

所属类别	2021 年“华数杯”全国大学生数学建模竞赛	参赛编号

电动汽车无线充电优化匹配研究

摘 要

电动汽车的无线充电是一个涉及现场环境、充电效率、结构设计等多方面的复杂问题。由于生产电动汽车的厂家越来越多，不同厂家生产的电动汽车与充电设备的“互通互用”问题一直是阻碍电动汽车发展与推广的因素之一。因此，本文基于**基尔霍夫定律**和**诺伊曼公式**，对电动汽车无线充电系统进行建模，并使用 **Matlab** 软件利用**递归遍历算法**对模型进行求解，为无线充电系统的设计提供了理论依据，计算了系统中各参数对于传输效率的**动态影响**。

问题 1，利用因子分析思想，基于基尔霍夫定律和电磁学基本理论，引入 A 参数、电流电压传输函数、品质因子和耦合系数等概念，确定无线充电设备在受特定约束条件下的无线充电模型。并对模型进行分析，求解出传输效率的目标函数。利用 matlab 软件对无线充电传能模型进行积分和微分方程求解，得到所提供的十次无线充电试验的电能传输效率，分别为 **56.20%，54.88%，52.90%，50.79%，48.39%，47.05%，46.02%，43.65%，42.93%，41.97%**。

问题 2，在现实使用中，无线充电车载部分与地面部分的垂直距离可能为规定内的任意值。针对这一现象，在问题 1 的基础上引入了两线圈垂直距离作为进一步约束的条件。经过建模分析，发现线圈间距只对线圈的互感产生影响。利用**诺伊曼公式**和**电偶极子的赫兹矢量积分思想**，建立线圈间距对线圈互感影响的数学模型，对数学模型利用 matlab 进行非线性优化后与问题一得到的模型融合，得到了相应的加入两线圈距离影响的无线充电传能模型。针对第一次实验的条件进行求解，得出线圈距离为 100mm,150mm,200mm 和 250mm 时无线充电的传输效率分别为：**55.959%，54.012%，51.269%，47.609%**。对结果进行分析，得到不考虑额外条件在距离因素影响下电动汽车的无线充电传能效率会随着线圈距离的增加而降低的结论。

问题 3，与问题 2 类似，我们将发射频率和发射线圈电感视为变量，而将两线圈垂直距离视为定值。基于此 x 建立了针对无线充电传能效率的多约束单目标求解模型。本文采用了**递归遍历算法**对求解模型进行求解以求得最优解。根据求解结果可知，在所给发射频率和发射线圈电感调节范围内，当发射频率为 **100kHz**，匹配阻抗为 **200uH** 时该系统的无线充电传能效率达到最大值，为 **92.7698%**。

问题 4，在问题 3 基础上增加两线圈径向距离影响，经过建模分析，发现径向距离只对线圈的互感产生影响。利用**诺伊曼公式**和**电偶极子的赫兹矢量积分思想**，建立线圈径向距离对线圈互感影响的数学模型，对数学模型利用 matlab 进行非线性优化后与问题一得到的模型融合，得到了相应的加入两线圈距离影响的无线充电传能模型。使用**递归遍历算法**对模型进行计算，筛选符合传输效率满足要求的线圈径向距离。最终得到最高传输效率大于 80%时，线圈径向距离也就是偏离距离 a 最大值为 **30.68cm**。

关键词：无线充电 磁耦合谐振 基尔霍夫定律 诺伊曼公式 赫兹矢量积分 递归遍历

一、问题重述

1.1 问题背景

电动汽车因其自身的各种优点深受大众喜爱。在其走入千家万户的过程中，充电方式的问题暴露在大众面前并成为急需解决的问题。为了进行快速、安全、方便的充电，研发者通过对目前主流的无线充电方式的非车载部分进行优化，努力使无线充电设备从“专车专用”到能与不同厂家不同型号的电动汽车之间实现互联互通。

该问题具有如下特征以及要求：

- (1) 电动汽车的无线充电系统是由车载部分与非车载部分组成的。
- (2) 无线充电系统的车载部分等效为由一个 RLC 电路与负载组成，非车载部分等效为由另一个 RLC 电路以及电源组成。
- (3) 车载部分与非车载部分之间通过电感元件耦合产生的磁场来传输电能。
- (4) 假设电感元件相互之间的互感仅仅与距离相关。

1.2 求解问题

本文根据问题描述，建立相关的数学模型解决下述问题：

问题一：当发射和接收线圈垂直射影完全重合并且两线圈完全谐振下，建立数学模型以表述两线圈间发射频率、匹配阻抗与无线电能传输效率。根据所建数学模型计算所提供的无线充电实验的电能传输效率。

问题二：当电动汽车进行无线充电时受车型、地形等影响，两线圈距离无法保证固定值。所以在第一问所建模型的基础上，引入两线圈的距离条件，建立发射频率、匹配阻抗、两线圈距离与无线电能传输效率的数学模型。根据所建数学模型计算在引入距离条件后所提供的无线充电实验的电能传输效率并比较分析。

问题三：根据所建模型探究当距离固定时发射频率、匹配阻抗对传输效率的影响。并论证能否通过调整发射频率、匹配阻抗值使得传输效率达到最大，同时求出传输效率最大值。

问题四：受现实因素影响，电动汽车无线充电装置线圈之间的垂直射影很难完全重合。在第三问的基础上计算两线圈垂直距离 h 为 100mm 时，保证最高传输效率大于 80% 前提下两线圈 X 轴方向偏离距离 a 的最大值。

二、问题分析

为了研究两线圈之间的电能无线传输过程，我们需要建立线圈之间电磁学传递模型。在分析问题、建立模型之前，我们首先对一些电磁学的基本知识进行一定的介绍：

(1)电磁感应：在闭合电路中，当穿过电路的磁通量发生改变时，电路中就会生成感应电流。这种因为磁场改变而在电路中产生电流的现象称之为电磁感应。

(2)磁耦合谐振：通过在电磁感应无线充电电路中加装补偿装置，使两边线圈的谐振频率一致。当传输频率等于谐振频率时，线圈之间会产生磁耦合谐振效应，发射线圈和接收线圈的磁场相位被同步，耦合状态由松散状况转为强化状态。发射线圈产生的磁场可在接收线圈上产生最大的电流，借此可以完成远距离和高效率的无线电能传输。

(3)基尔霍夫定律：基尔霍夫定律是计算和分析电路的基础，包括基尔霍夫电流定律(KCL)和基尔霍夫电压定律(KVL)。

基尔霍夫电流定律的基本表述为：所有进入某节点的电流的总和等于所有离开这节点的电流的总和。

基尔霍夫电压定律的基本表述为：沿着闭合回路所有元件两端的电势差（电压）的代数和等于零。

(4)诺依曼公式：通过对电偶极子产生磁场的积分来计算两元器件间互感值的公式，其具体表述为：

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint \frac{dl_1 dl_2}{|r_2 - r_1|} \quad (2.1)$$

2.1 问题一的分析

问题一给出了不同线圈间距时发射线圈和接收线圈的参数，要求建立发射频率、匹配阻抗与无线电能传输效率的数学模型。题目中已经给出电磁学等效电路图，需要根据此电路图建立两线圈之间电能传输的模型。基于基尔霍夫定律可以得出两线圈感应电流、电压的大小，引入品质因数和耦合系数的概念，将输入功率与输出功率用其感应电流、电压表示出来，然后将其比值转化为关于品质因数和耦合系数之间的关系，从而建立出输入功率与输出功率之比，也就是传输效率的数学模型。建立完成模型后分析其收到的约束条件，寻找算法进行计算得出结果。

2.2 问题二的分析

问题二在问题一的基础上加入了两线圈之间的距离对模型的影响。在无线充电系统中，改变两线圈之间的距离，随之而改变最大的是两线圈之间的互感。要解决此题，只需在问题一的模型上加入互感对距离的模型。由互感的定义和诺伊曼公式可以得出距离对互感影响的模型。对第一问的模型进行扩充，加入距离对互感的影响，分析其收到的新约束条件，寻找算法进行计算得出结果。

2.3 问题三的分析

问题三是建立在问题一所建立的电能传输模型基础上的最大值求解问题。只需找到其约束条件，然后采用递归遍历算法对离散化后的约束条件进行求解，即可得出电能无线传输效率的最大值。以及最大值出现时的发射频率和发射线圈电感。

2.4 问题四的分析

问题四基于问题三结论，找到传输效率最大时的发射频率和发射线圈电感，在这两个参数保持不变的基础上改变接收线圈圆心的偏移量 a ，找到传输效率高于 80% 时，接收线圈圆心的最大偏移量 a 。在无线充电系统中，改变接收线圈圆心的偏移量 a ，随之改变最大的仍是两线圈之间的互感。由互感的定义和诺伊曼公式可以得出接收线圈圆心偏移量 a 对互感影响的模型。要解决此题，只需引入接收线圈圆心偏移量 a 对线圈互感的影响，对第一问模型进行扩充，基于第三问的结论，采用递归遍历算法对离散化后的约束条件进行求解，即可得出接收线圈圆心的最大偏移量 a 。

三、模型假设

为了便于问题的研究，对题目中某些条件进行简化及合理的进行假设：

- 1.在此无线充电系统中，两线圈视为理想线圈，且工作时不受外界磁场干扰。
- 2.两线圈均视为由 10 匝圆形线圈构成，且每匝线圈的半径均为 35cm。
- 3.题目中的电源、电感、电容、电阻等均视为理想元器件，不随外界条件的变化而变化。
- 4.题目中的负载为纯阻性负载，其流过电压与电流的比值为接收装置电阻 R_2 。
- 5.假设无线传输充电装置采用的线圈为平面螺旋线圈。

四、符号说明

考虑本文会出现大量的公式推导过程，为了叙述方便，现对本文常出现的部分符号进行统一说明，详见表 4.1。

表 4-1 符号说明表

符号	意义
h	两线圈间垂直距离
a	两线圈圆心间水平距离
L_1	发射线圈电感
L_2	接收线圈电感
M_{12}	发射线圈、接收线圈间的互感
f	发射频率
R_t	发射装置电阻
R_L	接收装置电阻
r	线圈半径
N	线圈匝数
k_{12}	两线圈间耦合系数
ω	发射角频率
Q_1	发射电路品质因数

Q_2	接收电路品质因数
V_1	发射电路电压
I_1	发射电路电流
V_2	接收电路电压
I_2	接收电路电流
j	复数虚部标识
μ_0	真空磁导率

（注：未列出符号以出现处介绍为准）

五、问题一

5.1 模型的建立

(1) 确定目标函数

建立如图 5.1 所示的无线充电系统等效电路，将发射线圈所在电路与接收线圈所在电路均等效为 RLC 电路与电源或者负载相连接。两部分电路之间通过线圈的谐振完成电能传输。

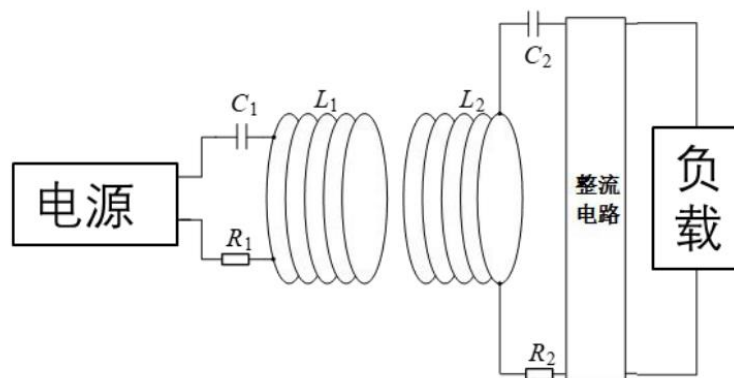


图 5.1 无线充电系统结构等效图

为了更直观的了解并解决问题，对图 5.1 进行简化构建其一维无线传能模型，该模型如下图 5.2。

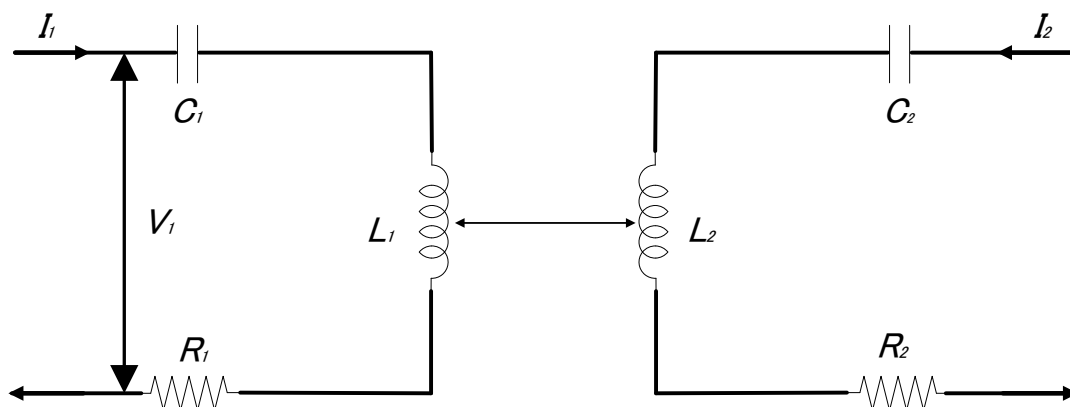


图 5.2 无线充电系统一维无线传能模型

从图 5.2 中，我们能更直观的看出该装置的传能方式，电感 L_2 通过电磁感应方式从电感 L_1 获得能量。图中的 I 、 V 、 R 、 L 、 C 分别表示着该电路的等效电流、等效电压、等效电阻、等效电感以及等效电容。

因为该题要建立的是无线充电系统的发射与接收线圈在完全谐振下的电能传输模型，所以需要考虑到电路的品质因子。电路的品质因子也可称之为品质因数是用于表示电路的共振频率相对一带宽的大小，品质因子越高则电路在谐振过程中能量损失速度越慢。电路的品质因子 Q_i 由式 (5.1) 确定。

$$Q_i = \omega L_i / R_i \quad (5.1)$$

根据已知条件，该系统的耦合系数可由式 (5.2) 确定，并且电源和发射线圈、接收线圈和负载以及两个 RLC 电路之间的能量传输损失可以忽略不计，均认为他们的耦合系数为 1。

$$k_{12} = M_{12} / \sqrt{L_1 / L_2} \quad (5.2)$$

根据无线传能模型，我们引入参数 A 建立输入与接收电路之间的信号关系，其信号关系表达方程为式 (5.3)：

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

在本模型中，输入电路与接收电路具有近似对称的结构，且两线圈的耦合仅通过之间的互感，因此参数 A 可进一步表达为式 (5.4)：

$$\begin{cases} A_{11} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0} = \frac{1}{k_{12}} \left(1 - \frac{1}{\omega_n^2} - \frac{j}{Q_1} \right) = A_{22} \\ A_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0} = \frac{-j\omega L_1}{k_{12}} \left[k_{12}^2 - \left(1 - \frac{1}{\omega_n^2} - \frac{j}{Q_1} \right)^2 \right] \\ A_{21} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_2=0} = \frac{1}{j\omega L_1 k_{12}} \end{cases} \quad (5.4)$$

上式 (5.4) 中： ω_0 为电路谐振的角频率，表示为 $\omega_0 = 1/\sqrt{L_1 C_1}$ ； ω_n 为归一角频率也就是电路工作时的角频率与电路谐振角频率之比，表示为 $\omega_n = \omega/\omega_0$ 。

当将发射电路视为只由电源电压与等效阻抗所组成的简化电路时，该简化电路满足式 (5.5)。

$$\begin{cases} V_1 = (Z_1 + j\omega L_1) I_1 - j\omega M_{12} I_2 \\ 0 = (R_2 + j\omega L_2) I_2 - j\omega M_{12} I_1 \end{cases} \quad (5.5)$$

在接收电路中，负载对振荡器的作用等效为反射阻抗 Z_2 ，由于负载 Q 值远远小于线圈 Q 值，因此有 $R_L \gg R_D + j\omega M_{12} I_2$ ，其中 R_L ， R_D 分别为接收线圈与负载阻值，则反射阻抗 Z_D 可以简化为：

$$Z_2 \approx \omega M_{12}^2 / R_2 = k_{12}^2 Q_2 \omega L_1 \quad (5.6)$$

接收电路的响应对输入电路的影响可通过电路中电压传输与电流传输的关系来表达，为：

$$K_V = \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_2}{A_{11} V_2 + A_{12} (-I_2)} = \frac{1}{A_{11} + A_{12} / Z_2} \quad (5.7)$$

$$K_I = \frac{I_2}{I_1} = \frac{I_2}{A_{21} V_2 + A_{22} (-I_2)} = \frac{-1}{A_{21} Z_2 + A_{22}} \quad (5.8)$$

式 (5.7) 与式 (5.8) 中： K_V 为电压传输函数， K_I 为电流传输函数。

本题中电能传输效率可由接收电路的负载输出功率与输入电路的输入功率比值来

表现，因此综合上述公式，电能传输效率 η 表示为式 (5.9)：

$$\eta = \left| \frac{V_2 I_2}{V_1 I_1} \right| = \left| \frac{V_2}{V_1} \right| \cdot \left| \frac{I_2}{I_1} \right| = |K_V| \cdot |K_I| = \left(1 + \frac{2}{k_{12}^2 Q_1^2} + \frac{Q_2}{k_{12}^2 Q_1} + \frac{k_{12}^2 Q_1^{-2}}{k_{12}^2 Q_1 Q_2} \right)^{-1} \quad (5.9)$$

由式 (5.9) 可以得出 K_{12}, Q_1, Q_2 都影响着传输效率 η 。

由以上推导过程建立目标函数：

$$\eta = \left(1 + \frac{2}{k_{12}^2 Q_1^2} + \frac{Q_2}{k_{12}^2 Q_1} + \frac{k_{12}^2 Q_1^{-2}}{k_{12}^2 Q_1 Q_2} \right)^{-1} \quad (5.10)$$

(2) 确定约束条件

题目中电路的参数对效率的求取构成了约束条件。

$$\text{约束条件: } \begin{cases} L_{1i} = L_{1testi}, i = 1, 2, 3, \dots, 10 \\ L_{2i} = L_{2testi}, i = 1, 2, 3, \dots, 10 \\ M_i = M_{testi}, i = 1, 2, 3, \dots, 10 \\ h_i = h_{testi}, i = 1, 2, 3, \dots, 10 \\ R_1 = 1.55 \\ R_2 = 432.24 \\ f = 30 \\ N = 10 \\ r = 35 \\ a = 0 \end{cases} \quad (5.11)$$

其中 $L_{1testi}, L_{2testi}, \mu_{testi}, h_{testi}$ 分别为附件 1 中所对应的测量值。

(3) 确定数学模型

$$\text{总体数学模型: } \begin{cases} \eta = \left(1 + \frac{2}{k_{12}^2 Q_1^2} + \frac{Q_2}{k_{12}^2 Q_1} + \frac{k_{12}^2 Q_1^{-2}}{k_{12}^2 Q_1 Q_2} \right)^{-1} \\ L_{1i} = L_{1testi}, i = 1, 2, 3, \dots, 10 \\ L_{2i} = L_{2testi}, i = 1, 2, 3, \dots, 10 \\ M_i = M_{testi}, i = 1, 2, 3, \dots, 10 \\ h_i = h_{testi}, i = 1, 2, 3, \dots, 10 \\ R_1 = 1.55 \\ R_2 = 432.24 \\ f = 30 \\ N = 10 \\ r = 35 \\ a = 0 \end{cases} \quad (5.12)$$

5.2 模型的求解

考虑到本模型应用了大量的电磁学知识，而且本模型需要考虑积分、微分方程解法等问题，综合考虑，本文选用 matlab 软件对此模型进行求解。

为求解此问题，我们采取直接利用结论公式进行计算的方式对模型进行计算，具体求解过程如下：

Step1: 将题目中已知的各个信息输入 matlab 软件中。

Step2: 将各个信息的单位制全部化为国际单位制方便计算。

Step3: 对结论公式中用到的各个中间变量（如耦合系数 k_{12} ，发射电路品质因数 Q_1 ，接收电路品质因数 Q_2 等）进行计算，得出需要的变量值。

Step4: 将中间变量带入结论公式 $\eta = \left(1 + \frac{2}{k_{12}^2 Q_1^2} + \frac{Q_2}{k_{12}^2 Q_1} + \frac{k_{12}^2 Q_1^{-2}}{k_{12}^2 Q_1 Q_2} \right)^{-1}$ 中，得出各个实验的效率。

Step5: 循环输出各个实验的效率，完成对问题的求解。

5.3 结果分析

通过对模型的求解，我们得到以下结论：

第 1 次实验的效率为： 56.196%

第 2 次实验的效率为： 54.878%

第 3 次实验的效率为： 52.896%

第 4 次实验的效率为： 50.782%

第 5 次实验的效率为： 48.391%

第 6 次实验的效率为： 47.053%

第 7 次实验的效率为： 46.022%

第 8 次实验的效率为： 43.648%

第 9 次实验的效率为： 42.929%

第 10 次实验的效率为： 41.962%

其中线圈间距与传输效率如图 5.3 所示。

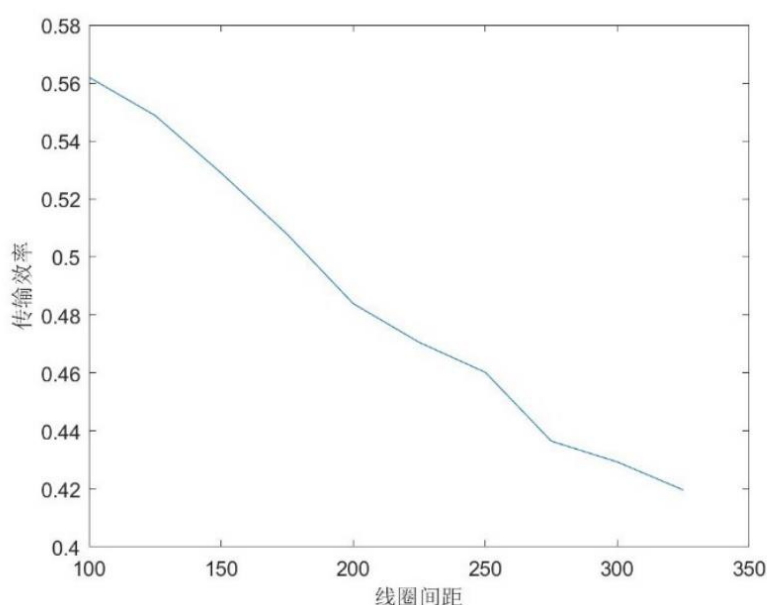


图 5.3 线圈间距与传输效率

通过对结果的分析，我们可以得到如下结论：

在电路保持不变、两线圈垂直投影完全重合、发射频率固定时，两线圈之间的传输效率随距离的增大而减小。原因是两线圈间的互感随距离的增大而减小，从而影响传输效率也随之减小。

六、问题二

6.1 模型的建立

(1) 确定目标函数

依据对模型的假设与电磁学基本知识, 在本小题中, 输入线圈和接收线圈相互平行且中心点处于同一轴线上, 建立如图 6.1 所示三轴坐标系。

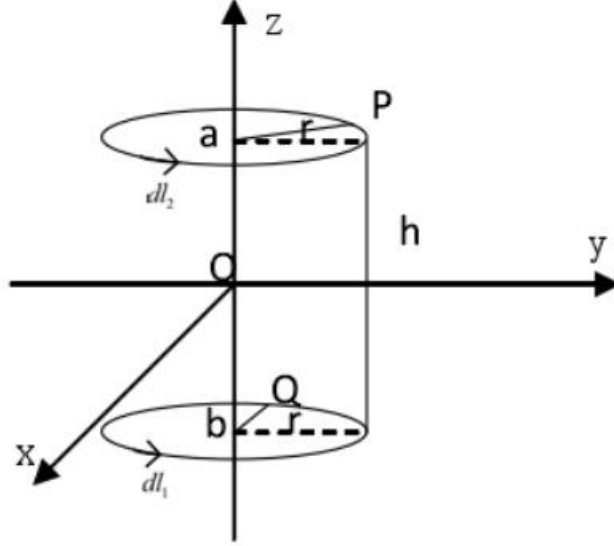


图 6.1 同轴线圈坐标图

此时两线圈的中心点分别为 $(0,0,z_1)$ 与 $(0,0,z_2)$.两线圈中心点在轴线上的距离为 h , 两线圈各自的电流分别表示为 I_1, I_2 。若在该坐标系中的线圈上各取一点, 其坐标可分别表述为 $(r, \theta, z_1), (r, \varphi - \theta, z_2)$, 此时所取的两点之间的距离可以如式 (6.1) 表示:

$$d = |r_2 - r_1| = [2r^2 - 2r^2 \cos(\varphi - \theta) + h^2]^{1/2} \quad (6.1)$$

此时, 两线圈之间的互感可以通过诺伊曼公式得到:

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint \frac{dl_1 dl_2}{|r_2 - r_1|} \quad (6.2)$$

将上述两式结合, 可得此题输入线圈电路与接收线圈电路之间的互感计算公式:

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} \frac{r^2 \cos(\varphi - \theta) d\theta}{\sqrt{2r^2 - 2r^2 \cos(\varphi - \theta) + h^2}} \quad (6.3)$$

根据式 (6.3), 可以计算出任意距离下的互感的大小。

由第一问模型得出效率公式（5.10）为

$$\eta = \left(1 + \frac{2}{k_{12}^2 Q_1^2} + \frac{Q_2}{k_{12}^2 Q_1} + \frac{k_{12}^2 Q_1^{-2}}{k_{12}^2 Q_1 Q_2} \right)^{-1} \quad (5.10)$$

因此本题的目标函数如式（6.4）所示

$$\text{目标函数: } \begin{cases} M = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{2\pi} \frac{r^2 \cos(\theta - \varphi) d\varphi}{\sqrt{2r^2 - 2r^2 \cos(\theta - \varphi) + h^2}} \\ \eta = \left(1 + \frac{2}{k_{12}^2 Q_1^2} + \frac{Q_2}{k_{12}^2 Q_1} + \frac{k_{12}^2 Q_1^{-2}}{k_{12}^2 Q_1 Q_2} \right)^{-1} \end{cases} \quad (6.4)$$

（2）确定约束条件

题目中电路的参数对效率的求取构成了约束条件。

$$\text{约束条件: } \begin{cases} L_1 = 162.21 \\ L_2 = 163.6 \\ h_i = [100, 150, 200, 250] \\ R_1 = 1.55 \\ R_2 = 432.24 \\ f = 30 \\ N = 10 \\ r = 35 \\ a = 0 \end{cases} \quad (6.5)$$

（3）确定数学模型

$$\text{总体数学模型: } \begin{cases} M = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{2\pi} \frac{r^2 \cos(\theta - \varphi) d\varphi}{\sqrt{2r^2 - 2r^2 \cos(\theta - \varphi) + h^2}} \\ \eta = \left(1 + \frac{2}{k_{12}^2 Q_1^2} + \frac{Q_2}{k_{12}^2 Q_1} + \frac{k_{12}^2 Q_1^{-2}}{k_{12}^2 Q_1 Q_2} \right)^{-1} \\ L_1 = 162.21 \\ L_2 = 163.6 \\ h_i = [100, 150, 200, 250] \\ R_1 = 1.55 \\ R_2 = 432.24 \\ f = 30 \\ N = 10 \\ r = 35 \\ a = 0 \end{cases} \quad (6.6)$$

6.2 模型的求解

经过对模型的分析，我们发现线圈间距只对线圈的互感产生影响。

因此可以对每个距离（100mm、150mm、200mm、250mm）下的互感值进行计算，详细计算公式如下：

$$h_i = 50 + 50i \cdots \cdots (\text{其中 } i = 1, 2, 3, 4) \quad (6.7)$$

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{2\pi} \frac{r^2 \cos(\theta - \varphi) d\varphi}{\sqrt{2r^2 - 2r^2 \cos(\theta - \varphi) + h^2}} \quad (6.8)$$

耦合系数 k_{12} 的计算公式为：

$$k_{12}(i) = M_i / \sqrt{L_1 \cdot L_2} \quad (6.9)$$

品质因数 Q_1 和 Q_D 的计算如下：

$$Q_1 = \omega \cdot L_1 / R_1 \quad (6.10)$$

$$Q_2 = \omega \cdot L_2 / (R_2 + R_L) \quad (6.11)$$

因此，效率 η 为：

$$\eta_i = \left(1 + \frac{2}{k_{12}^2(i)Q_1^2} + \frac{Q_2}{k_{12}^2(i)Q_1} + \frac{k_{12}^2(i)Q_1^{-2}}{k_{12}^2(i)Q_1Q_2} \right)^{-1} \quad (6.12)$$

所以，我们采取先计算线圈的互感，再直接利用结论公式进行计算的方式对模型进行计算，具体求解过程如下：

Step1: 将题目中已知的各个信息输入 matlab 软件中。

Step2: 将各个信息的单位制全部化为国际单位制方便计算。

Step3: 计算积分 $\frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{2\pi} \frac{r^2 \cos(\theta - \varphi) d\varphi}{\sqrt{2r^2 - 2r^2 \cos(\theta - \varphi) + h^2}}$ ，得出互感的值，并进行循

环，得出各个线圈间距对应的互感值。

Step4: 将计算互感与题目中给出的互感值进行比对，检验模型是否正确。并绘制不同线圈间距下。

Step5: 对结论公式中用到的各个中间变量（如耦合系数 k_{12} ，发射电路品质因数 Q_1 ，接收电路品质因数 Q_2 等）进行计算，得出需要的参数值。

Step6: 将互感值与中间变量带入结论公式 $\eta = \left(1 + \frac{2}{k_{12}^2Q_1^2} + \frac{Q_2}{k_{12}^2Q_1} + \frac{k_{12}^2Q_1^{-2}}{k_{12}^2Q_1Q_2} \right)^{-1}$ 中进行计算。

Step7: 循环输出各线圈间距对应的效率，完成对问题的求解。

6.3 结果分析

根据模型计算互感的方法绘制出了模型的理论建模值曲线，同时对比互感值的十次实验结果，发现：互感的建模值与实验值拟合效果较好，能够反映不同距离下互感的变化特征及互感值的大小。曲线如下图 6.2 所示。

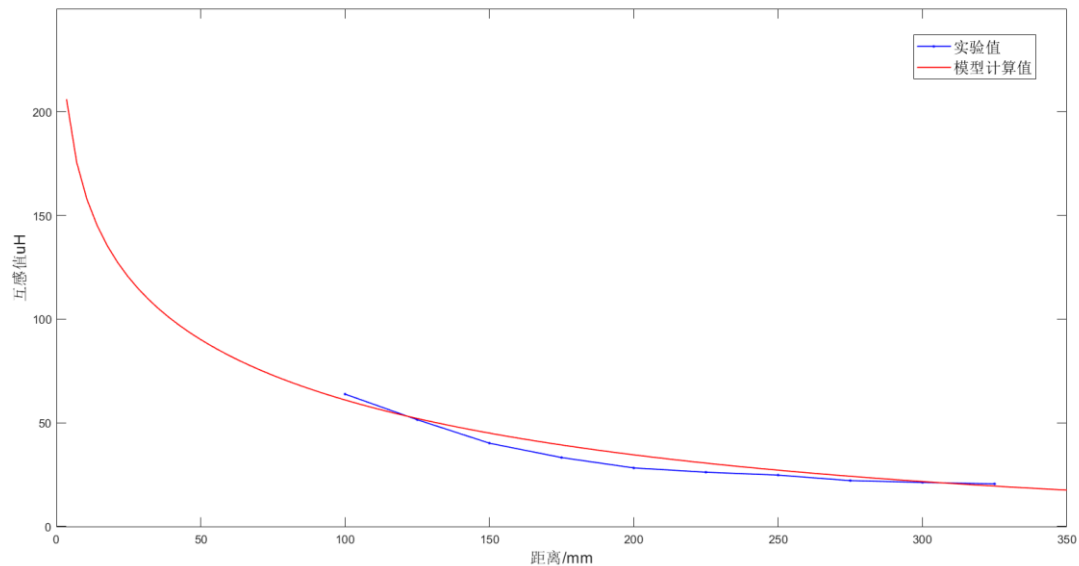


图 6.2 互感大小的实验值曲线与模型计算值曲线

根据模型进行求解，可以得到两线圈的距离 100mm 改为题目指定值时的无线充电的电能传输效率，其计算结果见下表 6.1。因此，在距离为 100 毫米时，其电能传输效率为 55.959%；在距离为 150 毫米时，其电能传输效率为 54.012%；在距离为 200 毫米时，其电能传输效率为 51.269%；在距离为 250 毫米时，其电能传输效率为 47.609%。根据模型计算结果，绘制出此情况下电能传输效率的变化趋势图，如下图 6.3 所示。

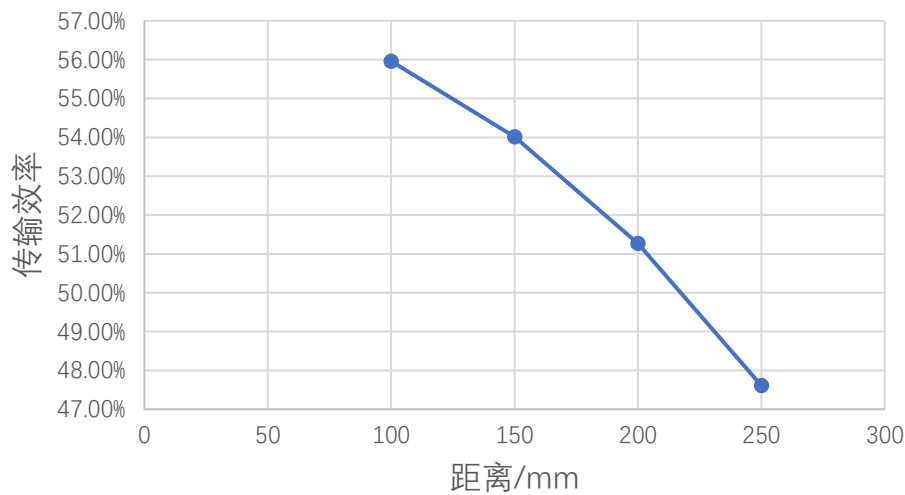


图 6.3 两线圈距离改为指定值时电能传输效率

表 6.1 不同距离下的电能传输效率

距离/mm	100	150	200	250
传输效率	55.959%	54.012%	51.269%	47.609%

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/585131102003011130>