

目录

摘要	I
ABSTRACT	II
第 1 章 绪论	1
1.1 研究背景	1
1.1.1 高中数学课程改革的诉求	1
1.1.2 高中数学教学实践改善的需求	1
1.2 研究问题与方法	2
1.2.1 研究问题	2
1.2.2 研究方法	2
1.2.3 研究思路	3
1.3 研究目的与意义	3
1.3.1 研究目的	3
1.3.2 研究意义	4
第 2 章 研究综述	5
2.1 概念界定	5
2.1.1 数学语言	5
2.1.2 数学表达能力	5
2.1.3 真实情境	6
2.2 文献综述	7
2.2.1 关于数学表达能力的相关研究	7
2.2.2 关于真实情境的相关研究	11
2.2.3 研究述评	17
2.3 理论基础	18
2.3.1 情境认知理论	18
2.3.2 建构主义理论	19
2.3.3 弗赖登塔尔的“数学化”	20
第 3 章 高中生数学表达能力的现状调查	22
3.1 研究目的	22
3.2 研究对象	22
3.2.1 学生	22
3.2.2 教师	22
3.3 研究工具	23
3.3.1 学生调查问卷	23

3.3.2 测试卷	25
3.3.3 教师访谈提纲	25
3.4 结果与分析	26
3.4.1 学生调查问卷分析	26
3.4.2 测试卷分析	31
3.4.3 教师访谈分析	32
3.4.4 高中生数学表达能力现状	33
第 4 章 真实情境提升高中生数学表达能力的实践探索	35
4.1 研究目的	35
4.2 研究对象	35
4.3 研究假设	35
4.4 方案设计	36
4.4.1 目标架构	36
4.4.2 内容选择	36
4.4.3 教学策略	37
4.4.4 方案实施	39
4.4.5 测评框架	42
4.5 研究工具	44
4.6 高中生数学表达能力提升效果分析	45
4.6.1 真实情境对高中生数学语言理解的影响	46
4.6.2 真实情境对高中生数学语言转换的影响	47
4.6.3 真实情境对高中生数学语言表述的影响	49
4.7 讨论	50
第 5 章 结论与思考	53
5.1 基本结论	53
5.2 研究不足	55
参考文献	56
附录	60
附录 1: 高中生数学表达能力现状调查问卷	60
附录 2: 高中生数学表达能力现状调查测试卷	62
附录 3: 高中生数学书面语言表达能力水平教师访谈提纲	63
附录 4: 《数列》(实验后测)	64
附录 5: 测试卷评分细目表	66
致谢	67

攻读硕士学位期间主要研究成果	68
贵州师范大学学位论文原创性声明	69
贵州师范大学学位论文使用授权书	70

摘要

2017 年《普通高中数学课程标准》明确提出“要提升学生的数学素养，引导学生会用数学眼光观察世界，会用数学思维思考世界，会用数学语言表达世界”，这是把数学表达作为了数学素养的重要组成部分，在基本理念中表示“高中数学教学要以发展学生学科核心素养为导向，创设合适的教学情境，启发学生思考，引导学生把握数学内容的本质”。如何将数学表达与情境融合，利用情境的情境性、趣味性等特点培养学生的数学表达，成为数学教学的一个关注。

基于此，本文确立了以下研究问题：（1）高中生数学表达能力的现状如何？（2）真实情境能否提升高中生的数学表达能力？

在此基础上，采用文献研究、问卷调查、访谈研究与统计分析相结合的方法，就真实情境对高中生数学表达能力的提升作用展开理论与实践研究。主要结论如下：

1. 高中生的数学表达存在的现状包括语言使用不规范，缺乏表达的良好习惯；缺乏表达的机会和平台；数学理解和转换能力不足。

2. 真实情境对提升高中生数学表达的作用

一是，真实情境促进数学理解。将数学知识与真实情境联系起来，寓教于情、寓教于乐，有助于学生感受数学知识的实际应用意义，理解数学知识的本质，促进对数学的深层次理解。

二是，真实情境促进数学转换。真实情境的特征就是具有情境性和知识性，以情境为教学的基石，在情境中发现数学问题，将其转化为数学语言，再利用数学的相关知识解决问题的过程就是不同数学语

言之间相互转化的过程，情境的丰富性也会为不同层次的学生提供不同的问题与思路，做到每个人都有话说、有思考、有参与。

三是，真实情境促进数学表述。数学表述是学生对问题的理解、转换之后陈述的结果。在解决真实情境问题的过程中，学生需要清晰、准确地表达自己的思路、推理过程和解决方案，从而提高他们的数学表达能力和沟通能力。

关键词：真实情境；数学表达能力；高中生；实践研究

ABSTRACT

In 2017, the "General high School Mathematics Curriculum Standards" clearly stated that "it is necessary to improve students' mathematical literacy, guide students to observe the world from the perspective of cushions, think about the world with mathematical thinking, and express the world with mathematical theme language". This is the fundamental concept of mathematical representation as an important part of mathematical literacy. "High school mathematics teaching should be guided by the development of students' core qualities in subjects, create a suitable teaching environment, motivate students to think, and guide students to grasp the essence of mathematics content," he said. How to integrate mathematical expression with the situation, and use the situationality, fun and other characteristics of the situation to cultivate students' mathematical expression has become a concern of mathematics teaching.

Based on this, this article establishes the following research questions: (1)What is the current situation of high school students' mathematical expression ability? (2) Can the real situation improve the mathematical expression ability of high school students?

On this basis, a combination of literature research, questionnaire survey, interview research and statistical analysis is adopted to carry out theoretical and practical research on the role of real situations in

improving the mathematical expression ability of high school students. The main conclusions are as follows:(1)The current situation of mathematical expression in high school students includes non-standard language use, lack of good habits of expression; lack of opportunities and platforms for expression; and insufficient mathematical understanding and conversion ability.(2)The real situation has the effect of improving the mathematical expression of high school students: the real situation promotes mathematical understanding. Connecting mathematical knowledge with the real situation, combining teaching with emotion and teaching with fun helps students to feel the practical application significance of mathematical knowledge, understand the essence of mathematical knowledge, and promote a deep understanding of mathematics. The real situation promotes mathematical transformation. The real situation is characterized by situationality and knowledge. Taking the situation as the cornerstone of teaching, the process of finding mathematical problems in the situation, converting them into mathematical language, and then using the relevant knowledge of mathematics to solve problems is the process of mutual transformation between different mathematical languages, and the richness of the situation will also be for different levels of learning. Students provide different questions and ideas, so that everyone has something to say, think and participate. The real situation promotes mathematical expression.

Mathematical expression is the result of students' understanding of the problem and their statement after conversion. In the process of solving real situation problems, students need to express their thoughts, reasoning processes and solutions clearly and accurately, so as to improve their mathematical expression and communication skills.

Key Words:Real situation, Mathematical expression ability, Senior high school student, Practice research

第1章 绪论

1.1 研究背景

1.1.1 高中数学课程改革的诉求

培养学生的关键能力是发展核心素养的重要途径,数学表达能力作为数学关键能力的重要部分,自然而然成为数学教学的重要目标。中国二十世纪末提出数学交流表达能力,后来逐渐重视。2011年《义务教育数学课程标准》强调学生应该“清晰地表达自己的想法”、“学会与他人合作交流”。2017年《普通高中数学课程标准》明确提出“要提升学生的数学素养,引导学生会用数学眼光观察世界,会用数学思维思考世界,会用数学语言表达世界”^[1]。这是把数学表达作为数学素养的重要组成部分,在基本理念中表示“高中数学教学要以发展学生学科核心素养为导向,创设合适的教学情境,启发学生思考,引导学生把握数学内容的本质”。2018年8月,国家教材局发布《中小学国家课程教材审定·审查细则》明确指出教科书编写应“创设切合教学目标的学习情境,培养学生解决真实情境中复杂问题的能力”,这为立足真实情境培养学生数学表达能力的教学提供了目标指向。

1.1.2 高中数学教学实践改善的需求

数学表达是数学思维的载体。斯托里亚尔提出“数学教学也就是数学语言的教学”,是否可以利用适宜的、正确的数学语言有逻辑地表达、沟通间接展现了学生的数学素养的水平,教会学生表达数学是学生学好数学的重要标志^[2]。能够合理、严谨地使用数学语言进行数学表达是学生学习数学的一项基础而又重要目标。然而,从高中数学教学的实际情况来看,数学表达的培养是被忽视的部分,特别是学生的数学表达存在思维逻辑不严谨、表述混乱等问题,这些都为学生的未来发展埋下许多隐患,学生数学表达能力的培养成为亟待解决的问题。

创设各种真实的数学情境,让学生在熟悉的情境中感知数学知识的实用性和必要性,利用学生的积极情感学习数学概念。这有利于促进学生的数学思维发展,

培养学生的数学表达能力，提高课堂教学效率。

1.2 研究问题与方法

1.2.1 研究问题

问题 1：高中生数学表达能力的现状如何？

问题 2：真实情境能否提升高中生的数学表达能力？

将研究问题 2 进一步划分为以下子问题：

- （1）真实情境能否提升高中生的数学语言理解？
- （2）真实情境能否提升高中生的数学语言转换？
- （3）真实情境能否提升高中生的数学语言表述？

1.2.2 研究方法

（1）文献研究法

通过查阅相关期刊论文、书籍、硕博论文等文献，了解目前国内外研究中对数学表达、真实情境的相关认识，从中找到利用真实情境培养学生数学表达能力的理论作用，以此为切入点进行实践研究，将理论与实际相结合，提出基于真实情境培养高中生数学表达能力的培养策略并进行实践探索。

（2）问卷调查法

学生问卷是从学生对数学表达的心理状态、学习方式以及自身的学习基础等角度出发，分析学生数学表达能力现状，为利用真实情境培养学生的数学表达能力提供着力点和依据。

（3）访谈法

访谈主要是针对教师群体进行访谈，是围绕教师对学生表达能力的认识以及培养措施，还有教师对真实情境法的实施情况和看法进行调查和分析，为利用真实情境培养学生的数学表达能力的可行性提供一些实践经验分析。

（4）实验研究法

利用实验对照组的方式，实验班级采用真实情境教学，对照班级采用常规教学法，实验后利用测试卷测试学生的数学语言理解、数学语言转换和数学语言表

述，并利用测评框架进行量化分析。

1.2.3 研究思路

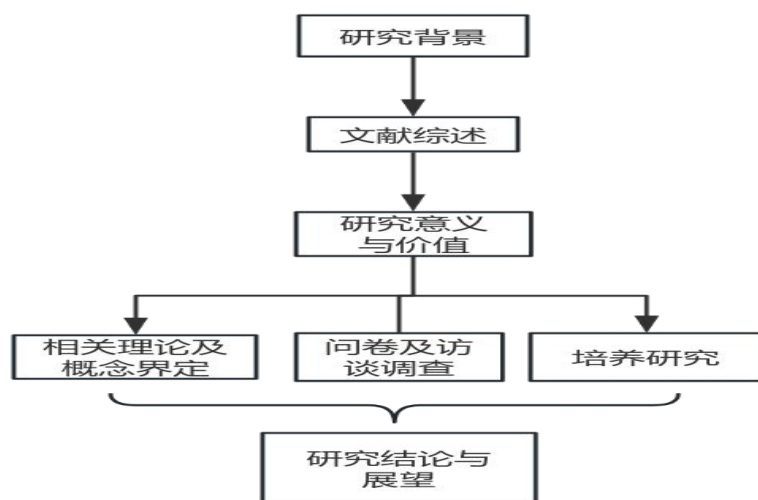


图 1-1 研究思路图

1.3 研究目的与意义

1.3.1 研究目的

本研究首先调查高中生数学表达能力现状，分析高中生数学表达存在的问题。其次，分析真实情境与数学表达的内在联系，形成基于真实情境的高中生数学表达能力培养策略，架起数学表达与真实情境之间的桥梁。最后，通过实践探索的形式检验真实情境是否有效提升高中生的数学表达能力，为培养学生的数学表达能力提供教学依据，以期实现以下研究目的。

（1）加深教师对真实情境培养学生数学表达的认识与理解，树立以学生数学表达为导向的真实情境教学。在高中数学课堂教学中以学生的数学表达的落实为目的设计与反思教学，转变教学思路，将真实情境建立在培养学生的数学表达的基础之上。

（2）通过问卷调查以及访谈教师对学生的数学表达的认识，并结合学生对数学表达的认知，整理出影响学生数学表达的因素。

(3) 通过面向学生数学表达的数学真实情境, 对比真实情境与常规教学在培养高中生数学表达方面的差异, 总结出真实情境对培养高中生数学表达的优势所在, 再结合一线教师的教学经验以及建议, 给出基于真实情境的高中生数学表达能力的培养策略。

1.3.2 研究意义

我国教育在 21 世纪以后才逐渐重视学生的数学表达能力研究, 数学表达能力是数学能力的重要组成, 更是数学核心素养不可或缺的内容, 但也是易被一线教师忽视的部分。从现有研究成果看, 对高中生的数学表达能力的培养关注较少, 虽然提出一些教学策略, 但是并未在实践中真正发挥作用。因此, 本研究对高中生的数学表达能力开展现状调查, 再结合真实情境设计教学策略, 进行真实情境提升高中生数学表达能力的实践研究具有一定意义。

理论上, 本研究能进一步提升数学表达能力在基础教育中的地位, 能够帮助人们更深刻地认识到数学表达能力在数学教学中的重要性, 同时也为数学表达的培养融入数学真实情境提供教学参考。

第2章 研究综述

2.1 概念界定

2.1.1 数学语言

语言是人们沟通和交流的基本方式，从本质上来讲，语言是一个命令系统，通过声音、符号等作为表达的媒介，按照一定的规则组织词汇，进而传达人的思想。语言的表现形式多种多样，其中最为基础且直观的是肢体行为和字符表达。至于数学语言，其实质是在普通语言的基础上融入了数学的元素与特性。尽管不同的学者对数学语言的具体定义可能存在细微的差别，但其核心内涵和本质特征都是相对一致的。这种语言形式不仅丰富了我们的表达手段，更在数学研究与应用中发挥着举足轻重的作用。

不同的学者对数学语言的定义稍有差别，但本质都较为统一。伴随着数学自身的发展和前进，不断有研究者在充实数学理论，并指出数学的相关含义，例如邵光华提出数学语言是一种工具，用以表达、传递、保存数学信息^[3]。数学不仅存在于生活中，数学还是一门科学，数学语言具有严谨性、有意性，且是经过精心设计的，是十分抽象的专业语言，一种可以用符号表述的特殊语言，例如数学教材中对相关数学语言的解释也是在大量研究者经过分析研究，总结后形成的自然语言，具有数学学科专门的表达意义。数学最基本的特征是语言，数学的发展过程实际上就是数学语言的发展过程，因此“学习数学其实就是研究数学语言”（斯托利亚）。

基于此，本研究对数学语言进行了如下界定：数学语言是一种准确、严谨且凝练的表达方式，主要用于传递和保存数学信息及思想。其表现形式多样，涵盖了文字语言、符号语言和图表语言等多种形式。这种语言形式不仅体现了数学的精确性和逻辑性，还通过其独特的表达方式，展现了数学的深奥和魅力。

2.1.2 数学表达能力

“表达”在《国语辞典》中注解为：“将心中的思想以语言或者行为的方式

传递给别人”^[4]。《辞海》中注释为：“表达是将个人内心的情感、情绪、意念或观念用语言、文字、符号、行动或艺术作品表现出来”^[5]。邓清、夏小刚认为表达是个人在面对现实情境时，建立适当的模型并用语言描述的过程，强调人的思维过程^[6]。

数学表达是通过对数学语言的组合，把数学思想和内容表达出来。数学表达能力就是数学语言表达能力。通过对数学语言的理解和应用，能正确地把思考数学对象、解决数学问题的过程用数学语言准确、严谨、清楚表示出来的能力。吴有昌认为数学语言表达障碍，就是学生在接收或者应用数学语言信息时不能顺利进行识别、理解、组织、转换等活动的一种状态^[7]，把数学语言表达看作是先理解、转换再表述的动态过程。理解问题是数学表达的前提，再将问题建构到认知结构中并表征，最后利用规范、准确的数学语言进行表述。因此，本研究将数学表达能力划分数学语言理解、数学语言转换、数学语言表述。数学语言理解指学生激活记忆中的相关信息，通过思维去理解数学本质，理解数学词语和命题、理解各个信息板块及各个信息板块之间的关联。数学语言转换指图像语言、符号语言和文字语言相互转换，还包括同种语言之间的转换。数学语言表述指利用数学语言将思考结果准确、严谨且清晰地表述。

2.1.3 真实情境

《义务教育数学课程标准（2022年版）》在教学建议、课程理念及课程内容等版块中对于真实情境的认识大致分为三种，首先是基于学生的生活经验，反映数学的现实存在形式；再者是刺激学生思考的载体；最后是数学化的活动对象。夏小刚教授认为真实情境是对学生生活现实、数学活动与思维活动中的真实问题的“拟真”^[8]。

钟启泉教授认为“情境教学是创设含有真实事件或真实问题的情境，学生在探究事件或解决问题的过程中自主的理解知识、建构意义^[9]。陶汉斌从情境的表现形式及其价值的角度进行定义，真实情境被视作一种重要的载体，它巧妙地运用了文字叙述、数据分析和图表展示等多种形式，围绕某一核心主题进行精心设计^[10]。

真实情境往往是强调情境事实的真实发生过程，一般是相对于虚假情境而言

的，真实情境侧重于展现实际发生的事实和过程，与虚构或假设的情境形成鲜明对比。但是在现实的课堂教学中，由于种种限制，很难完全重现所有的真实情境。因此，在情境创设中更加注重的是以学生的日常生活片段为基础，通过简化或改造真实生活场景来创设语境、画境，或者利用多媒体手段来呈现具有真实感的情境。

综合已有研究对真实情境的界定，本研究对真实情境的定义如下：真实情境是指隐含数学任务并且为教学提供意图和动机的符合客观事实的环境。利用真实情境进行教学能够加强知识学习与学生经验、现实生活、社会实践之间的联系，使教学活动与学生的生活世界相关联的一种教学理念，具有真实性、情境性、活动性和综合性等特点。真实情境的创设本质上是为了构建一个富有意义的教学环境，其核心在于激发学生的深度思考。

2.2 文献综述

2.2.1 关于数学表达能力的相关研究

在中国知网（CNKI 资源总库）以“数学表达能力”为主题进行高级检索，将文献题目中含有“数学语言表达”的相关文献纳入计数范围，统计相关文章数量如下：

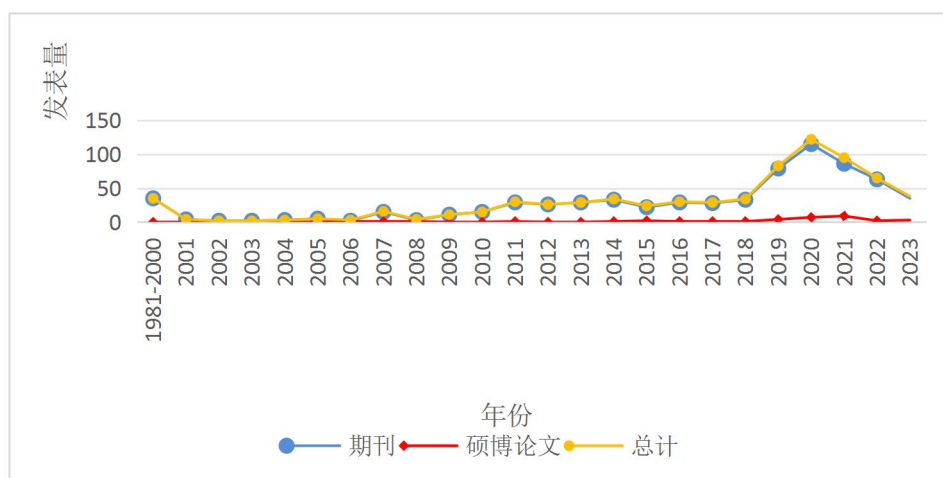


图 2-1 数学表达能力研究趋势图

从图 2-1 可以看出，关于“数学表达”的研究整体呈上升趋势，“数学表达”

直到 2009 年相关文献才逐渐增多,并且在 2021 年发文量达到最高。在二十多年前并未引起研究者的广泛关注。尽管数学表达的研究比较分散,但是有关数学表达的重要性在不少文献中可见。如田紫东提出培养学生的阅读能力和表达能力不仅仅是语文学科的主要任务,在数学学科教学当中也同样重要,应该有意识地培养学生这种能力。鲍建生提出数学语言是承载数学思维并能够表达科学思想的通用语言^[11]。李士锜从建构主义和认知理论出发谈论了其对数学语言的理解^[12]。邵光华、刘明海^[13]对数学语言及其教学进行了研究等相关文献。

从文献梳理角度看,关于“数学表达”的研究对象大部分是小学生,研究内容分为数学表达能力的培养研究、数学表达能力的现状调查研究、数学表达障碍研究以及其他。下面从这几部分进行论述。

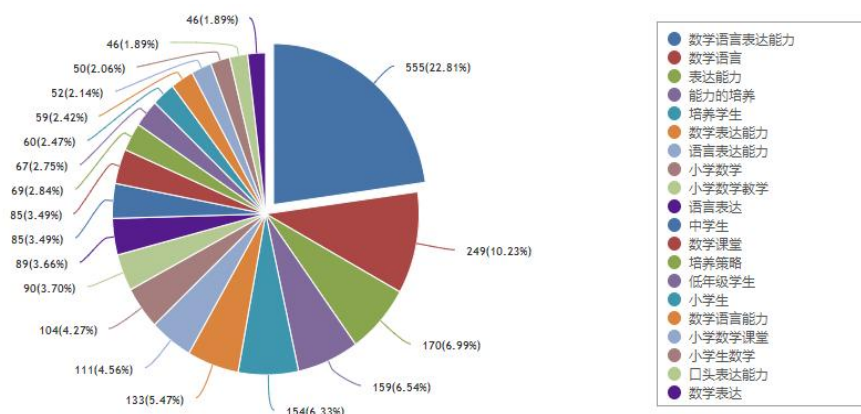


图 2-2 研究主题分布

（1）数学表达能力的培养策略研究

数学表达能力的培养策略从二十世纪七八十年代出现至今一直都是研究热点,也有不少研究者对其提出自己的见解。

1981 年,田紫东强调在学生数学表达能力的培养过程中,教师要有意识地对一些数学基本概念进行必要的语句分析,剖析其语法结构;教师要注意表达和书写艺术,包括口头表达和书面表达;在作业的布置和作业批改时重视学生的表达能力的培养;提高教师自身的数学素质,起到语言表达的示范作用;重视情境教学,激发学生表达欲望,只有在合适的情境中才可以锻炼学生的语言能力,教师要营造好的表达氛围,这样学生才勇于表达,重视教学内容多元表征,呈现语言表达的灵活性和多样性,重视数学语言间的互译转换,培养学生精确语言的感知能力^[14]。

1994年,李可从“以说促思”的角度出发,创设教学情境,利用学生的好奇心和分享欲驱动学生“说”;因材施教,让学生有信心“说”;发挥评价的“肯定”功能,让学生喜欢“说”;在学生有表达意愿的基础上,引导学生怎样“说”;逐步提高,让学生合乎逻辑地“说”^[15]。

1999年,周家宁、刘黎明、王春秀认为语言训练不仅要和学科特点相结合,还要联系学生的认知特点和知识水平^[16]。

2011年,陈家梅阐述数学符号和数学思维之间的联系,详细说明如何运用情境教学培养学生的数学符号语言能力,教学中要让学生经历从具体情境中抽象出数量关系以及变化规律的符号化过程,理解符号所表示的数量关系和变化规律,会进行符号间的转换,能用数学符号解决不同情境、不同领域的问题,发展学生思维的抽象性、简约性、创造性、灵活性和综合性,同时又能够开发智力,真正提高学生的数学能力^[17]。

2011年,徐建春强调数学语言是思维的外壳,数学是思维的体操,在学生的数学语言培养过程中应该做到“三重视一创设”:重视学生的语言积累,重视教师的示范作用,重视启发学生用语言表述思维过程和创设运用语言的情境^[18]。

2011年,彭文静提出只有亲身探索、主动建构来理解知识的精神实质,才能灵活运用数学表达自己的思想。认为教师要注意语言表达的示范作用,重视情境教学,激发学生数学表达的欲望。良好的问题情境,注重教学内容多元表征,呈现语言表达的灵活性和多样性,重视数学语言间的互译转换,培养学生精确语言的感知能力^[19]。

2019年,张桢提出在课堂教学中,借助图式语言和符号语言描述概念,在解题过程中充分运用图式语言,在情境问题中进行数学语言之间的灵活转换,在知识建构中进行数学结构表达^[20]。

通过上述综述发现,数学表达主要有两种认识。一种是把“数学表达”作为教育的目标去培养,认为数学表达是学生必备技能之一;另外一种则是把数学表达作为理解数学知识、促进思维发散的工具。不管从哪种角度去认识数学表达,都可以得到一个结论,那就是不管是从学生的未来发展还是基于数学的学习,数学表达的培养都很重要,为本研究打下夯实的基础。

(2) 数学表达能力现状调查研究

2007 年, 过家福通过质性研究与统计研究相结合的研究方法调查无锡市高中生的数学表达现状和语言能力现状, 发现大部分高中生对数学的学习存在困难, 学习兴趣不浓, 并且数学表达能力差。主要表现在没有养成规范使用数学语言的习惯, 也没有意识到数学语言表达的重要性, 对数学语言的理解与思维能力较低, 对表示具体数量关系的数学语句的理解优于对数学概念、法则、图示语言的理解, 各种形态数学语言形式之间灵活转换的能力偏弱, 用自然化的数学语言正确、流畅地表达数学思想、数学思维、数学过程的能力普遍薄弱^[21]。

2011 年, 傅登荣通过问卷调查和访谈相结合的调查方式调查初中生数学语言能力的现状, 以及对教师数学课堂上语言表达上存在的问题和缺陷进行分析。调查发现学生学习数学的信心不足、兴趣寡淡和害怕出错因此不敢尝试表达。一方面是学生数学语言掌握的少, 导致数学表达能力弱, 语言组织能力下降, 将数学语言转化为自己能理解的语言能力不足; 另一方面是教师陈旧的教法导致学生在课堂得不到表达的机会, 还有教师新的教学理念在教学实践中得不到有效的实施, 比如三维目标的割裂, 教学内容缺乏整合, 不能很好地组织教学过程和选择合适的教学方法^[22]。

2011 年, 彭文静通过调查以及听课的方式研究发现数学教师对数学表达能力的认识不到位, 由于知识点的讲解过于单一, 学生数学语言感知力较弱, 对数学知识死记硬背, 不能进行数学语言之间的灵活转化^[23]。

2018 年, 邹富玉对数学语言能力进行成份划分, 并进行水平等级划分, 发现数学语言理解能力、数学语言转译能力和数学语言表达能力这三个维度之间具有显著相关性^[24]。2018 年, 邢介媛对小学高年级学生的数学语言表达能力弱的原因进行了相关研究^[25]。

(3) 数学表达能力形成的障碍研究

高全胜、杨华将数学语言划分为词素、单词和词组、句子和句群、段落、篇章五个基本单位, 并且提出学生在学习数学中表现出来的问题大多数以“做不出来”的形式呈现, 但究其实质, 往往不是由于未能掌握相关的解题方法, 而是由于数学语言上的困难, 即不会对问题进行阅读、理解、转换和编码^[26]。

李雅云、李宝庆抽取 280 名小学生进行问卷调查和测试, 对其数学表达能力形成障碍进行研究, 并指出小学有数学语言识别障碍, 包括不能准确识别数学语

言的基本特点和它所表述的数学对象,而且不能抓住符号语言的隐含信息。数学语言的学习就是不断获得信息、加工信息、识记信息、内化信息和应用的过程。信息加工障碍包括学生对数学句子、特地的概念和命题等重要的数学语言信息进行剖析归纳时产生了困难,学生不能抓住数学本质,无法进行问题解决。学生进行问题解决本质上就是应用不同语言形态表达同一个意思,数学语言之间的相互转换是正确理解题意,有效进行逻辑推理的前提,但是学生在不同表达形式的数学语言之间,或在同一种表达形式的数学语言内部进行转换时产生的困难,知识的负迁移建构也是学生数学语言表达能力形成障碍的原因之一,另外,由于受到自然语言的影响,学生对数学语言中某些具有特定意义的词的理解产生偏差,从而造成解题错误^[27]。

通过查阅大量文献发现,目前对学生数学表达能力的研究当中,研究义务教育阶段学生的数学表达能力偏多,研究高中的文章偏少,主要涉及学生对数学的态度、认识以及数学本身的学科特点等角度,认为教师忽视学生数学语言表达的训练,由于数学的抽象难懂,不少学生难以理解数学知识,不能进行自然语言与数学语言以及数学语言之间的灵活转换。总体上,研究主要停留在理论与经验研究阶段,针对具体教学内容检验教学效果的实证研究很少,这也反映了本文的研究的必要性。

2.2.2 关于真实情境的相关研究

(一) 缘起与进展

情境教学的思想萌芽于二十世纪初期,美国教育家杜威提出要把情境学习运用在课堂教学中,他认为:“生活是真正的教育家,而学生求学的地方却成为世界上最难取得实际经验的地方,要把社会搬到学校和课堂中^[28]。”并在《我们如何思维》中提到“思维起源于直接经验的情境”,主张将实际的经验情境作为学生思维的开端。杜威的这些观点使人们开始关注情境在教育以及学生成长中的作用。

1989年,布朗、柯林斯和杜吉德从心理学视角对情境学习进行研究,发表论文《情境认知与学习文化》。该文指出:“知识与活动是不可分的,知识在活动中,在其丰富的情境中,不断地被运用和发展,知识具有情境性。”他们强调

了学习与认知的情境本质，强调了学校教学运用情境化活动的重要性，从心理学视角开始关注在学校这个情境下通过参与活动来获得知识。

布朗斯福德所领导的温特比尔特认知与技术小组在 20 世纪 80 年代末至 90 年代初建立了“抛锚式”教学理论，其实质是将教学“抛锚”于有意义的问题情境之中，让学生在真实的问题情境中主动学习，与同伴讨论合作学习，自主完成识别、提出问题、达成目标的全过程，而不是被动间接地听取教师或书本上的介绍和讲解^[29]。

国内对情境教学理论与实践的研究是从 1978 年李吉林进行的情境教学法实验正式开始的^[30]。她不仅开展了关于情境教学的实践活动，而且还创造了符合中国国情的情境教学体系，并且强调了情境创设要符合‘形真’即学生有身临其境的形象感知；‘情切’即以真切的感情，调动学生参与认识的主动性；‘意远’即不是止于表面，而是能够激发学生的思维能力；‘理念’即以蕴含的理念，诱导学生提高对事物的认识力的特点，并从心理学、方法论和儿童的思维语言特点进行理论分析。借鉴了‘情’与‘辞’、‘情’与‘理’、‘情’与‘全面发展’的辩证关系，创设典型场景，激起儿童热烈的情绪，把感情活动与认知活动结合起来的一种教学模式^[31]。李吉林创立的情境教学模式虽然是在小学语文的教学实践中产生的，但却具有相当的普遍意义，成为我国素质教育的一个重要模式，丰富和发展了我国当代教育教学理论和教育改革实践。

数学情境教学的探索源于吕传汉、汪秉彝在贵州的 40 余所中小学开展了“创设问题情境、提出问题、解决问题、回归应用”的教改实验。该研究打破了传统的教学模式，学生质疑提问、自主学习贯穿始终，教师创设合适的数学情境，引导学生进行数学探究，并且将情境和问题之间的关系进行了辩证探析^[32]，由此引发了国内学者对数学情境问题教学的持续关注。

从文献计量学对现有研究进行可视化分析。截止到 2023 年 11 月 16 日，选择 CNKI 数据库为数据来源，以主题“数学情境教学”进行检索，共检索到相关文献 2198 篇。通过绘制研究发文量的总体趋势图，可以发现相关研究从二十世纪九十年代的个位数发文量，波动至 2019 年的 272 篇，说明数学教学情境的创设研究对于学术界具有重要价值。

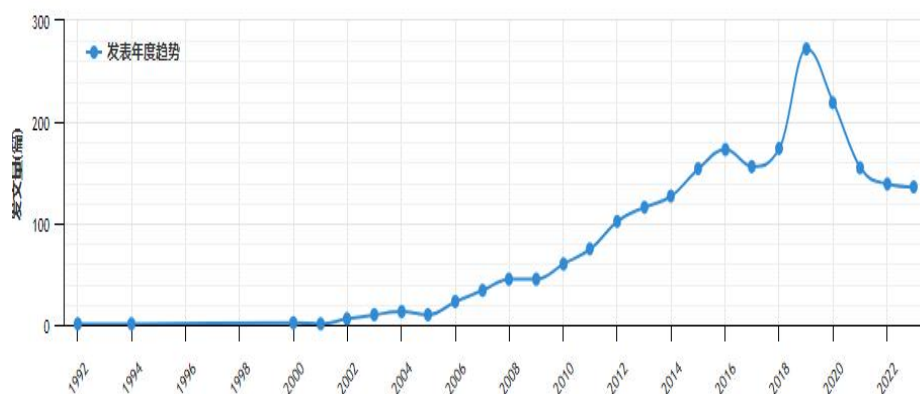


图 2-3 文献年度发表趋势

通过统计作者发文量分布,发现关于数学情境教学研究的主力军主要有吕传

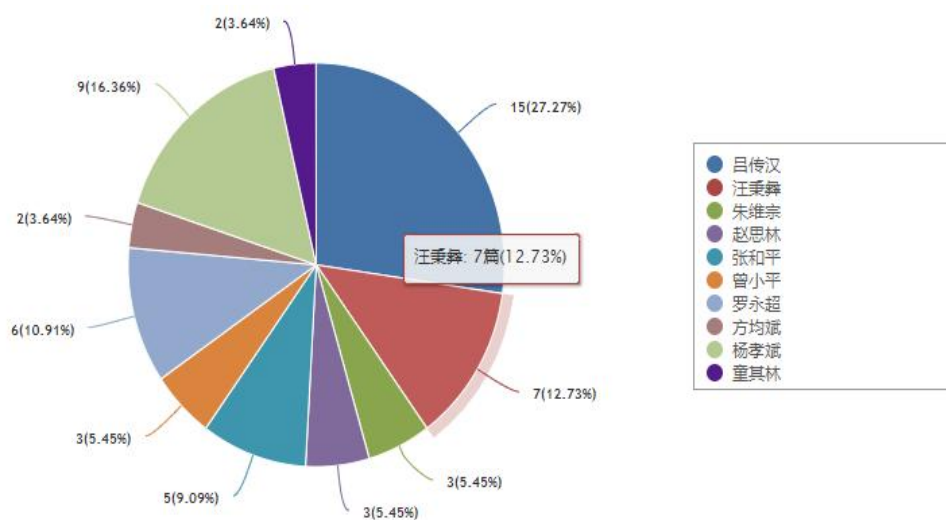


图 2-4 作者发文量分布

汉、汪秉彝、杨孝斌、罗永超等核心作者。

通过统计文献的主要主题文献分布发现,关于数学情境创设的主要研究对象主要涉及三个阶段:小学、初中、高中。其中针对小学阶段的主要研究成果有 488 篇,初中阶段研究成果有 267 篇,高中阶段有 225 篇。显而易见,关于数学研究对象集中在小学阶段,小学阶段的学生认知特点处于具体形象向抽象思维过渡时期,常常需要借助具体的情境教学帮助学生理解数学知识,唤醒学生的大脑,吸引学生的注意力。但是关于高中阶段的研究相对于其他阶段而言是较少的,高中生的认知特点与数学情境教学的作用也是相适宜的,应该重视该阶段的研究,这也为本研究的必要性做了重要支撑。

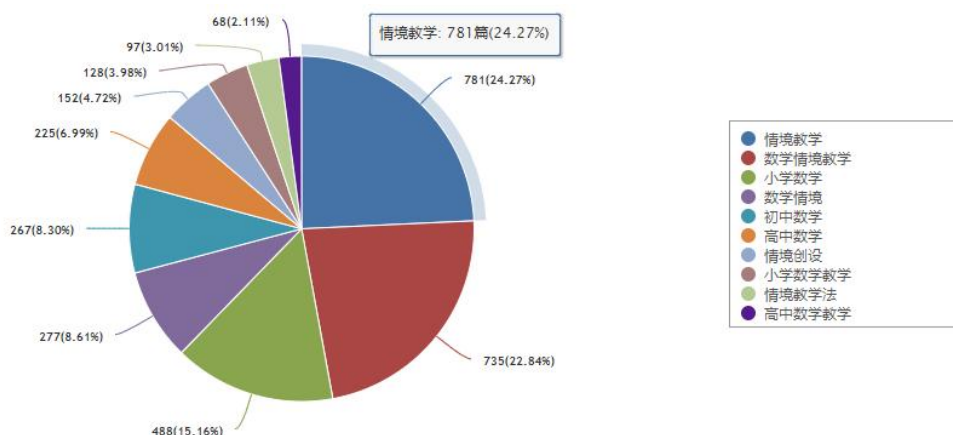


图 2-5 文献主题分布

（二）研究主题与内容

通过对文献进行详细阅读分析，发现目前关于“数学情境教学”的研究主要是关于数学情境创设的类型、数学情境创设的作用、数学情境创设的策略以及关于情境的真实性研究。下面主要从这个四个方面进行文献综述。

（1）关于数学情境创设的类型研究

关于数学情境创设的类型，PISA2012 根据情境与学生的距离，将数学情境分为个人情境、职业情境、社会情境、科学情境。

赵菁蕾在其研究中提出数学情境创设的类型可以从以下几个方面思考，分别是在新课导入时，以数学家的趣闻轶事、数学概念的起源、古今数学方法的简单对比等创设数学史料情境；通过创设学生感兴趣的话题创设情境，体会身边数学；通过演示实验创设情境，理解数学本质；通过日常经验创设情境构建数学概念；通过有趣游戏创设情境，在做中学数学；通过计算机模拟动态创设情境，学习活力数学；通过“问题解决”创设情境，体会数学的美^[33]。

张定强、张元媛从数学情境创设的要素进行分析，认为数学情境可以分为问题型数学情境创设、方法型数学情境创设、命题型数学情境创设三种类型^[34]。

沈林、黄翔从数学情境的抽象层次将其分为原始的生活情境、复制的生活情境、简化的生活情境、改造的生活情境、其他学科的情境、数学自身的情境等多种类型^[35]。

Hilary Mclellan 提出情境可以分为客观存在的真实生活环境、高度真实或“模拟”真实的环境、像影像一样可以被记录的环境^[36]。

（2）关于数学情境创设的作用研究

关于数学情境创设对于教学的作用研究,许多研究者从不同视角进行研究。张志勇认为在可视化技术支持下情境创设具有以下的作用:引发学习兴趣,完善学生的情感体验;催生问题意识,形成良性互动;还原数学过程,让学生亲历数学知识的建构过程,数学知识的意义建构在“情境化”和“去情境化”的不断往复中自觉完成;提升核心素养,启迪数学思维^[37]。

徐兆洋、李森基于情境的本质特征分析,认为情境教学能够为学生营造逼真的学习环境,在学生的日常生活经验与数学知识之间建立有意义的联结。通过教学引导学生对不同情境进行分析、对比、概括总结出共同的本质特征,理解数学知识与情境之间的关联性,即理解符号化的内涵以及实际意义;情境能够从不同的角度揭示数学概念之间的联系,为学生的数学思维提供丰富的思维材料;由于情境问题与实际问题的同源性,情境教学可以为学生提供运用数学的机会^[38]。

黄翔、李开慧认为情境教学的作用如下:(1)激发学生的学习兴趣,从情感上带入学生的认知参与让学生主动参与到整个数学学习活动中来。并且联系学生的实际生活,拉近数学与学生之间的距离,增强课程学习的实践性。(2)揭露数学本质,助力学生把握知识。数学情境化设计是利用揭露数学知识产生过程的情境,让学生体会知识产生的必要性和功能性,在探究过程中掌握重要的数学概念、数学思想与方法,或者构建数学模型以便快速解决实际问题,在解决基于情境产生的数学问题的过程中进行归纳总结,逐步感悟数学的本质。换句话说,整个学习活动中学生主动建构的过程和环境就是数学知识赖以产生和发展的背景。为学习的本质提供了一个基于知识、学习、理解的情境性认识之上的新视角。情境认知的重要特点在于“把个人认知放在更大的物理和社会的情境脉络中”,突出强调个体与环境之间的互动和相互协调,更加注重与学习活动相适应的真实情境的设计,“学习情境的创设”成为与“知识的建构”紧密相连不可或缺的课程隐喻。(3)通过数学的现实性实现数学化。第一,它是现实的(realizing),即注重情境的运用,从学生熟悉的现实生活开始和结束,作为教育内容的数学和现实生活中的数学始终紧密联系在一起。第二,它是实现的(realized),即现实数学教育与数学的“再发现”紧密相连。这里的“再发现”就是数学化,它包括水平数学化和垂直数学化。前者指由现实问题到数学问题的转化,通过这一过程,现实情境转化成了数学符号;后者

是在前者之后的数学化,是从具体问题到抽象概念和方法的转化,是在数学范畴内对已经符号化了的问题做进一步抽象化处理的数学化过程^[39]。

(3) 关于数学情境创设的策略研究

黄毕年从学生的认知发展角度出发,认为数学情境创设的目的是为了给学生营造具体、直观、现实的学习环境,有利于主动学习,使数学教学成为主动的、生动活泼的教学过程。情境的创设应有利于学生对数学问题的深入思考,促进学生对数学知识的建构。因此在创设数学情境时应该突出数学思考;学生是直接、鲜活、生动的个体,是发展中的人,情境创设要注重人文关怀,并且教学情境不能违背日常生活常理,即真实性原则^[40]。

何俊强调情境教学具有教学生动性和情感激励性等特点,在有效教学活动中具有推进作用,对如何在不同形式的情境教学中激发学生学习情感进行了研究,并提出了“创设合作性教学情境,使学生在适宜情境中合作探知;创设发散性教学情境,使学生在求异思维中主动创新;创设探究性教学情境,使学生在动手实践中主动探究”的策略^[41]。

(4) 关于情境的真实性研究

随着数学学科核心素养的提出,开始倡导在教学中创设真实情境,积极开展素养教学,学者对情境教学的重点转移到真实情境上。并有许多学者对真实情境的“真实性”的界定的进行研究。

PISA 指出如果一个情境是以参与者的实际生活经验为背景而创设,则这个情境就是真实的。侧重真实情境与现实世界的联系性和情境自身的实践性^[42]。

Sasha A.Barab 等人从个体、共同体以及任务三者之间的关系对真实情境的真实性进行研究。如果学习者所进行的实践与其使用价值之间形成联系,并且学习者能够进行意义建构并且成为共同体的成员、参与者,则这个情境就是真实的^[43]。

杨向东认为真实情境就是源于现实生活、贴近学生经验并且隐含丰富信息的情境。但是在考试评价中的情境侧重学科核心素养的考察^[44]。

叶丽新从儿童的视角进行研究,提出只要情境基于教学与评价的需求、达到预期的学习效果并且符合基本的现实逻辑,这样的情境就是真实情境^[45]。

王宇、汪琼根据真实学习理念,指出真实情境就是认知真实的情境。既可以是真实发生的情境,也可以是高度拟真并具有复杂性和结构不良性的虚拟情境,目的在于让学习者获得真实的认知过程^[46]。

综上,不同学者对真实情境的定义有所区别。PISA 和真实学习理念强调学生是否获得真实的生活体验,而杨玉东与叶丽新两位学者均认为真实情境的真实应该为教学目标服务。对真实情境的认识也有共同之处。首先,真实情境既要联系现实生活,又要超越课本和学校情境;其次,学生在真实情境中获得在实际生活中的经验并且要反映知识的应用方式;最后,真实情境要蕴含丰富的复杂性或者结构不良性问题。

2.2.3 研究述评

综上所述,当前关于数学表达能力和真实情境研究都较为系统全面,对学生数学表达能力和真实情境的关注度逐渐增加,在一定程度上完善了该领域的研究体系,为推进后续相关实践研究奠定了扎实的理论基础。

在数学表达能力研究方面,已有研究主要围绕数学表达能力的培养、现状和障碍等方面展开。首先,关于培养策略分别从教师如何做、学生如何学等视角进行阐释,教师剖析数学概念,学生深度理解数学知识。在此基础上,学生模仿教师的语言表达和联结自身的语言能力,进行语言表述,进而达到问题解决的目的。其次,关于现状调查的研究主要通过定量分析的方式,归纳总结出教师存在教法陈旧、教学语言不严谨和教学理念难以落实等问题,从而导致学生对数学表达概念理解不深、表达意识不强和语言表达混乱。最后,关于学生数学表达能力的障碍研究主要通过定性与定量分析相结合的方式,分析出目前学生数学表达能力存在信息提取能力弱、不能抓住数学本质和不能顺利进行语言之间的转换等困境。然而,鲜有针对高中生数学表达能力的研究,不利于宏观把控高中生数学表达能力培养的内在机理,培养学生的学科核心素养。

在真实情境研究方面,已有研究主要聚焦于真实情境创设的类型、作用和策略三个主题。其一,关于情境创设的类型主要从情境与学生的距离、情境在教学环节中出现的位置、情境创设的要素和数学情境的抽象层次进行梳理分类,为真实情境创设提供依据。其二,关于真实情境的作用研究,诸多学者指出情境能够

为学生营造逼真和熟悉的环境、为学生的数学思维提供思维材料和激发学生的学习兴趣。其三，数学情境创设要关注学生的生活经验、注重人文关怀、保证情境的真实性和促进学生的知识建构，重点关注学生的认知经验。由此可见，关于真实情境的研究较为系统深入，但仍停留在理论层面，缺乏实践指导意义。

总体而言，学界愈发关注数学表达能力和真实情境的研究。然而，传统的数学教学往往偏重于计算能力培养，较少关注高中生的数学表达能力培养，也少有将真实情境与数学表达能力相结合的适切研究，不利于学生解决数学实际问题。因此，本研究基于真实情境与数学表达能力的理论作用分析，进一步探索真实情境是否能够提升高中生数学表达能力，为后续相关实践教学提供参考。

2.3 理论基础

2.3.1 情境认知理论

情境认知理论认为，情境是一切认知学习的源头，而且认知过程紧密联系情境的内容。认知是通过个体与环境持续碰撞交互产生的，不仅仅是依靠个人独立的大脑思考形成，还依赖环境等外部条件刺激人的认知潜力，进而发展高级认知能力。该理论进一步指出，在机械工作的反复执行和常规操作中，个体的内心活动与外部环境之间始终存在着相互作用。因此，“自然界中的认知”是认知心理学不可或缺的一部分，人类认知的性能与局限唯独只能在自然界的真实情境中才能够得到淋漓尽致的体现。

每个个体的认知过程都不是凭空出现、凭空产生的，它都是依附于环境才形成的，只有在环境的指引和支撑的作用下才能够逐步形成个体的认知过程。个体认知是建立在情境的基础上，个体的认知活动必须要有合理的情境，通过创设合理的情境，能够加强个体心理与环境的互动。

只有将个体、情境和认知紧密结合在一起，才可以大幅度增强个体的认知水平和认知能力。情境在知识的应用中扮演着重要角色，学生们能够进行一些有意义的构建是离不开情境的，它为学生提供了有效的环境支持和积极的情感动机。学生在掌握课堂知识并将其与实际生活结合起来的过程必须建立在创设合理且多彩的情境的基础上。情境是知识获取的必要的渠道，知识是通过个体大脑与环

境之间的不断交互而获得的。所以，情境在知识的获取和应用中起着至关重要的作用。因此，创设一种易于学生意义构建的情境是真实情境设计的主要内容，教师不仅仅需要教给学生知识，更需要在实际的教学活动中教会学生如何完成意义构建。

情境学习理论认为，有意义的学习发生在特定的复杂情况下，即学习是个人心理和外部环境之间相互作用下的意义构建过程。此外，学习和社会实践是不可分割的。这是现实世界中创造性社会实践的重要组成部分，这表明为了提高学习的有效性，学习者需要充分沉浸在社会实践中，这充分展现了知识在现实生活中的应用价值。显然，学习活动是情境化的，学生在这种情境下的学习才更具意义，因为学习本身就是一个相互关联的过程。

在教学过程中，教师应深入理解并适应知识、学习和互动之间的关联，将数学知识融入多元化的环境中，并有效激发学生的学习热情。情境学习法能够帮助学生理解数学与生活的紧密联系，从而激发他们在学习中的内在动力，进一步提升学生的实践能力和创新意识。这种教学方法有助于学生在与真实世界紧密联系的情境中开展学习，深化对数学知识的理解，提升数学能力。

2.3.2 建构主义理论

建构主义心理学指出，学习不是知识的发现和获得，而是学习者积极、主动地建构意义的过程。建构主义提倡在情境中进行合作学习、讨论交流，在情境认知中进行意义建构。戴维·乔纳森等人指出：“学校的教育应该是让学生主动参与、积极思考、有目的地参与到学习活动中，进行有意义的学习”。换句话说，学生在解决问题的过程中，实际上是在进行一种有深度的学习活动。这种学习不仅涉及知识的应用，更包括思维的发展和能力的培养。正因如此，建构主义理论强调学校教育的核心目标之一，就是教导学生如何有效地解决问题。

建构主义与行为主义在问题类型的选择上存在显著差异的是，建构主义更加注重解决那些结构不良的问题。结构不良问题指的是那些没有固定答案或解决路径的问题，它们通常需要学生运用创造性思维、批判性思维以及问题解决能力来应对。通过解决这类问题，学生能够更好地锻炼自己的思维能力，培养适应复杂多变环境的能力。相比之下，行为主义可能更侧重于解决结构良好的问题，这类

问题通常有明确的答案和解决方法,适合通过反复练习和强化来掌握。然而,在现实世界中,结构不良问题更为普遍,因此建构主义所强调的问题解决能力更具现实意义和应用价值。

综上所述,建构主义认为学校教育应更加注重教导学生如何解决结构不良问题,这不仅有助于提高学生的思维能力,培养学生的发散思维,也有助于他们更好地适应和应对复杂多变的现实世界。并且学生的学习方式主要是合作学习与主动建构,注重问题的多思路、多方法,倡导个性化发展,同时重视学生问题解决能力和高阶思维发展。

乔纳森建立的 CLEs 设计模型是以学习者为中心,让学生在真实的情境中开展问题讨论与学习。通过不同个体间的合作交流培养数学思维和批判性思维,在逼真的环境中促使学生积极思考探索,培养元认知能力,让有意义建构在情境中有序发生。建构主义心理学强调,结构不良问题在促进学生进行有意义的学习、培养学生的数学表达能力方面发挥着更为重要的作用。这类问题没有固定的答案或解决方法,需要学生综合运用各种知识和能力来探索解决路径,从而促进了学生的深度学习。

本研究在建构主义心理学的指导下,以真实情境为视角设计数学问题。通过让学生在团队合作中解决这些问题,鼓励他们主动调动认知、元认知、非认知等心理资源,以发展解决复杂问题的高阶能力。在这一过程中,学生不仅能够提升数学知识和技能,还能培养团队协作、沟通表达等综合能力,从而更全面地获得数学学习的意义。

2.3.3 弗赖登塔尔的“数学化”

弗赖登塔尔指出数学来源于现实世界,也服务于现实世界,并且每个人都拥有自己的数学现实^[47]。学习数学就是学习“数学化”,包括横向数学化和纵向数学化。横向数学化是将现实问题转化为数学问题,形成数学符号;纵向数学化是基于横向数学化,对已经符号化了的数学问题进一步抽象概括形成概念、定理、思想方法等。将教育内容与学生的现实世界联系在一起,数学知识在被需要中生成,也在问题解决中不断得到发展,进而形成闭环。

“数学化”强调数学的现实性和应用性,数学知识来源于学生的现实生活,

学生的现实问题解决需要数学知识,隐含了数学产生的情境性,其中的情境问题是隐含在能够引起学生思考、靠近学生的生活经验并且熟悉的数学背景当中^[48]。

“数学化”的过程与数学表达的过程紧密联系,数学表达包括对数学知识的理解、不同语言之间的转换和数学表述,“数学化”就是将不同层次的内容进行融合、提炼,涉及到不同语言之间的转换。从载体类型的角度进行分析,数学化是将自然语言转化为数学语言,最后回归于自然语言,换言之,就是用数学语言表达数学世界的过程。

第3章 高中生数学表达能力的现状调查

3.1 研究目的

(1) 了解学生对数学表达的心理状态、学习方式等与学生的数学表达能力是否有关；

(2) 了解高中生在数学语言理解、数学语言转换和数学语言表述三个方面的现状。

为高中生的数学表达能力培养提供依据，寻求对策，为提升高中生的数学表达能力做必要的探索工作。

3.2 研究对象

3.2.1 学生

为保证调研获取的数据具有代表性，数学表达能力现状调查对象是贵州省 G、M 两所高中的部分学生，其中 G 中学是省级示范性高中，M 中学是市级示范性中学。两所学校的学习情况优势互补，为保证学生作答问卷的有效性，在学生自愿答卷的群体中抽取部分学生作为测试对象，测试对象学校分布如表 3-1 所示。G 学校实际发放问卷 50 份，有效收回 48 份，有效率为 96%。M 学校实际发放问卷 70 份，有效收回问卷 64 份，有效率为 91.4%。

表 3-1 调查对象学校分布表

学校	人数	所占百分比
G 附中	48	43%
M 附中	64	57%
总计	112	100%

3.2.2 教师

本次访谈主要从教师角度了解学生的数学表达、培养学生的数学表达能力的

教学建议、真实情境对培养学生数学表达能力的看法与教学措施,这与从学生视角分析学生自身的数学表达形成优势互补,可以较完整地了解学生数学表达现状。M 中学是一所市属公办完全中学,该校以先进的育人观念、管理模式和突出的办学成效赢得了良好的社会声誉。在接受访谈的五位教师中,教师 G、教师 P 和教师 Z 三位资深教师作为高三年级的教师访谈对象,他们教学经验丰富,更了解学生的数学表达情况,利于本研究的开展。高二年级则是我实习指导老师 L 老师,他平时上课对教学的理解很深刻,对情境的应用较多,因此选择 L 教师作为高二年级的访谈对象。为了综合了解整个高中数学教师的认识情况,研究过程中随机选择了高一的一名数学教师作为高一年级的教师访谈对象。访谈的教师情况如表 3-2 所示。

表 3-2 访谈教师基本情况

教师	G 老师	P 老师	Z 老师	L 老师	Q 老师
性别	男	女	男	男	女
教龄	19 年	15 年	16 年	3 年	3 年
职称	高级	高级	高级	中级	中级
教学年级	高三	高三	高三	高二	高一

3.3 研究工具

3.3.1 学生调查问卷

为了更好了解高中生的数学表达能力现状,参考宰维鑫^[49]和李茹^[50]两位学者的研究问卷设计,并结合本研究的实际需要编制问卷。问卷编制完成后,咨询一线数学教师、实习带教老师以及导师的意见进行修改完善,得到最终的调查问卷(见附录 1)。问卷主要包含了研究高中生对数学表达的心理状态、高中生的数学学习方式是否与其数学表达能力有密切联系以及教师数学表达能力对学生数学表达的影响等几个模块。

表 3-3 调查问卷分析

维度	内涵解释	题号
学生的心理状态	学生对数学表达的态度和认识是影响学生数学表达能力的直接因素。了解学生的对数学表达的心理状态，才可以针对性地提出培养策略。	1, 2, 3
学生的学习方式	学生的学习方式包括是否积极参与课堂讨论、互动，是否经常对所学内容进行归纳总结，是否会模仿教师或者教材的书写格式等。了解学生的学习方式与其数学表达能力是否有密切联系，进而分析学生的数学表达能力弱的成因。	4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11
教师的教学方式	从学生视角分析教师的教学方式以及教师数学表达能力对学生数学表达能力的影响。	12, 13, 14, 15, 16
学生对数学表达的认知	从学生的角度分析影响高中生数学表达的因素有哪些，丰富分析学生数学表达能力的视角。	17
测试学生的数学表达能力	分别从数学语言理解、数学语言转换和数学语言转换理解分析学生的数学表达现状。	18, 19, 20, 21, 22

3.3.1.1 信度分析

2023 年 10 月下旬在贵阳市两所高中学校发放问卷，完成测试后，先对问卷进行编号，将问卷每个选项中的“完全符合”到“完全不符合”按顺序分别赋值为 1, 2, 3, 4, 5 进行统计，最后将测试卷与问卷数据全部录入到 SPSS 26.0 中，最后对统计数据整理分析。

信度是体现一份问卷量表是否科学合理的重要指标，是对数据样本的可靠性和数据结果的一致性程度进行检验，反映实验结果或者测量结果的稳定程度和被测特征的真实程度。标准化取值在 0~1 之间，系数值越接近于 1，说明问卷的内部一致性越高、结果越可靠，大于 0.7 的问卷是可以接受的，大于 0.8 说明问卷具有极好的使用价值。借助统计分析软件 SPSS 26.0 进行信度分析。结果如表 3-4 所示，Cronbach's α 系数为 0.856 大于可信临界值 0.7，说明量表有较高的信度水平，问卷内容具有较好的内部一致性。

表 3-4 可靠性统计

克隆巴赫 Alpha	项数
.856	16

3.3.1.2 效度分析

效度是指量表能在多大程度上准确反映出问卷量表中所要测量对象的特性，即指量表的有效性和正确性，效度越高，问卷越准确有效。问卷的效度检验结果如表 3-5 所示，KMO 检验值为 0.839 大于 0.7，巴特利特球形检验值显著性水平小于 0.005，说明量表具有较好的效度。

表 3-5 KMO 和巴特利特检验

KMO 取样适切性量数	.839
近似卡方	651.086
巴特利特球形度检验 自由度	120
显著性	.000

3.3.2 测试卷

测试题（附录 2）主要是为了调查高中生的数学表达能力现状，主要包括在数学语言理解、数学语言转换和数学语言表述三方面的表现以及分析学生数学表达存在的问题等。测试卷的形成过程主要包括以下步骤，参考已有的研究测试卷进行改编，再咨询一线教师的意见进行修改，形成最终版本的测试卷。

表 3-6 数学表达能力现状调查

维度	调查目的	题号
数学语言理解	了解学生对数学概念、命题等知识点的理解情况。	1, 2
数学语言转换	了解学生对数学语言转换的水平。	3, 4
数学语言表述	了解学生对数学语言的应用是否准确、表述是否符合逻辑等。	5, 6

3.3.3 教师访谈提纲

教师的访谈主要有以下三个目的：（1）从教师的视角研究高中生的数学表达能力现状；（2）了解高中数学教师对培养高中生数学表达能力的方法；（3）

高中数学教师对利用真实情境培养高中生数学表达能力的认识以及建议。

根据访谈目的和借鉴已有问卷进行汇编,问卷编制完成后请教一线教师以及导师帮忙审核修改,把与研究主题关联性不密切的问题就行删改,最终得到表 3-7 所示的访谈内容。利用访谈老师的课余时间进行访谈记录并在征得访谈老师同意的情况下进行录音记录,分别记录了不同教龄的老师的访谈内容,由于其中 G 老师的时间关系, G 老师是通过书面回答的形式访谈记录的。

表 3-7 教师访谈内容

题号	问卷内容
1	您认为现在的高中生的数学表达存在哪些问题? 您认为影响学生数学表达能力?
2	根据您的教学经验, 您认为应该怎样培养学生的数学表达能力呢?
3	您了解真实情境吗? 您认为好的情境创设对学生的数学表达是否有帮助?
4	利用真实情境培养学生数学表达能力, 您有什么建议吗?

3.4 结果与分析

3.4.1 学生调查问卷分析

问卷包括选择题和测试题两个部分,测试题用于调查学生的数学表达能力,整个问卷主要研究高中生对数学表达的心理状态、学生的学习方式跟数学表达能力之间的联系以及教师的教学情况跟学生的数学表达能力的影响,包括学生对数学表达的重视程度以及从学生视角了解数学教师在课堂上是否重视高中生的数学表达的培养,以此分析学生的数学表达现状以及影响高中生的数学表达因素。结论也主要从这三个方面进行分析。

(1) 对数学表达的心理状态

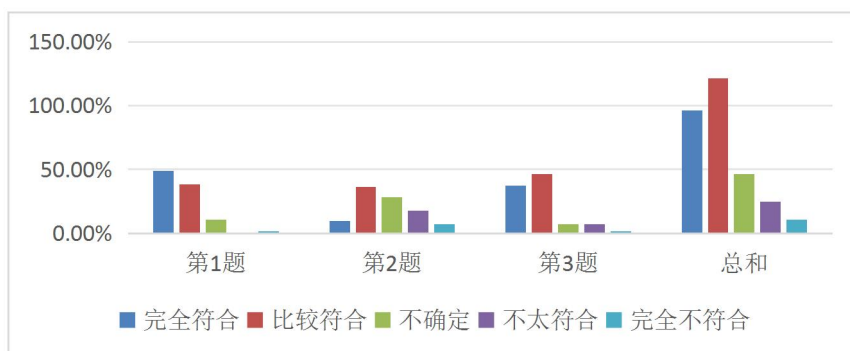


图 3-1 第 1、2、3 题的比例统计图

如图 3-1 所示，问卷第 1 题、第 2 题、第 3 题是调查高中生对待数学表达的认识与态度，根据调查结果可以看到，按照总和的比例分析，32%高中生认为数学表达对于学习数学非常重要的，41%的高中生认为数学表达比较重要。研究过程中选择其中成绩较好一位同学进行访谈，谈论如何认识到数学表达与问题解决之间的这种关系，该生表示以前也认为数学表达对于学习数学不重要，在平时的学习中不重视书写的逻辑性和规范性，随着时间的推移发现曾以为掌握的知识在逐渐淡忘，在考试时也不能将自己的思路完整表达，数学表达不仅能加深记忆，而且能梳理思路，在书写过程中对知识点一点点清晰，逐渐地柳暗花明。有 15%的学生对数学表达的认识处于模糊状态，本研究针对这部分同学进行抽样访问，发现他们的成绩处于中等偏下，他们认为平时不能解决数学题的原因是不理解数学题目，没有思路，没有进行数学书写，因此不知道数学问题解决与数学表达之间是否有直接联系。有 8%和 4%的学生认为数学表达与问题解决没有太大关联或者没有直接关系，在这部分学生中选择一位数学成绩较好的学生进行访谈，他认为只要掌握了数学知识点就可以解决问题，因此数学表达对于数学问题解决不重要。

毋庸置疑，数学表达对于数学占有无可替代的地位，大部分学生对数学表达持积极态度，但还有少部分的学生未认识到数学表达的重要作用，因此需要教师进行点拨引导。当学生对数学表达的认知与态度达到一致时，更有利于学生数学表达能力的培养。

(2) 学生学习方式与数学表达能力的联系

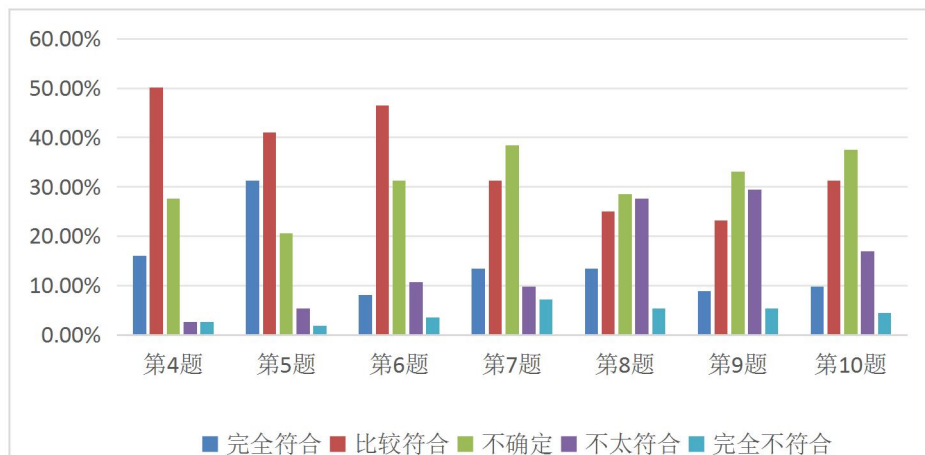


图 3-2 第 4-10 题的比例统计图

第 4 题至第 10 题是调查高中生的数学学习方式，以此分析数学表达与学生数学学习方式之间的联系。

由图 3-2 可知，有约 66% 高中生积极参与数学课堂互动，约 72% 的高中生认为与同学、老师讨论交流能够提高数学表达能力，约 54% 的高中生会模仿教师的书写表达风格，约三分之一的高中生对自己数学表达的认识处于模糊状态，侧面反映了学生的数学表达的忽视。对于模仿教材例题的表达方式的学生占比较少，侧面反映了现在课堂教学对数学教材的忽视。约 48% 的高中生会经常归纳总结，用自己的语言陈述知识点，更多学生忽视了归纳对学习数学表达的作用，对于数学教材的阅读人数占比更少，教材是学生模仿问题解决和获取知识的主要载体，应该提高教材的使用率。约 41% 高中生会在讨论数学问题时使用数学术语，数学语言具有严密性、逻辑性和精确性等特点，有其完整的数学系统，数学符号、术语的记忆是数学表达的基础，因此需要学生经常使用练习才能帮助学生更好地进行数学表达。

综合问卷的选择题部分与测试题部分进行分析，发现积极参与课堂互动讨论、经常模仿教师或者教材的书写和归纳总结的学生，对数学语言的应用更加准确并且数学逻辑性更缜密。

综上，学生的学习习惯也是影响学生数学表达能力的一个重要因素，积极参与课堂互动、能够模仿教材书写和经常归纳总结的学生更善于数学表达。好的习惯能够帮助学生建立起一套积极且富有意义的自动化系统。

(3) 学习基础

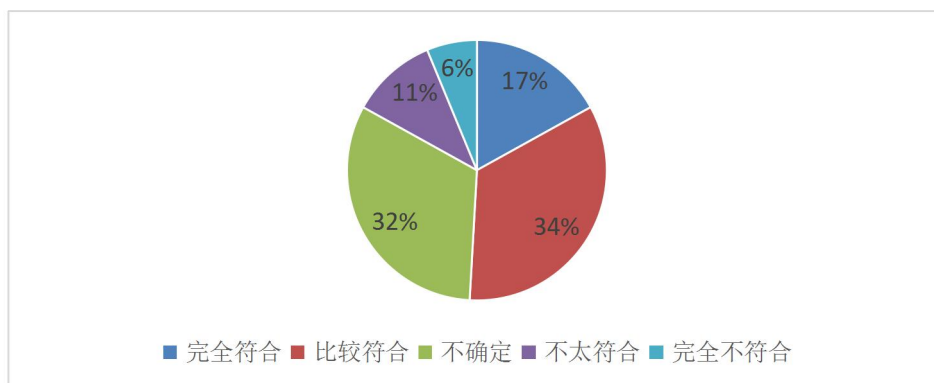


图 3-3 第 11 题的比例统计图

第 11 题为了了解学生数学解决能力与数学表达能力之间的关系，特此设计了该问题。由图 3-3 可得，只有一半的学生能够在理解数学问题的基础上将自己的思路表述出来。

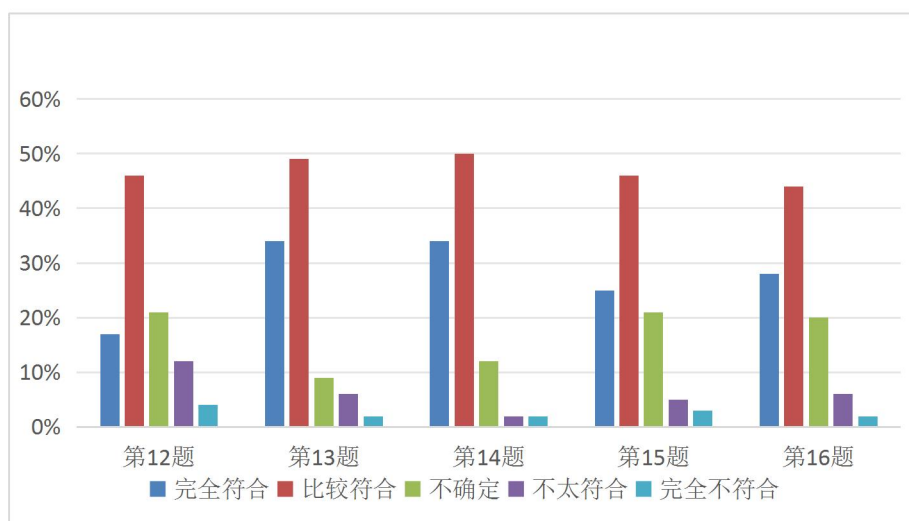


图 3-4 第 12-16 题的比例统计图

(4) 教师教学情况

第 12 题至第 16 题，从学生视角分析教师教学情况是完善教与学策略的重要角度。由图 3-4 可得，教师在上课时间地给出数学概念、定理等知识，再让学生理解的教学情况占比较多，约占 64%，但依然有部分教师认为有些数学内容只需要记忆即可，没必要花费时间去了解他的由来等，这或许是数学越来越让学生

反感的原因之一。约 83% 的同学认同或非常认同“数学老师在课堂上灵活运用数学语言表达数学问题，口头表达和书面表达清晰”这一表述，也有 8% 的同学认为数学老师在课堂上不能灵活运用数学语言表达数学问题，口头表达和书面表达不太清晰。约 84% 的数学教师会注重学生的数学语言表达，这反映了教师对学生数学语言表达的重视程度。但是数学教师在作业批改反馈时却有大部分教师忽视学生的数学表达，造成了课堂评价与作业评价的一致性功能缺失，削弱了评价的作用，这也成了学生数学表达能力差的原因之一。

第 17 题主要从学生自身分析影响数学表达的原因。如图 3-5 所示，调查结果大致分为以下几点：不能理解题目意思，对数学概念理解不到位，造成思路不连贯；对专有的数学符号数学术语不了解；不能进行不同数学语言之间的转换，例如不能将文字语言转成符号语言和图形语言，不能理解符号语言表达的意思，不能符号语言转换成图形语言等；自己的逻辑思维差，思路不清晰，思维定势，不能快速理解题目意思；没有经常阅读数学教材查看例题解答过程；容易混淆相似概念，记不住概念；由于自己的胆怯造成不敢说，日积月累造成不会说。

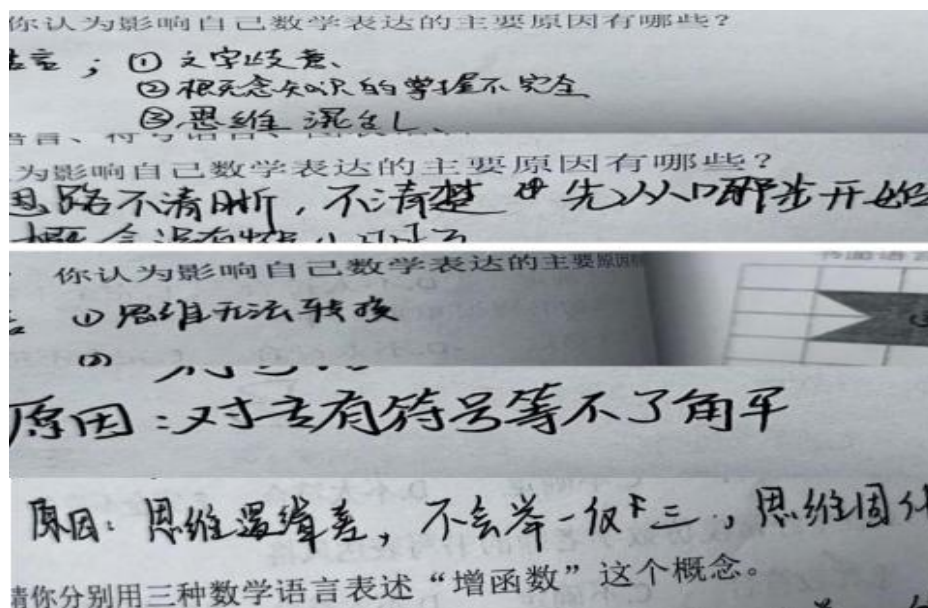


图 3-5 第 17 题的作答情况

针对学生自己认为影响数学表达的主要原因陈述当中，大部分学生都提到对数学知识的理解掌握不到位，思维混乱。这反映学生在学习新知识时对新知识的学习方式以及掌握程度一定程度上影响了学生的数学表达，侧面反映了平时的教学或许忽视了学生对教学内容的理解程度。

3.4.2 测试卷分析

第1、2题考察学生对数学信息提取和理解能力。第1题是对于“函数 $y=f(x)$ 的图像与 x 轴没有交点”这个概念的理解，并要求学生从代数角度进行转述，是典型地考验学生的基础知识掌握情况。当函数 $y=f(x)$ 的图像与 x 轴没有交点时，则表示在其定义域内有 $f(x) \neq 0$ 。学生作答时直接写 $f(x) > 0$ 。忽视了当 $f(x) < 0$ 时也存在函数 $y=f(x)$ 的图像与 x 轴没有交点的情况。反映了学生对数学基本概念的理解较差，不能做到灵活运用、活学活用，反映了学生思维单一。部分学生回答 $\Delta < 0$ ，没有准确把握题目信息以及忽视了 Δ 的使用条件。第2题主要考察学生对余弦定理内容的理解及其推导过程，在这道测试题的阅卷过程中，发现有的学生能够完整地写出定理内容以及证明过程，但是文字描述部分都表现为数学表述层次混乱、数学表达用词不规范，有的学生完全记不住定理内容。

第3、4题考察学生在应用不同语言表达问题的能力。在第3题中大部分学生在理解题目和问题时就出现了困难，出现了文不对题的情况，例如只写出了 $\frac{a_1+a_2+\cdots+a_{n-1}}{n-1}$ 或者 $\frac{a_2+a_2+\cdots+a_n}{n-1}$ ，没有写出两者之间的大小关系，有的学生在则写成了 $\frac{a_2+a_2+\cdots+a_{n-1}}{n-2}$ ，只有少部分的学生能够完整填写答案。针对第4题，大概三分之一的学生能够准确画出图形并利用符号语言表示，其余同学要么画图错误，要么符号语言的应用错误，反映了学生在数学语言转换较差。

第5、6题是调查学生数学语言表述能力，将题目用三种语言进行描述。其中第5题选取的是用三种数学语言表述“增函数”概念。从学生的作答情况分析，接近一半的学生对概念的理解不深，忽视函数的增减性是函数的局部特征，因为没有强调其区间范围而造成表达不完整。对数学术语、符号的运用不正确，不能正确地进行各种数学语言之间的转换，表达不严谨、不严密，表达内容不完整。例如部分学生将“ $\forall x_1, x_2 \in D$ ”中“ $\in$ ”写成“ $\subset$ ”，或者是没有写“ $\forall$ ”，忽视了 x_1, x_2 的任意性，造成表达错误。最后一个描述题，主要从三个角度进行描述，第一种是利用坐标系进行描述；第二种是面积法，标注单位长度，然后分为左右或者上下描述形状；第三种是割补法思路进行描述。但描述过程中都存在语言混乱、表达不规范等问题。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/585002142124012102>