{b^3-b^2}{a^4}}$〔b＞1〕

6．$\left(m^{2}-n^{2}\right)\sqrt{\dfrac{m+n}{m-n}}$ 〔m＞n＞0〕

7．$\sqrt{\dfrac{18x^{3}y}{5(y-x)^{2}}}$ 〔x＞y〕

四、计算

1． $3\sqrt{0.2}+4\sqrt{125}+\sqrt{\dfrac{1}{27}}-\sqrt{75}$

2． $\sqrt{18}-\left(\sqrt{98}-\sqrt{75}+\sqrt{27}\right)$

3．$\left(\dfrac{3}{2}\sqrt{72}+2\sqrt{75}\right)-\left(\sqrt{162}+\sqrt{147}\right)$

4．$\dfrac{3}{2}\sqrt{\dfrac{2}{3}}-\left(3\sqrt{\dfrac{1}{6}}+\dfrac{5}{2}\sqrt{\dfrac{3}{2}}-1.7\sqrt{6}\right)$

5．$\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-\sqrt{6}\right)\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}-\sqrt{6}\right)$

6．$\left(3\sqrt{a}+2\sqrt{b}\right)\left(2\sqrt{a}-3\sqrt{b}\right)$

立方根

【知识要点】

1．立方根的定义：如果一个数的立方等于 a，这个数就叫做 a 的立方根〔也称作 a 的三次方根〕。即：假设 $x^{3}=a$，则 x 称为 a 的立方根，记作 $\sqrt[3]{a}$，其中 a 是被开方数，3 是根指数。

2．立方根的性质：〔1〕任何数都有立方根，且只有一个立方根〔这与平方根的性质不同〕。
〔2〕正数有一个正的立方根，负数有一个负的立方根，0 的立方根是 0。
〔3〕求一个数的立方根的运算叫做开立方。开立方与立方互为逆运算。

3．开立方的小数点移动规律：被开方数的小数点向右或向左每移动三位，则立方根的小数点就向右或向左移动一位。

4．n 次方根的定义：如果一个数的 n 次方等于 a，这个数叫做 a 的 n 次方根。

5．n 次方根的性质：〔1〕正数的偶次方根有两个，它们是互为相反数；负数没有偶次方根；
〔2〕任何数 a 的奇次方根只有一个，且与 a 同正负；
〔3〕0 的任何次方根为 0。

【典型例题】

例 1　〔1〕求以下各数的平方根及立方根：

①$-\frac{1}{64}$　　　　②729　　　　③$10^{-6}$

〔2〕求以下各式的值：

①$\sqrt[3]{-8}$　　　　②$\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$　　　　③$\sqrt[3]{-0.064}$

例 2　$\sqrt[3]{15\frac{5}{8}}=$＿＿＿＿＿＿；$\sqrt[3]{\frac{19}{27}-1}=$＿＿＿＿＿＿；$\sqrt[3]{3.43\times10^{5}}=$＿＿＿＿＿＿。

例 3　以下各式中值为正数的是〔　　〕

A．$\sqrt[3]{(-2.5)^{5}}$　　B．$-\sqrt[3]{(-3.4)^{2}}$　　C．$\sqrt[3]{0}$　　D．$\sqrt[3]{|-7|}$

例 4　计算：〔1〕$\left(-\sqrt{\frac{4}{9}}\right)\times\sqrt[3]{-1\frac{19}{8}}\times\sqrt[4]{81}$　　〔2〕$\sqrt{9^{2}+12^{2}}+\sqrt[3]{5^{2}+10^{2}}$

〔3〕$\sqrt{1\frac{7}{9}}+\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$　　〔4〕$-\sqrt[3]{15\frac{5}{8}}+\sqrt{\frac{25}{36}}$　　〔5〕$\sqrt[3]{-343}+\sqrt{256}$

〔6〕$\sqrt{3^{2}+4^{2}}+\sqrt[3]{5^{2}+10^{2}}$　　〔7〕$\sqrt[3]{-1\frac{19}{8}}\times\sqrt[3]{27}$

例 5　已知$\sqrt[3]{13.14}=2.359$，$\sqrt[3]{1.314}=1.095$，$\sqrt[3]{131.4}=5.084$

求〔1〕$\sqrt[3]{1314}$、$\sqrt[3]{0.1314}$、$\sqrt[3]{13140}$的值

〔2〕假设$\sqrt[3]{x}=0.2359$，$\sqrt[3]{y}=1.095\times10^{6}$，$\sqrt[3]{z}=50.84$，求 x、y、z 的值

例 6　求以下各式中 x 的值。

〔1〕$8x^{3}+125=0$　　〔2〕$5x^{5}-160=0$　　〔3〕$27x^{2}+216=0$

〔4〕$-0.01x^3=0.00001$　　〔5〕$4(3-2x)^3=1372$

例 7　〔1〕$(-1)^{2004}$的六次方根为________。　〔2〕$(-1)^{2005}$的 999 次方根为____________。

〔3〕－32 的五次方根为__________。　〔4〕64 的六次方根为__________________。

〔5〕$(-2.5)^6$的六次方根为________。　〔6〕$(-10.13)^9$的 9 次方根为__________。

〔7〕$(-2)^6$的平方根为____________，立方根为________，六次方根为____________。

立方根练习

1．填空题：

〔1〕125 的立方根等于____________，－125 的立方根等于________________。

__________，$(-1)^7$的立方根等于________________。

____________，49 的算术平方根等于_______________。

〔4〕平方根等于本身的数是________，立方根等于本身的数是______________。

〔5〕64 的平方根的立方根等于__________，9 的立方根可表示成___________。

〔6〕-8000的立方根是________________；　0.027的立方根是______________。

〔7〕$-4\dfrac{12}{125}$的立方根是________________；　$\dfrac{8}{729}$的立方根是_______________。

〔8〕$\sqrt[3]{512}$的立方根是____________　　$(-3.47)^3$的立方根是________________。

〔9〕$-\sqrt{64}$的立方根是___________　　1.25×10^5的立方根是________________。

〔10〕$\pm\sqrt[3]{\dfrac{15\times30\times5}{18}}=$________________　　$-\sqrt[3]{(9.24)^3}=$_____________________。

〔11〕$\sqrt[3]{\left(8\times10^3\right)^2}=$__________________。

2．求以下各式的值：

〔1〕$\sqrt[3]{\dfrac{19}{27}-1}$　　〔2〕$\sqrt[3]{1-\dfrac{19}{27}}$　　〔3〕$\pm\sqrt[3]{0.001}$

3．求以下各式中的 x 的值：

〔1〕$x^3=-512$；　　〔2〕$27x^3-125=0$　　〔3〕$(x-2)^3=-0.125$

4．〔1〕求 625 的 4 次方根；〔2〕求－128 的 7 次方根；〔3〕求$\dfrac{1}{64}$

的 6 次方根；〔4〕求 0.00001 的 5 次方根。

5．$\sqrt{64}$ 的立方根是〔　　〕　A．±4　B．±2　C．2　D．－2

6．假设 $a^2=\left(-5\right)^2$，$b^3=\left(-5\right)^3$，则 $a+b$ 的值为〔　　〕

A．－10　B．0　C．0 或－10　D．0，－10 或 10

7．假设 $\sqrt[3]{x-5}+\sqrt[3]{y-6}=0$，则 $x+y=$〔　　〕

A．9　B．10　C．11　D．12

8．假设 $\sqrt[3]{a+4}=4$，那么 $\left(a-67\right)^3$ 的值是〔　　〕

A．64　B．－27　C．－343　D．343

9．$-\sqrt[3]{-8}$ 的平方根是〔　　〕　A．－2　B．2　C．$-\sqrt{2}$　D．$\pm\sqrt{2}$

10．计算以下各题

〔1〕$\sqrt[3]{-3\frac{3}{8}}$；　〔2〕$\sqrt[3]{5^6\times 2^9}$　〔3〕$\left(-\frac{1}{2}\right)^0+\sqrt[3]{-8}+\sqrt{\left(-2\right)^2}-\sqrt[3]{-1}$

〔4〕$\left|-\sqrt[3]{-2^3}\right|\div\sqrt{2\frac{1}{4}}+\sqrt[3]{\left(-1\right)^{2000}}$　〔5〕$\sqrt[3]{\frac{27}{8}}+\sqrt{64^{-1}}-\sqrt[3]{1-\frac{189}{64}}-\sqrt{1-\frac{31}{256}}$

11．如果 $3x+16$ 的立方根是 4，求 $2x+4$ 的算术平方根。

12．已知 $x=\sqrt[a+b]{m}$ 是 m 的立方根 $\left(m\neq 0,1,-1\right)$，而 $y=\sqrt[3]{b-6}$ 是 x 的相反数，且 $m=3a-7$，求 x^2+y^2 的立方根。

13．假设 $\sqrt[3]{1-a^2}=1-a^2$，$\sqrt{1-\frac{1}{3}b}=0$，求 $\sqrt[b]{a}$ 的值。

14．已知 $a=\sqrt{\frac{b-2}{b+2}}+\sqrt{\frac{2-b}{b+2}}+\frac{1}{2}b^3$，且 $\sqrt{x-y+2}=-\left|x+y-6\right|$，求 $\sqrt[3]{abxy}$ 的值。

15．已知 $x=\sqrt[a+b]{m}$ 是 m 的立方根 $\left(m\neq 0,1,-1\right)$，而 $y=\sqrt[3]{b-6}$ 是 x 的相反数，且 $m=3a-7$，求 x^2+y^2 的立方根。

第三章位置与坐标

【确定位置】

〔1〕行列定位法：在这种方法中常把平面分成假设干行、列，然后利用行号和列号表示平面上点的位置，在此方法中，要牢记某点的位置需要两个互相独立的数据，两者缺一不可。

（2）“极坐标”定位法：运用此法需要两个数据：方位角和距离，两者缺一不可。

（3）经纬定位法：它也需要两个数据：经度和纬度。

（4）区域定位法：只描述某点所在的大致位置。如“小明住在 7 号楼 3 层 302 号”

（5）在方格纸上确定物体的位置：在方格纸上，一点的位置由横向格数与纵向格数确定，记作〔横向格数，纵向格数〕或记作〔水平距离，纵向距离〕，要注意横格数排在前面，纵向格数排在后面。此种确定位置的方法可看作“平面直角坐标系”中坐标定位法的特例。

【同步练习】

1、以下数据不能确定物体位置的是〔　〕

A.　4 楼 8 号　　B.　北偏东 30 度

C.　希望路 25 号　　D.　东经 118 度、 北纬 40 度

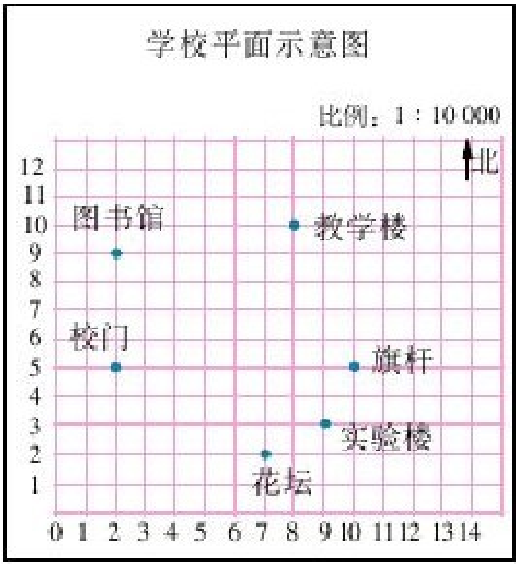
2、如左以下图是某学校的平面示意图，如果用〔2，5〕表示校门的位置，那么图书馆的位置如何表示？图中〔10，5〕处表示哪个地点的位置？

3、如右上图，雷达探测器测得六个目标 A、B、C、D、E、F，目标 C、F 的位置表示为 C〔6，120°〕、F〔5，210°〕，按照此方法在表示目标 A、B、D、E 的位置时，其中表示不正确的选项是 〔　　〕

A．A〔5，30°〕　　　B．B〔2，90°〕

C．D〔4，240°〕　　　D．E〔3，60°〕

4、小明家在学校的北偏东30°方向，距学校 1000 m 处，则学校在小明家的_______.



【直角坐标系】

1．平面直角坐标系：

〔1〕在平面内，两条互相垂直且有公共原点的数轴组成平面直角坐标系．通常，两条数轴分别置于水平位置与铅直位置，取向右与向上的方向分别为两条数轴的正方向．水平的数轴叫做 x 轴或横轴，铅直的数轴叫做 y 轴或纵轴，x 轴和 y 轴统称坐标轴，它们的公共原点 O 称为直角坐标系的原点．这个平面叫做坐标平面．

〔2〕两条坐标轴把平面分成四个部分：右上部分叫做第一象限，其他三个部分按逆时针方向依次叫做第二象限、第三象限和第四象限(如图 1－5－1 所示〕.

2．点的坐标：

〔1〕对于平面内任意一点 P，过点 P 分别向 x 轴、y

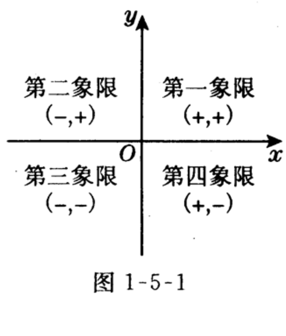


图 1-5-1

轴作垂线，垂足在 x 轴 y 轴上对应的数 a、b 分别叫做点 P 的横坐标、纵坐标．有序数对〔a、b〕叫做点 P 的坐标．

〔2〕坐标平面内的点可以用有序实数对来表示反过来每一个有序实数对都能用坐标平面内的点来表示；即坐标平面内的点和有序实数对是一一对应关系．

〔3〕设 P〔a、b〕，假设 a=0，则 P 在 y 轴上；假设 b=0，则 P 在 x 轴上；假设 a+b＝0，则 P 点在二、四象限两坐标轴夹角平分线上；假设 a=b，则 P 点在一、三象限两坐标轴夹角的平分线上．

〔4〕设 P_1〔a，b〕、P_2〔c，d〕，假设 a=c，则 P_1P_2∥y 轴；假设 b=d，则 P_1P_2∥x 轴．

【例】如图 1－5－2 所示，士所在位置的坐标为〔－1，－2〕，相所在位置的坐标为〔2，2 那么，"炮"所在位置的坐标为______．

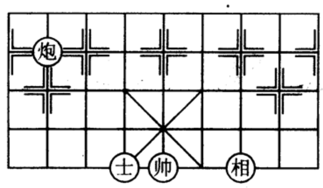


图 1-5-2

【同步练习】

1、已知点 P 在第二象限，且到 x 轴的距离是 2，到 y 轴的距离是 3，则 P 点坐标为___________

2．坐标平面内的点与___________ 是一一对应关系．

3．假设点 M 〔a,b〕在第四象限，则点 M〔b－a,a－b〕在〔　　〕

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

4．假设 P〔x，y〕中 xy=0，则 P 点在〔　〕

A．x 轴上　　B．y 轴上　　C．坐标原点　　D．坐标轴上

5．假设 P〔a,a－2〕在第四象限，则 a 的取值范围为〔〕

A．－2＜a＜0　　B．0＜a＜2　　C．a＞2　　D．a＜0

6．如果代数式$\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{ab}}$有意义，那么直角坐标系中点 A〔a，b〕的位置在〔 〕

7．已知 M(3a－9，1－a) 在第三象限，且它的坐标都是整数，则 a 等于〔　〕

A．1　　B．2　　C．3　　D．0

8．如图 1－5－3，方格纸上一圆经过〔2，5〕，〔－2，1〕，〔2，－3〕，(6，1〕四点，则该圆的圆心的坐标为〔 〕

A．〔2，－1〕B．〔2，2〕C．〔2，1〕　D．〔3，1〕

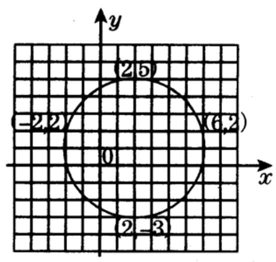
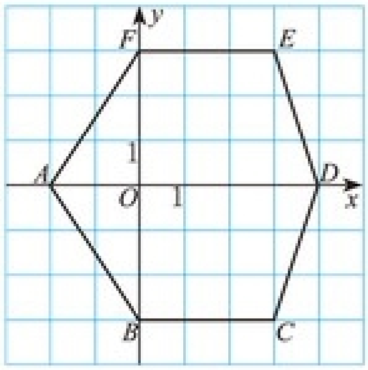
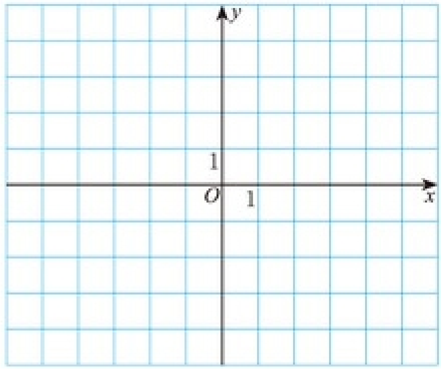


图 1-5-3

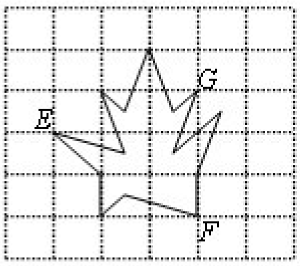


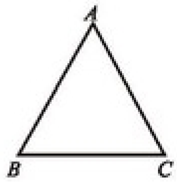
9、写出左以下图中的多边形 ABCDEF 各个顶点的坐标.



10、在右上图的平面直角坐标系中，描出以下各点：A〔－5，0〕， B〔1，4〕， C〔3，3〕，

D〔1，0〕， E〔3，－3〕， F〔1，－4〕.





12、如左上图，假设点 E 的坐标为〔－2，1〕，点 F 的坐标为〔1，－1〕，则点 G 的坐标为______.

13、如右上图，对于边长为 4 的正△ABC，建立适当的直角坐标系，写出各个顶点的坐标.

14、在平面直角坐标系中，下面的点在第一象限的是〔　　〕

A. 〔1，2〕　　B. 〔－2，3〕　　C. 〔0，0〕　　D. 〔－3，－2〕

15、假设 $\sqrt{a-3}+|b+2|=0$，则点 M〔a，b〕在〔　　〕

A.第一象限　　B.第二象限　　C.第三象限　　D.第四象限

16、在平面直角坐标系中，点 P〔1，m－2〕在第四象限，则 m 的取值范围是__________.

17、点 P（a，b）是第三象限的点，则〔　　〕

〔A〕$a+b>0$　　〔B〕$a+b<0$　　〔C〕$ab>0$　　〔D〕$ab<0$

118、点 P 在第二象限，假设该点到 x 轴的距离为 3，到 y 轴的距离为 1，则点 P 的坐标是______.

19、已知点$Q(-8,6)$，它到x轴的距离是____，它到y轴的距离是____，它到原点的距离是_____.

20、在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为〔－3，4〕，点 B 的坐标是〔－1，－2〕，点 O 为坐标原点，

求△AOB 的面积.

【对称点的坐标】

点 P〔a，b〕关于 x 轴对称的点的坐标为〔a，－b〕，关于 y 轴对称的点的坐标为〔－a，b〕，关于原点对称的点的坐标为〔－a，－b〕，反过来，P 点坐标为 P_1〔a_1，b_1〕，P_1〔a_2，b_2〕，假设 $a_1=a_2$, $b_1+b_2=0$, 则 P_1 、P_2 关于 x 轴对称；假设 $a_1+a_2=0$， $b_1=b_2$， 则 P_1 、P_2 关于 y 轴对称；假设 $a_1+a_2=0$， $b_1+b_2=0$， 则 P_1 、P_2 关于原点轴对称.

【例 1】已知点 P〔－3， 2〕，点 A 与点 P 关于 y 轴对称，则 A 点的坐标为______

【例 2】矩形 ABCD 中的顶点 A、B、C、D 按顺时针方向排列，假设在平面直角坐标系中，B、D 两点对应的坐标分别是〔2，0〕，〔0，0〕，且 A、C 关于 x 轴对称，则 C 点对应的坐标是〔 〕

A、〔1， 1〕　　B、〔1，－1〕　　C、〔1，－2〕　　D、〔$\sqrt{2}$，$-\sqrt{2}$〕

【同步练习】

1．点 P(3，－4〕关于 y 轴的对称点坐标为_______，它关于 x 轴的对称点坐标为_______．它关于原点的对称点坐标为_______.

2．假设 P〔a, 3－b〕,Q(5, 2)关于 x 轴对称，则 a=___，b=______

3．点〔－1, 4〕关于原点对称的点的坐标是〔　〕

A．〔－1，－4〕　　B．〔1，－4〕

C．〔l，4〕　　D．〔4，－1〕

4．在平面直角坐标系中，点 P〔－2，1〕关于原点的对称点在〔　〕

A．第一象限　　B．第 M 象限 C．第 M 象限　　D．第四象限

5．已知点 A〔2，－3〕它关于 x 轴的对称点为 A_1，它关于 y 轴的对称点为 A_2，则 A_1、A_2 的位置有什么关系？

6．已知点 A〔2，－3〕①试画出 A 点关于原点 O 的对称点 A_1；②作出点 A 关于一、三象限两坐标轴夹角平分线的对称点 B，并求 B 点坐标.

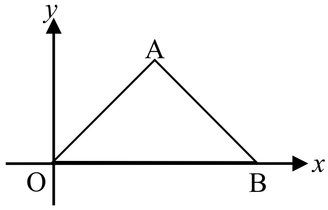
7、点M的坐标是(－3,4)，则点M关于y轴的对称点的坐标是_______，关于x轴的对称点的坐标是_______，关于原点的对称点的坐标是_______，点M到原点的距离是_______.

8、如右图，在直角坐标系中，△AOB 的顶点 O 和 B 的坐标分别是 O〔0，0〕，B〔6，0〕，且

∠OAB＝90°，AO＝AB，则顶点 A 关于 x 轴的对称点的坐标是 〔　　〕

〔A〕〔3，3〕　　　　〔B〕〔−3，3〕

〔C〕〔3，−3〕　　　　〔D〕〔−3，−3〕

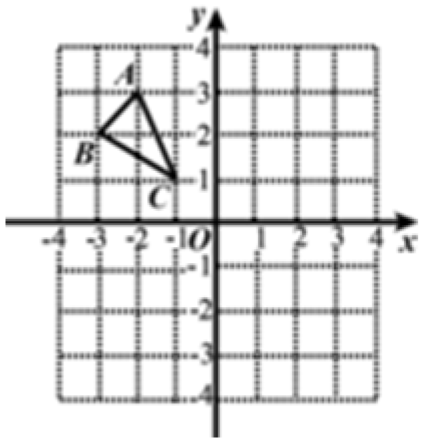


9、△ABC 在平面直角坐标系中的位置如下图.

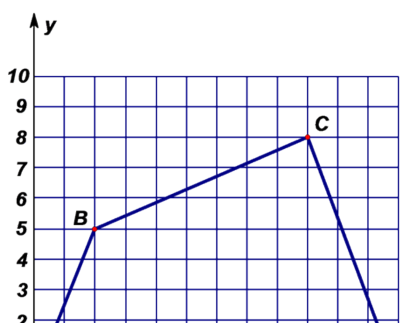
〔1〕作出△ABC 关于 x 轴对称的$\triangle A_1B_1C_1$，并写出点 A_1 的坐标；

〔2〕作出将△ABC 绕点 O 顺时针旋转 180°后的$\triangle A_2B_2C_2$；

〔3〕求 $S_{\triangle ABC}$.



10、 在如下图的直角坐标系中，四边形 ABCD 的各个顶点的坐标分别是 A〔0，0〕，B〔2，5〕，C〔9，8〕，D〔12，0〕，求出这个四边形的面积.



一次函数及其图象

【知识要点】

1．作出函数图象的三大步骤

〔1〕列表　〔2〕描点　〔3〕连线

2．正比例函数 $y = kx$ 的图象经过原点。

3．对于 $y = kx + b$，当 $k > 0$ 时，y 的值随 x 的值的增大而增大。

当 $k < 0$ 时，y 的值随 x 的值的增大而减小。

当 $b > 0$ 时，直线与 y 轴的交点在 x 轴的上方；

当 $b < 0$ 时，直线与 y 轴的交点在 x 轴的下方。

【典型例题】

例 1、已知一次函数 $y = (a-2)x + a^2 - 9$，且 y 随 x 值增大而减小。

〔1〕求 a 的范围

〔2〕如果此一次函数又恰是正比例函数，试求 a 的值。

例 2　当 m 为何值时，函数 $y = (m+2)x^{m^2-3} + m - 3$ 为一次函数，求这个一次函数的解析式，并求该函数图象与 x 轴、y 轴交点间的距离。

例 3　在同一个坐标系内作直线 $l_1: y = ax + b$ 和直线 $l_1: y = bx + a$ 的草图。$(ab \neq 0)$

例 4　作函数 $y = mx - (m-3)$ 的草图。〔m<3〕

例5　已知函数 $y = -\frac{1}{2}x + 1$〔1〕当 $-1 \le x \le 1$ 时，求 y 取值范围。〔2〕当 $-1 \le y \le 1$ 时，求 x 取值范围。

例 6 〔1〕图像过点〔1，－1〕，且与直线 $2x + y = 5$ 平行，求其解析式。

〔2〕图像和直线 $y = -3x + 2$ 在 y 轴上相交于同一点，且过〔2，－3〕点，求其解析式。

例 7　求直线 $2x + y + 1 = 0$ 关于 x 轴成轴对称的图形的解析式。

例 8　作出 $y = |3x - 5|$ 的图像。

例 9　直线与 x 轴交于点 A〔－4，0〕，与 y 轴交于点 B，假设点 B 到 x 轴的距离为 2，求直线的解析式。

例 10 气温随高度的升高而下降，下降的一般规律是从地面到高空 11km 处，每升高 1km,气温下降 6℃，高于 11km 时，几乎不再变化，设地面的气温为 20℃，高空中 xkm 的气温为 y℃。〔1〕当 $0 \le x \le 11$ 时，求 x 和 y 的关系式。〔2〕在坐标系中作出气温随高度〔包括高于 11km〕而变化的图象；〔3〕试求在离地面 4.5km 及 13km 的高空处，气温分别是多少度？

【课堂练习】

1．假设 $y = (k-3)x$ 是正比例函数，则 k________。

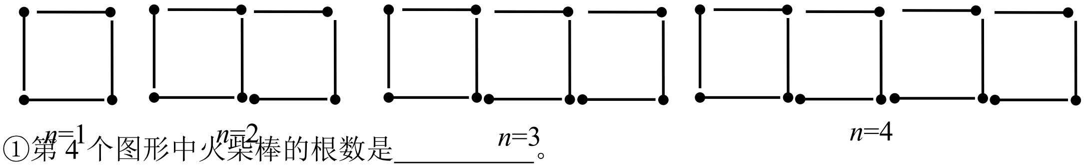
2．假设 y 与 x 成正比，且 $x=4$ 时，$y=-6$，则比例系数为________，解析式为________。

3．函数 $y=(m+6)x+(m-2)$，当 m________时，y 是 x 的一次函数，当 m________时，y 是 x 的正比例函数。

4．假设一次函数 $y=kx+5$ 的图像经过点 P〔－2，－1〕，则 k=________。

5．某音像社对外出租光盘的收费方法是：每张光盘在出租后的头两天每天收元，以后每天收元，那么一张光盘在出租后第 n 天〔n 是大于 2 的整数〕，应收租金______元。

6．下面由火柴棒拼出的一列图形，第 n 个图形由 n 个正方形组成，通过观察可以发现：



①第 4 个图形中火柴棒的根数是__________。

②第 n 个图形中火柴棒的根数是__________。

7．购买单价 c 元的球拍 n 个，付出 450 元，应找 y 元，则 y 与 n 之间的关系式是______。

8．有一批物资要从 A 城运往 B 城，如果两城的路程为 500 千米，车速为每小时 50 千米，从 A 城到 B 城所用时间为 t，那么汽车与 B 城的距离 y 与 t 的关系是_____________。

9．对正比例函数 y=2x 和一次函数 y=2x－2。

〔1〕填写下表：

y=2x	0	2
y=2x－2		

〔2〕在右边空白处的同一坐标系内作出它们的图象；

〔3〕y=2x 的图象的特点是______________________；y=2x 的图象与 y=2x－2 的图象的区别是____。

10．在同一坐标系内作出 y=$\frac{1}{2}$x，y=x，y=4x 的图象。______________的图象与 x 轴正方向所成的锐角最大，___________________的图象与 x 轴正方向所成的锐角最小。

11．已知一次函数 $y=(a+3)x-2$，且 y 随 x 的增大而增大。则 a 的取值范围是___________。

12．如果一次函数 $y=(m-3)x+1$ 的图象上有一点 A，且 A 的坐标为〔2，4〕，则 m 的值为_______________________

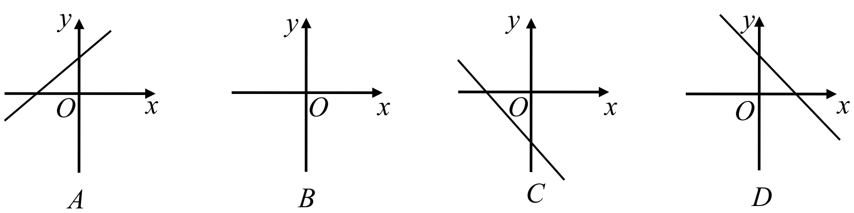
13．在以下四个函数中，y 的值随 x 的值的增大而减小的是〔　　〕

A．$y=-\frac{1}{2}x$`　B．$y=3x-5$　C．$y=x$　D．$y=2x+1$

14．在一次函数 $y=(m+2)x-3$ 中，y 的值随 x 的值的增大而增大，则 m 的范围是〔　　〕

A．$m<-2$　B．$m>-2$　C．$m=-2$　D．$m<2$

15．下面图象中，不可能是关于 x 的一次函数 $y=mx-(m-3)$ 的图象是〔　　〕



16．求以下函数关系式，并指出自变量的取值范围：

〔1〕汽车离开甲地 15 千米后，以每小时 60 千米的速度继续前进了 t 小时，求汽车离开甲地的距离 s〔千米〕与时间 t〔小时〕之间的函数关系式。

〔2〕拖拉机开始工作时，油箱里有 40 升油，如果每小时耗油 5 升，求油箱中的余油量 Q〔升〕与工作时间 t〔小时〕之间的函数关系式。

〔3〕一个梯形的下底长为 6cm，高为 6cm，求这个梯形的面积 S〔cm^2〕与上底长 a(cm)之间的函数关系式。

〔4〕一个弹簧，不挂物体时长 12cm，挂上物体会伸长的长度与所挂物体的质量成正比例。如果挂上 3 千克物体后弹簧总长是 13.5cm，求弹簧总长 y〔cm〕与挂物体质量 x〔kg〕之间的函数关系式。

〔5〕某水果批发市场规定，批发苹果不少于 100 千克时，批发价为每千克 2.5 元，小王携带 3000 元到这市场采购苹果，并以批发价买进，如果购买的苹果为 x 千克，小王付款后剩余的现金为 y〔元〕，写出 y 与 x 之间的函数关系式，并求出自变量 x 的取值范围。

17．假设函数 $y=(m-2)x^{5-m^2}$ 是正比例函数，求 m 的值。

18．已知函数 $y=-\dfrac{3}{4}x+1$，〔1〕当函数值 y 为正数时，求自变量 x 的取值范围，〔2〕当自变量 x 取正数时，求函数 y 的取值范围。

19．已知函数 $y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{\sqrt{2}}{3}$，当函数值在 $-1\le y\le 1$ 时，求自变量 x 的取值范围。

20．已知 $y=-2x-1$ 上有一点 P〔－1，k〕求点 P 到 x 轴、y 轴的距离。

21．已知一次函数 $y=(2-m)x+\left(m^2-25\right)$.〔1〕当 m 为何值时，y 的值随 x 的值的增大而增大；〔2〕当 m 为何值时，此一次函数也是正比例函数。

一次函数的图像和性质

【知识要点】

1．函数的概念：〔1〕在某一变化过程中有两个变量 x 与 y；

〔2〕变量 y 随变量 x 的值变化而变化；

〔3〕对于 x 的每一个值，y 都有惟一的值与它对应。

2．函数的图像：〔1〕列表；〔2〕描点；〔3〕连线。〔连线是按 x 从小到大的顺序用光滑的曲线连结所描各点。画函数图像时应注意自变量的取值范围〕。

3．正比例函数的定义：型如 y=kx〔k≠0 且为常数〕的函数叫做正比例函数。

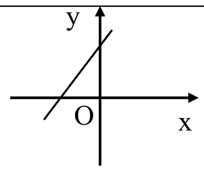
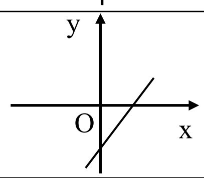
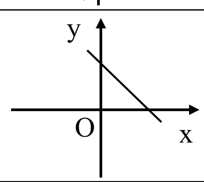
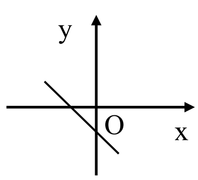
4．一次函数的定义：型如 y=kx+b〔k、b 均为常数，且 k≠0〕的函数叫一次函数。

5．正比例函数的图像〔y=kx 的图像〕是一条过〔0，0〕，〔1，k〕的直线。

6．一次函数 y=kx+b 的图像是一条过〔$-\dfrac{b}{k}$，0〕，〔0，b〕的直线。

7．正比例函数，一次函数具有相同的性质　当 k＞0 时，y 随 x 的增大而增大；当 k＜0 时，y 随 x 的增大而减小。

8．一次函数 y=kx+b 的图像与 k、b 的符号关系如下表：

k、b 的符号	草　图
k＞0，b＞0	
k＞0，b＜0	
k＜0，b＞0	
k＜0，b＜0	

9．一次函数表达式确实定：

〔1〕正比例函数 y=kx〔k≠0〕表达式确实定只需一个条件〔如一对 x、y 的值或一个点〕。
〔2〕一次函数 y=kx+b 中有两个待定系数 k、b，需两个条件〔两对 x、y 的值或两个点〕。
注：正比例函数，只需将一个已知点的纵横坐标代入 y=kx 中，解一元一次方程，求出 k 从而确定此表达式。
一次函数，将两个已知点纵横坐标分别代入 y=kx+b 中，建立关于 k、b 的二元一次方程组，求出 k、b 从而确定表达式。

【典型例题】

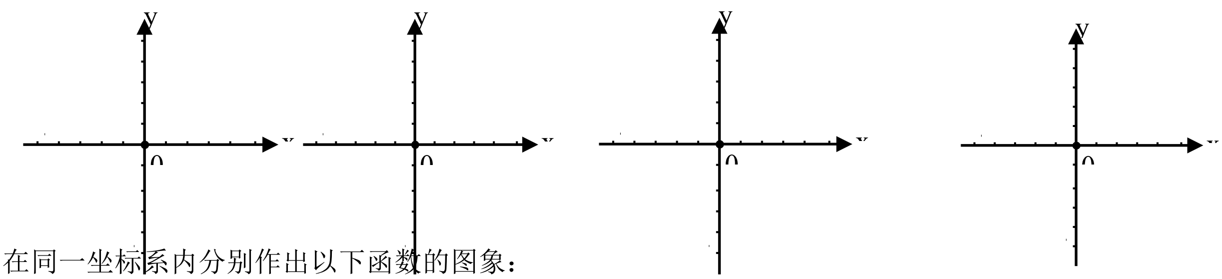
例 1　弹簧挂上物体后会伸长，测得一弹簧的长度 y〔cm〕与所挂物体的质量 x〔kg〕有下面关系。

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	12		13		14		15		16

试写出一次函数的解析式。

例 2　在直角坐标系内分别作出以下函数的图像：

〔1〕 $y=x+1$　　〔2〕 $y=-x+1$　　〔3〕 $y=x-1$　　〔4〕 $y=-x-1$

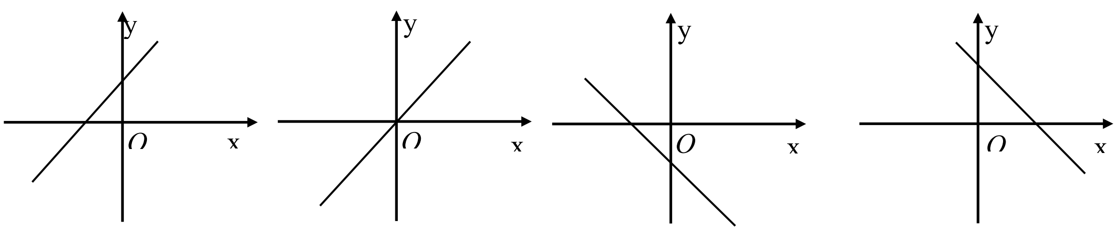


例 3　在同一坐标系内分别作出以下函数的图象：

〔1〕y=2x；　　〔2〕y=－3x+2；　　〔3〕y=3x－1

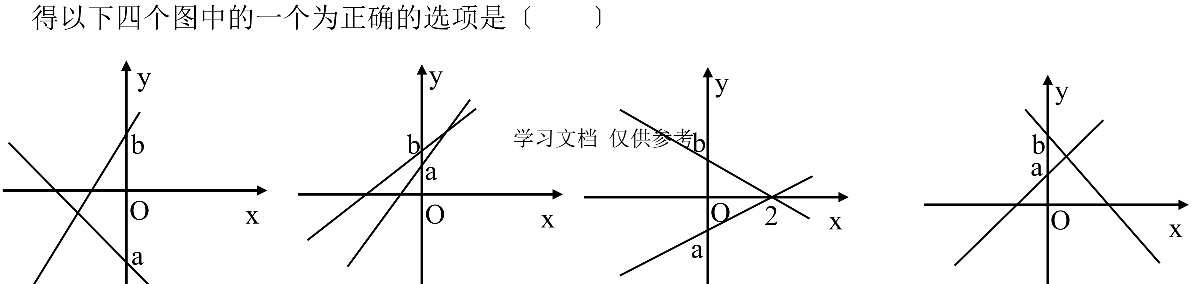
例 4　已知一次函数 y=〔6+3m〕x+〔n－4〕。求：〔1〕m 为何值时，y 随 x 的增大而减小；〔2〕m、n 满足什么条件时，函数图像与 y 轴的交点在 x 轴下方；〔3〕m、n 分别为何值时，函数图像经过原点；〔4〕m、n 满足什么条件时，函数图像不经过第二象限。

例 5　下面图像中，不可能是关于 x 的一次函数 $y=mx-\left(m-3\right)$ 的图像的是〔　　〕

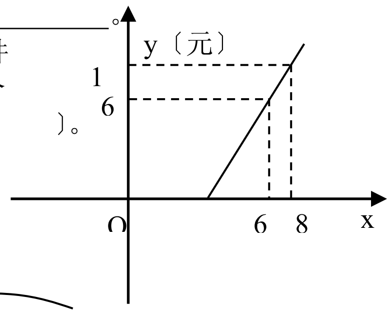


〔A〕　　〔B〕　　〔C〕　　〔D〕

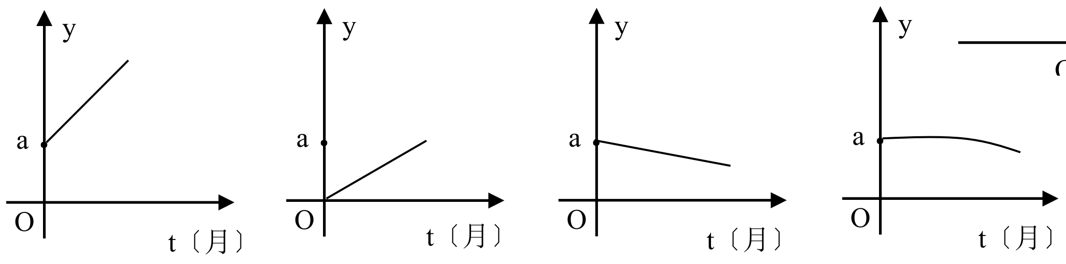
例 6　设 b＞a，将一次函数 y=bx+a 与 y=ax+b 的图象画在平面直角坐标系内，则有一组 a、b 的取值，使得以下四个图中的一个为正确的选项是〔　　〕



例 7　〔1〕长余汽车客运公司规定旅客可随身携带一定重量的行李，如果超过规定，则需要购买行李票，行李费用 y〔元〕是行李重量 x〔千克〕的一次函数，其图象如以下图所示，则 y 与 x 之间的函数关系式是__________________，自变量 x 的取值范围是__________________。



〔2〕某工厂去年积压产品 a 件〔a>0〕，今年预计每月销售产品 2b 件〔b>0〕，同时每月可生产出产品 b 件。如果产品积压量 y〔件〕是今年开工时间 t〔月〕的函数，则其图象只能是以下图中的〔　　　　〕。



A　　　　B　　　　C　　　　D

例 8　求以下一次函数的解析式：

〔1〕图象过点〔1，-1〕，且与直线 2x+y=5 平行；

〔2〕图象和直线索 y=-3x+2 在 y 轴上相交于同一点，且过〔2，-3〕点。

【课堂练习】

1．已知直线 y=kx+b〔k≠0〕与 x 轴的交点在 x 轴的正半轴，以下结论: ①k＞0，b＞0；②k＞0，b＜0；③k＞0，b＞0；④k＜0，b＜0，其中正确结论的个数是〔　　〕

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

2．如果一次函数 y=－x+b 的图像经过点〔0，－4〕，那么 b 的值是〔　　〕。

A．1　　B．－1　　C．－4　　D．4

3．一次函数 y=kx+b 的图像与 x 轴，y 轴的交点坐标分别是〔2，0〕、〔0，－1〕，这个一次函数的解析式为〔　　〕

A．$y=\frac{1}{2}x-1$　　B．$y=2x+2$　　C．$y=-x-1$　　D．$y=2x-1$

4．已知一次函数 $y=kx-k$，假设 y 随 x 的增大而增大，则它的图像经过〔　　〕。

A．第一、二、三象限　　B．第一、三、四象限　　C．第一、二、四象限　　D．第二、三、四象限

5．假设直线 $y=3x-1$ 与 $y=x-k$ 的交点在第四象限，则 k 的取值范围是〔　　〕

A．k＜$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{1}{3}$＜k＜1　　C．k＞1　　D．k＞1 或 k＜$\frac{1}{3}$

6．已知正比例函数 y=kx，当 x=－3 时，y=6，那么该正比例函数应为〔　　〕。

A．$y=\frac{1}{2}x$　　B．y=2x　　C．$y=-\frac{1}{2}x$　　D．y=－2x

7．假设一次函数 $y=kx+b$ 中的 k＜0 且 b＞0，则一次函数的图像经过〔　　〕

A．一、二、三象限　　B．二、三、四象限　　　C．一、二、四象限　　D．一、三、四象限

8．由A〔3，2〕，B〔－1，－3〕两点确定的直线不经过〔　　〕。

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

9．在同一直角坐标系中，对于函数①y=－x－1②y=x+1③y=－x+1④y=－2〔x+1〕的图像，以下说法正确的选项是〔　　〕

A．通过点〔－1，0〕的是①和③　　B．交点在y轴上的是②和④

C．相互平行的是①和③　　　　　　D．交于y轴对称的是②和③

10．以下函数中，y随x的增大而增大的函数是〔　　〕

A．y=－2x　　B．y=－2x+1　　C．y=x－2　　D．y=－x－2

11．在一次函数y=〔2m+2〕x+5中，y随x的增大而减小，那么〔　　〕。

A．m＜－1　　B．m＞－1　　C．m=1　　D．m＜1

12．不管m为何实数，直线y=x+2m与y=－x+4的交点不可能在〔　　〕

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

13．一次函数y=－x+2的图像经过〔　　〕

A．第一、二、三象限　　B．第一、二、四象限　　C．第一、三、四象限　　D．第二、三、四象限

14.已知正比例函数图象经过点(－1,2),而点(－2,m－1)在其图象上,则m=(　　　　　).

15.假设函数y=(3－m)x^{m^2-8}是正比例函数,则常数m的值是(　　　　　)

A.$-\sqrt{7}$　　　　　B.$\sqrt{7}$

y=2x+a与y=－x+b的图象都经过A(－2,0),且与y轴分别交于B、C两点,则△ABC的面积为(　　　　　)

y=mx+2x－2,要使函数值y随自变量x的增大而增大,则m的取值范围是(　　　　　)

≥－2　　　　　B.m>－2　　　　　≤－2　　　　　D.m<－2

18.y+1与z成正比例,比例系数为2;z与x－1成正比例,比例系数是－2,则y与x之间的函数关系是(　　)

A.y = －4x+3　　　　B.y = －4x+4　　　　C.y = 4x－4　　　　D.y = 4x－5

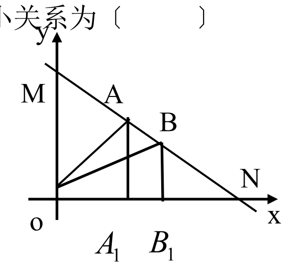
19.已知直线y=kx+b过点A(x , y_1)和B(x_2, y_2)假设k<0,且$x_1 < x_2$则y_1与y_2的大小关系是(　　　)

A.$y_1 > y_2$　　　　B $y_1 < y_2$　　　　C.$y_1 = y_2$　　　　D.不能确定

20.如图,函数y=$-\frac{1}{2}x+2$的图象分别交于y轴,x轴于M、N两点,过MN上两点A、B分别作x轴垂线,垂足为A_1、B_1　若$OA_1 + OB_1 > 4$,则△OAA_1与△OBB_1的面积S_1和S_2的大小关系为〔　　〕

A．$s_1 > s_2$　　　　B.$s_1 = s_2$

C.$s_1 < s_2$　　　　D.不能确定



21．当m=＿＿＿＿＿＿＿ 时，函数y=(m+3)$x^{2m+1}+4x-5$(x≠0)是一次函数。

22．如果正比例函数y=3x和一次函数y=2x+k的图象的交点在第三象限，那么k的取值范围是＿＿＿ .

23.如果正比例函数的图象经过〔2，4〕，那么这个函数的解析式为＿＿＿＿＿＿＿＿　。

24．假定甲、乙两人在一次赛跑中，路程s与时间t的关系如下图，那么可以知道：

⑴这是一次 ＿＿＿＿＿ m赛跑；

⑵甲、乙两人中先到达终点的是＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿。

⑶乙在这次赛跑中的速度为＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿m/s。