2023-2024

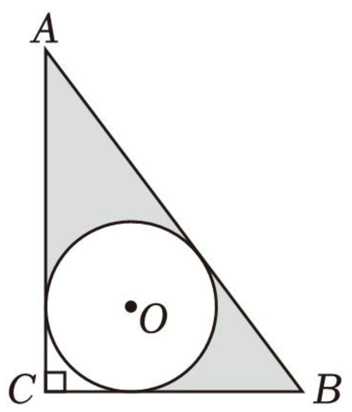
24.4

0 00 0. 2

0 20 2

2 2022

2 2 2023 0 4 3



$\frac{3\pi}{4}$ $\frac{3\pi}{4}$ $\frac{3\pi}{4}$ 3$\frac{3\pi}{4}$

4 3

$\sqrt{3^2+4^2}$

$\frac{1}{2}$ 2

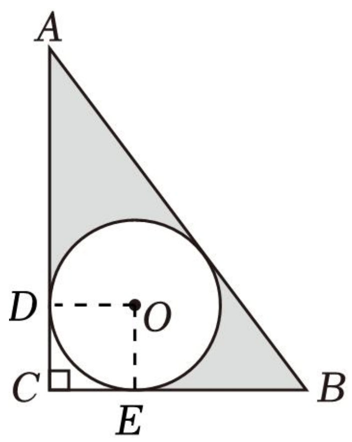
$\frac{2S}{C}$

2

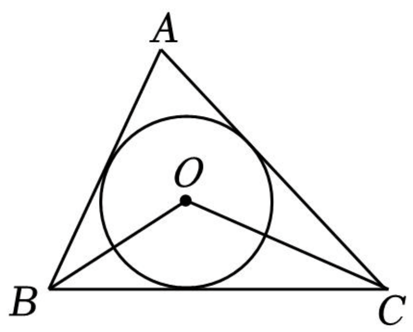
则四边形 ODCE 为正方形，

∴$S_{阴影}=S_{\triangle ABC}-\frac{3}{4}S_{圆}-S_{正方形}=6-\frac{3}{4}\pi-1=5-\frac{3}{4}\pi$．

故选：C．



3．（2 分）（2023•炎陵县模拟）如图，已知圆 O 是△ABC 的内切圆，且∠A＝70°，则∠BOC 的度数是（　　）



A．140°　　B．135°　　C．125°　　D．110°

解：∵圆 O 是△ABC 的内切圆，

∴点 O 为三角形的内心，即点 O 为△ABC 三个内角平分线的交点，

∴BO 平分∠ABC，CO 平分∠ACB．

∴$\angle OBC=\frac{1}{2}\angle ABC$，$\angle OCB=\frac{1}{2}\angle ACB$．

∵∠A＝70°，

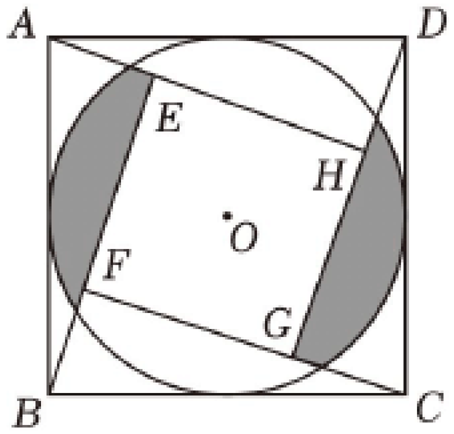
∴∠ABC+∠ACB＝180°－∠A＝110°．

∴$\angle OBC+\angle OCB=\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle ACB)=55°$．

∴∠BOC＝180°－（∠OBC+∠OCB）＝180°－55°＝125°．

故选：C．

4．（2 分）（2023•运城一模）“赵爽弦图”是用 4 个全等的直角三角形和中间的一个小正方形拼成一个大正方形，如图，已知⊙O 内切于大正方形 ABCD，AH＝3，DH＝1，则图中阴影部分的面积为（　　）



A. 5π　　B. 4　　C. $4-\frac{5\pi}{2}$　　D. $\frac{5}{4}\pi-2$

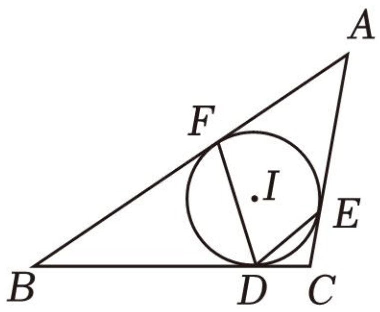
解：由题意，$AD=\sqrt{AH^2+DH^2}=\sqrt{10}$，则⊙O的半径为$\frac{\sqrt{10}}{2}$，

又$S_{四边形EFGH}=(\sqrt{10})^2-4\times\frac{1}{2}\times3\times1=4$，

∴由图知，$S_{阴影}=[\pi\cdot(\frac{\sqrt{10}}{2})^2-4]\times\frac{1}{2}=\frac{5\pi}{4}-2$，

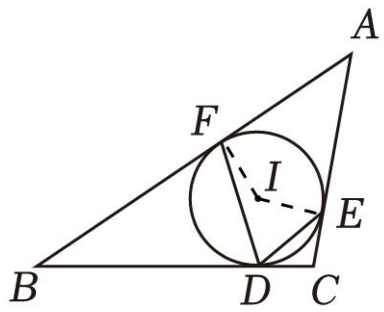
故选：D.

5.（2分）（2023•广州）如图，△ABC的内切圆⊙I与BC，CA，AB分别相切于点D，E，F，若⊙I的半径为r，∠A＝α，则（BF+CE﹣BC）的值和∠FDE的大小分别为（　　）



A. 2r，90°﹣α　　B. 0，90°﹣α　　C. 2r，$90°-\frac{\alpha}{2}$　　D. 0，$90°-\frac{\alpha}{2}$

解：如图，连接IF，IE.



∵△ABC的内切圆⊙I与BC，CA，AB分别相切于点D，E，F，

∴BF＝BD，CD＝CE，IF⊥AB，IE⊥AC，

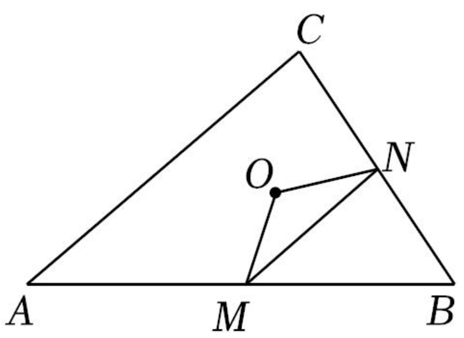
∴BF+CE﹣BC＝BD+CD﹣BC＝BC﹣BC＝0，∠AFI＝∠AEI＝90°，

∴∠EIF＝180°﹣α，

∴$\angle EDF=\frac{1}{2}\angle EIF=90°-\frac{1}{2}\alpha$.

故选：D.

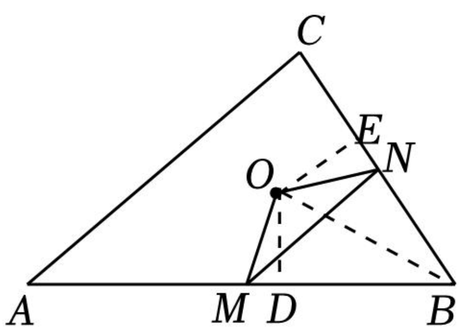
6.（2分）（2023•西湖区校级二模）如图，点O为△ABC的内心，∠B＝60°，BM≠BN，点M，N分别为AB， BC 上的点，且 OM＝ON．甲、乙两人有如下判断：甲：∠MON＝120°；乙：当 MN⊥BC 时，△MON 的周长有最小值．则下列说法正确的是（　　）



A．只有甲正确　　　　B．只有乙正确

C．甲、乙都正确　　　　D．甲、乙都错误

解：连接 OB，过点 O 作 OD⊥AB 于 D，OE⊥BC 于 E，



∵点 O 为△ABC 的内心，

∴OB 是∠ABC 的平分线，

又 OD⊥AB，OE⊥BC，

∴OD＝OE，

在 Rt△ODM 和 Rt△OEN 中，

$\begin{cases} OM=ON \\ OD=OE \end{cases}$，

∴Rt△ODM≌Rt△OEN（HL），

∴∠DOM＝∠EON，

在四边形 ODBE 中，∠ODB＝∠OEB＝90°，

∴∠B+∠DOE＝180°，

又∠B＝60°，

∴∠DOE＝120°，

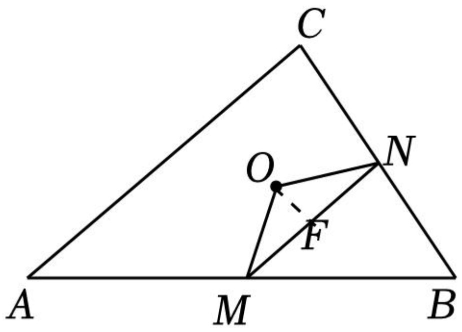
即：∠DON+∠EON＝120°，

∴∠DON+∠DOM＝120°，

即：∠MON＝120°，

故甲的说法正确；

过点 O 作 OF⊥MN 于点 F，



∵OM＝ON，OF⊥MN

∴OF 是∠MON 的平分线，MF＝NF，

∴MN＝2NF，

又∵甲的说法正确；

∴∠MON＝120°，

∴∠NOF＝∠MOF＝60°，

在 Rt△NOF 中，$\sin\angle NOF=\frac{NF}{ON}$，

∴$NF=ON\cdot\sin\angle NOF=ON\cdot\sin60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}ON$，

∴$MN=2NF=\sqrt{3}ON$，

∴△MON 的周长为：$OM+ON+MN=(2+\sqrt{3})ON$，

∴当 ON 最小时，△MON 的周长为最小，

根据“垂线段最短”可知：当 ON⊥BC 时，△MON 的周长为最小，

∵MN⊥BC，

∴ON 与 BC 一定不垂直，

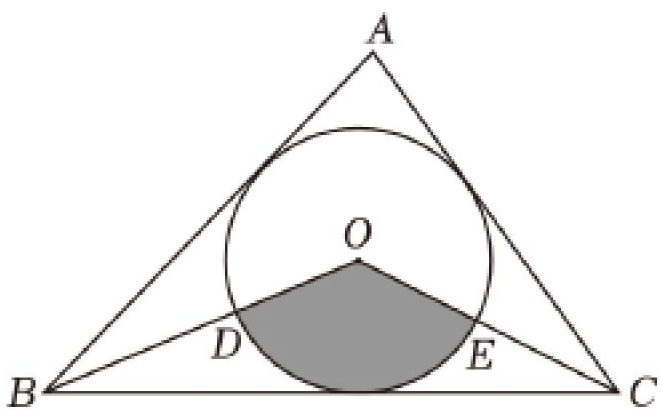
∴ON 不是最小，

∴△MON 的周长不是最小，

故乙的说法不正确.

故选：A.

7.（2 分）（2023•德宏州模拟）如图，在△ABC 中，∠A＝80°，⊙O 是△ABC 的内切圆，连接 OB、OC，交⊙O 于点 D、E，已知 OD＝3，则图中阴影部分的面积是（　　）



A. 4π　　　　B. $\frac{13\pi}{4}$　　　　C. 3π　　　　D. $\frac{15\pi}{4}$

解：如图，⊙O 分别与 BC、AB 相切于 M、N，

连接 OM，ON，

∴OM⊥BC，ON⊥AB，

∵OM＝ON，

∴OB 平分∠ABC，

同理 OC 平分∠ACB，

∴$\angle OBC=\frac{1}{2}\angle ABC$，$\angle OCB=\frac{1}{2}\angle ACB$，

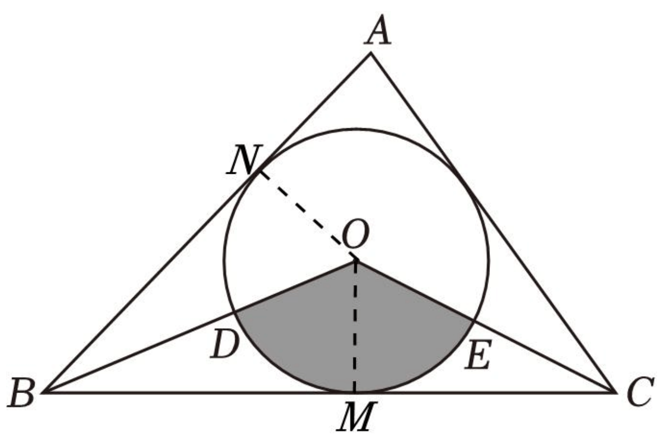
∴$\angle OBC+\angle OCB=\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle ACB)=\frac{1}{2}(180°-\angle A)=\frac{1}{2}\times(180°-80°)=50°$，

∴$\angle BOC=180°-50°=130°$，

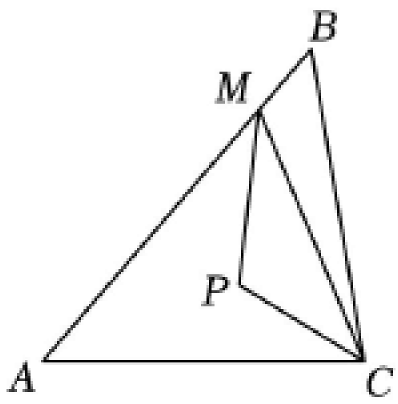
∵OD＝3，

∴扇形 ODE 的面积$=\frac{130\pi\times3^2}{360}=\frac{13\pi}{4}$.

故选：B.



8.（2 分）（2023•衡水二模）如图，在△ABC 中，∠ACB＝80°，AC＝BC，点 M 是 AB 上一点（不与点 A 重合），点 P 是△ACM 的内心，则∠MPC 的度数（　　）



A．等于 115°　　　　B．可以等于 80°

C．等于 120°　　　　D．无法确定

解：∵∠ACB＝80°，AC＝BC，

∴∠B＝∠A＝50°，

设∠BCM＝x°，

则∠MCA＝80°﹣x，

∴∠AMC＝50°+x，

∵点 P 是 ACM 的内心，

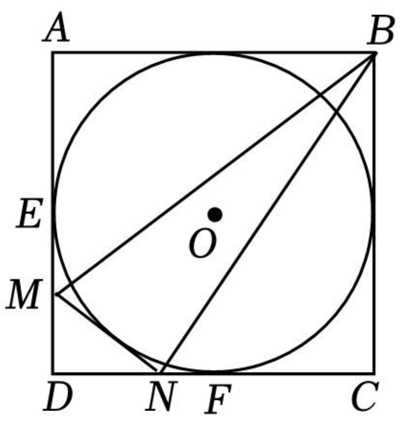
∴CP 平分∠MCA，MP 平分∠AMC，

∴∠MCP＝∠ACP＝$\frac{1}{2}$∠MCA＝$\frac{1}{2}$（80°﹣x），∠CMP＝∠AMP＝$\frac{1}{2}$∠AMC＝$\frac{1}{2}$（50°+x），

∴∠MPC＝180°﹣∠MCP﹣∠CMP＝180°﹣$\frac{1}{2}$（80°﹣x）﹣$\frac{1}{2}$（50°+x°）＝115°．

故选：A．

9．（2 分）（2023•青山区模拟）如图，⊙O 内切于正方形 ABCD，边 AD、CD 分别与⊙O 切于点 E、F，点 M、N 分别在线段 DE、DF 上，且 MN 与⊙O 相切．若△MBN 的面积为 6，则⊙O 的半径为（　　）



A．$2\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{10}$　　C．$2\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{6}$

解：设⊙O 与 MN 相切于点 K，设正方形的边长为 2a，

∵AD、CD、MN 是切线，

∴AE＝DE＝DF＝CF＝a，MK＝ME，NK＝NF，设 MK＝ME＝x，NK＝NF＝y，

在 Rt△DMN 中，

∵MN＝x+y，DN＝a﹣y，DM＝a﹣x，

∴（x+y）^{2}＝（a﹣y）^{2}+（a﹣x）^{2}，

∴ax+ay+xy＝a^2，

∵$S_{\triangle BMN}=S_{正方形ABCD}-S_{\triangle ABM}-S_{\triangle DMN}-S_{\triangle BCN}=6$，

∴$4a^2-\frac{1}{2}\times 2a\times(a+x)-\frac{1}{2}(a-x)(a-y)-\frac{1}{2}\times 2a\times(a+y)=6$，

∴$\frac{3}{2}a^2-\frac{1}{2}(ax+ay+xy)=6$，

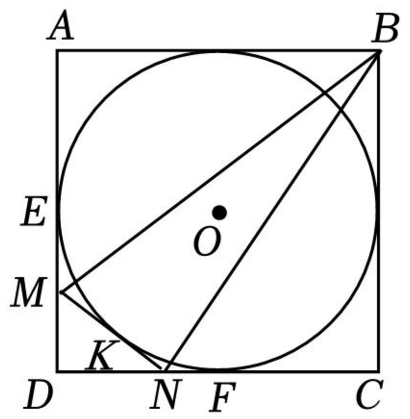
∴$a^2=6$，

∴$a=\sqrt{6}$，

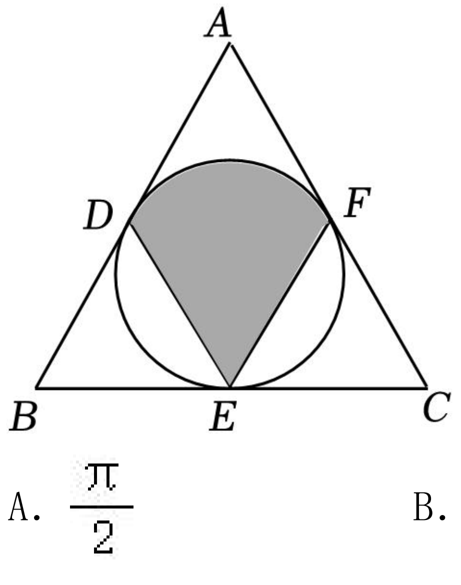
∴$AB=2a=2\sqrt{6}$，

∴⊙O 的半径为$\sqrt{6}$，

故选：D.



10.（2 分）（2022 秋•文登区期末）如图，等边三角形 ABC 的内切圆与三边的切点分别为点 D，E，F．若 $AB=2\sqrt{3}$，则图中阴影部分的面积为（　　）



A．$\frac{\pi}{2}$　　　B．$\frac{3\sqrt{3}}{4}$　　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\pi}{3}$　　　D．$\frac{3\sqrt{3}}{4}+\frac{\pi}{3}$

解：如图，连接 DF，设等边三角形 ABC 的内切圆圆心为 O，连接 OD，OF，

∵等边三角形 ABC 的内切圆与三边的切点分别为点 D，E，F，

∴OD⊥AB，OF⊥AC，

∴点 D 是 AB 的中点，

∵∠ODA＝∠OFA＝90，∠A＝60°，AD＝AF，

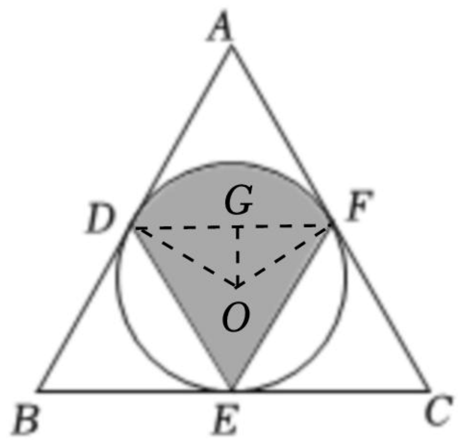
∴∠DOF＝120°，△ADF是等边三角形，

∴$AD＝AF＝DF＝\frac{1}{2}AB＝\sqrt{3}$，

作OG⊥DF于点G，

∵OD＝OF，

∴$DG＝\frac{1}{2}DF＝\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\angle DOG＝\frac{1}{2}\angle DOF＝60°$，



∴∠ODG＝30°，

∴$OG＝\frac{1}{2}$，

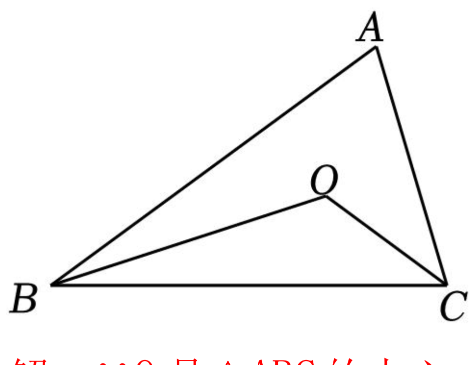
∴OD＝2OG＝1，

∴阴影部分的面积＝$2S_{\triangle DOF}$+扇形DOF＝$2\times\frac{1}{2}\times DF\cdot OG+\frac{120\pi\times1^2}{360}＝\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\pi}{3}$.

故选：C.

二．填空题（共10小题，满分20分，每小题2分）

11.(2分)(2022秋•南关区校级期末)如图，点O为△ABC的内心，∠A＝70°，则∠BOC的度数为 <u>125°</u>.



解：∵O是△ABC的内心，

∴$\angle ABO=\angle CBO=\frac{1}{2}\angle ABC$，$\angle ACO=\angle BCO=\frac{1}{2}\angle ACB$，

∵∠A＝70°，

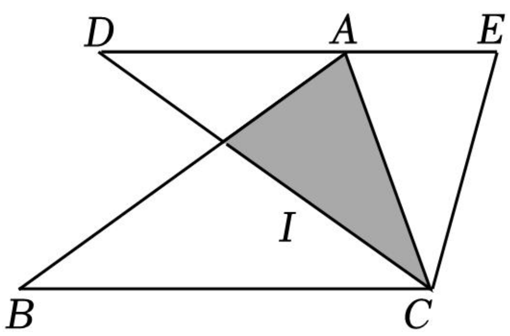
∴∠ABC+∠ACB＝180°－70°＝110°，

∴$\angle OBC+\angle OCB=\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle ACB)=55°$，

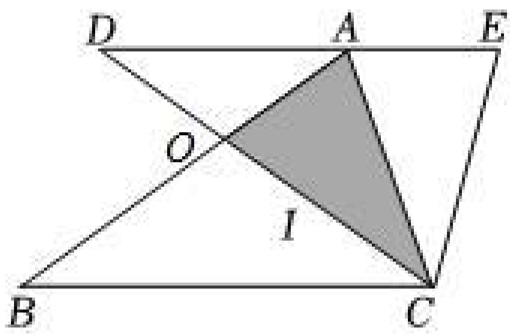
∴∠BOC＝180°－（∠OBC+∠OCB）＝125°．

故答案为：125°．

12．（2分）（2023•柘城县模拟）如图，在△ABC中，AB＝5，AC＝3，将△ABC绕着点C顺时针旋转至△EDC的位置，使CD过点I，点A恰好落在DE边上，若DE∥BC，则图中阴影部分的周长为 $\underline{\quad 8 \quad}$．



解：如图：设AB、CD交于点O，



∵将△ABC绕着点C顺时针旋转至△EDC的位置，

∴∠B＝∠D，CD＝BC＝5，

∵DE∥BC，

∴∠B＝∠DAB，

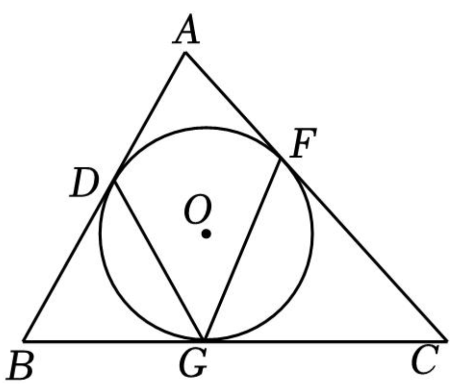
∴∠D＝∠DAB，

∴AO＝DO，

∴图中阴影部分的周长为AC+CO+OD＝AC+CD＝3+5＝8．

故答案为：8．

13．（2分）（2022秋•江阴市期末）如图，⊙O是△ABC的内切圆，切点分别为D、F、G，∠B＝65°，∠C＝45°，则∠DGF的度数是 $\underline{\quad 55 \quad}$°．



解：如图，连接OD，OF，

∵∠B＝65°，∠C＝45°，

∴∠A＝180° －65° －45° ＝70° ．

∵AB 是圆 O 的切线，

∴∠ODA＝90° ．

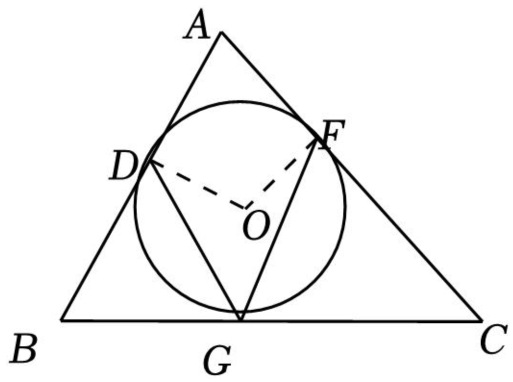
同理∠OFA＝90° ．

∴∠A+∠DOF＝180° ．

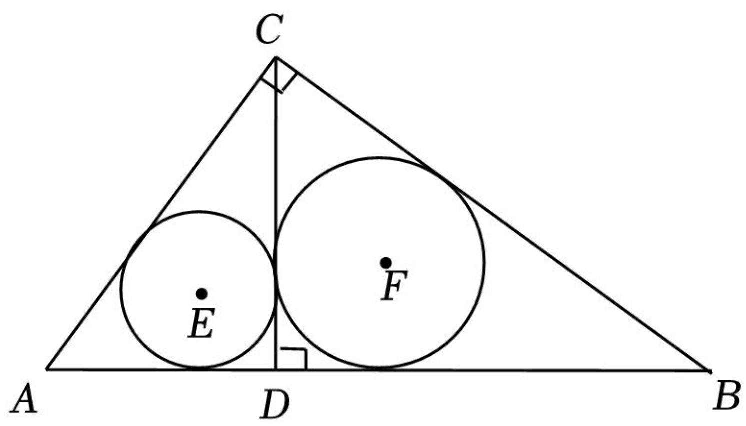
∴∠DOF＝110° ．

∴∠DGF＝55° ．

故答案为：55．



14．（2 分）（2022 秋•建邺区期末）如图，△ABC 中，∠ACB＝90° ，AC＝3，BC＝4，CD 是边 E 上的高，⊙E，⊙F 分别是△ACD，△BCD 的内切圆，则⊙E 与⊙F 的面积比为 $\underline{\quad\frac{9}{16}\quad}$．



解：在△ABC 中，

∵∠ACB＝90° ，AC＝3，BC＝4，

∴AB＝$\sqrt{AC^2+BC^2}$＝5，

∵$S_{\triangle ABC}$＝$\frac{1}{2}$AB•CD＝$\frac{1}{2}$AC•BC，

∴CD＝$\frac{12}{5}$，

在 Rt△ACD 中，由勾股定理得，

AD＝$\sqrt{AC^2-CD^2}$＝$\frac{9}{5}$，

∴BD＝AB－AD＝$\frac{16}{5}$，

设⊙E 的半径为 r，⊙F 的半径为 R，则

$S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}AD\bullet CD=\frac{1}{2}(AC+CD+AD)\bullet r$，

即$\frac{9}{5}\times\frac{12}{5}=(3+\frac{12}{5}+\frac{9}{5})r$，

∴$r=\frac{3}{5}$，

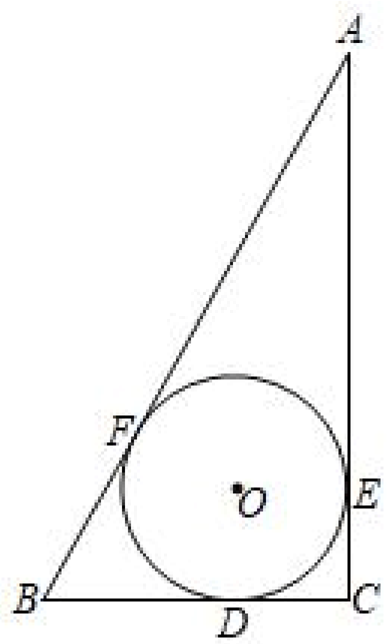
同理 $R=\frac{4}{5}$，

∴⊙E 与⊙F 的面积比为$=\frac{\pi r^2}{\pi R^2}=\frac{9}{16}$，

故答案为：$\frac{9}{16}$.

15.（2 分）（2022 秋•启东市校级期末）《九章算术》是我国古代数学名著，也是古代东方数学的代表作之一．书中记载了一个问题："今有勾五步，股十二步，问勾中容圆径几何？"译文："如图，今有直角三角形，勾（短直角边）长为 5 步，股（长直角边）长为 12 步，问该直角三角形能容纳的圆（内切圆）的直径是多少步？"

根据题意，该直角三角形内切圆的直径为__4__步.



解：如图，∠C＝90°，BC＝5，AC＝12，⊙O 为 Rt△ABC 的内切圆，分别与三边切于 D、E、F，

连接 OD、OE，如图，设⊙O 的半径为 r，

∵AC、BC 与⊙O 相切，

∴OD⊥BC，OE⊥AC，

∴四边形 ODCE 为矩形，

而 CD＝CE，

∴矩形 ODCE 为正方形，

∴CD＝CE＝OD＝r，

∴BD＝5 - r，AE＝12 - r，

∵BD＝BF，AF＝AE，

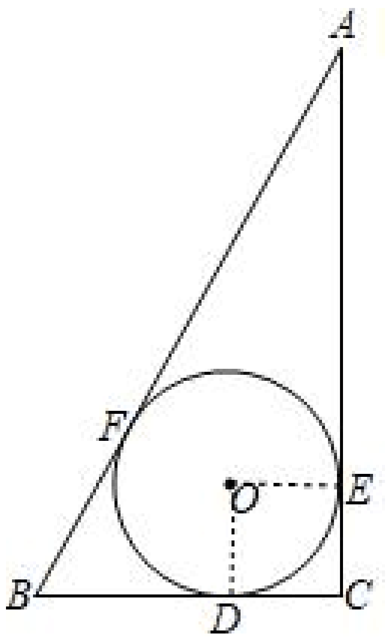
∴BF＝5 - r，AF＝12 - r，

∵AB＝$\sqrt{5^2+12^2}$＝13，

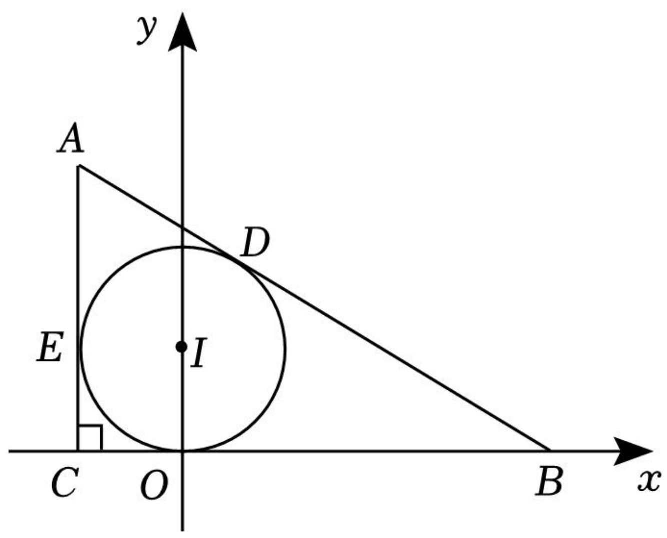
∴5 - r+12 - r＝13，解得 r＝2，

∴⊙O 的直径为 4.

故答案为 4.



16.（2 分）（2022 秋•华容区期末）如图，在平面直角坐标系中，△ABC 是直角三角形，∠ACB＝90°，∠ABC＝30°，直角边 BC 在 x 轴上，其内切圆的圆心坐标为 I（0，1），抛物线 y＝ax^2+2ax+1 的顶点为 A，则 a＝__$-\sqrt{3}$__.



解：∵△ABC 是直角三角形，∠ACB＝90°，其内切圆的圆心坐标为 I（0，1），

∴CE＝OC＝OI＝1，OB＝BD，AE＝AD，

∴AB＝AD+BD＝AE+OB，

设 AE＝x，OB＝y，

∴AC＝x+1，BC＝y+1，

∵∠ABC＝30°，

∴AB＝2AC，即 AB＝2（x+1），2（x+1）＝x+y，化简得 y＝x+2①，

由勾股定理，得（x+1）^{2}+（y+1）^{2}＝[2（x+1）]^2，

化简得 $3x^2+6x-y^2-2y+2=0$②，

把①代入②解得：$x=\sqrt{3}$（负值不符合题意，已舍去），

∴$AC=x+1=\sqrt{3}+1$，

∴$A(-1,\sqrt{3}+1)$，

∵$y=ax^2+2ax+1=a(x+1)^2+1-a$，

∴抛物线 $y=ax^2+2ax+1$ 的顶点为（－1，1－a），

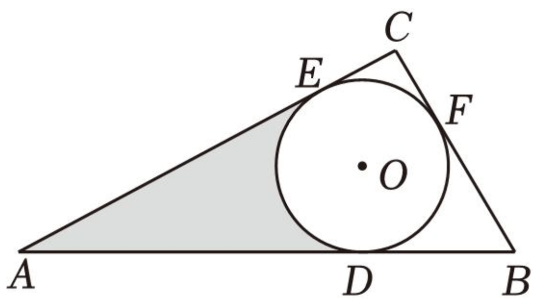
∵抛物线 $y=ax^2+2ax+1$ 的顶点为 A，

∴$\sqrt{3}+1=1-a$，

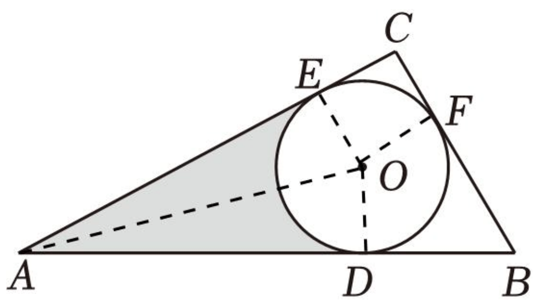
∴$a=-\sqrt{3}$，

故答案为：$-\sqrt{3}$.

17.（2 分）（2023•辉县市二模）如图，在△ABC 中，∠C＝90°，∠BAC＝30°，△ABC 的内切⊙O 分别与 AB、AC、BC 切于点 D、E、F，AC＝$3+\sqrt{3}$，AD＝$2+\sqrt{3}$，则阴影部分的面积为 $\underline{\ 2+\sqrt{3}-\frac{5}{12}\pi\ }$.



解：如图，连接 OE、OF、OD、AO，



∵△ABC 的内切⊙O 分别与 AB、AC、BC 切于点 D、E、F，

∴OE⊥CE，OF⊥CF，OD⊥BD，CE＝CF，AE＝AD，BD＝BF，

∴∠CEO＝∠ECF＝∠CFO＝∠ODB＝90°，

∴四边形 OECF 是矩形，

又∵OE＝OF，

∴四边形 OECF 是正方形，