

# GMAT 数学电子讲义

## GMAT 数学备考关键词

- 一、知识点：准确掌握
- 二、词汇、表达法：读懂题目
- 三、熟练：平均两分钟一道题

## 考试相关问题

- 一、时间与题量
- 二、题型
- 三、机经与换题库
- 四、其它

If  $a$  and  $b$  are positive integers such that  $a - b$  and  $a/b$  are both even integers, which of the following must be an odd integer?

- (A)  $a/2$  (B)  $b/2$  (C)  $(a+b)/2$
- (D)  $(a+2)/2$  (E)  $(b+2)/2$

If  $M$  is the least common multiple of 90, 196, and 300, which of the following is NOT a factor of  $M$ ?

- (A) 600 (B) 700 (C) 900 (D) 2,100 (E) 4,900

## 复习注意事项

- \*战略上重视
- \*初等数学的思维
- \*解法力求稳妥清晰
- \*把握好DS 题型
- \*熟练重于技巧
- 推荐复习步骤**
- \*知识点查缺补漏
- \*背熟词汇
- \*复习课上所学
- \*OG, 及其它相关资料
- \*机经:

## 第一章 算术

### 1. integer (whole number): 整数

\* positive integer: 正整数, 从 1 开始, 不包括 0。

### 2. odd & even number 奇数与偶数

\* 凡整数均具有奇偶性, 如 -1 是奇数, 0 是偶数。

\* 奇+奇=偶, 奇+偶=奇...

若干个整数相乘, 除非都是奇数, 其乘积才会是奇数...

例: If  $a$  and  $b$  are positive integers such that  $a-b$  and  $\frac{a}{b}$  are both even integers, which

of the following must be an odd integer?

- (A)  $\frac{a}{2}$  (B)  $\frac{b}{2}$  (C)  $\frac{a+b}{2}$  (D)  $\frac{a+2}{2}$  (E)  $\frac{b+2}{2}$

### 3. prime number & composite number 质数与合数

\* A prime number is a positive integer that has exactly two different positive divisors, 1 and itself.

\* A composite number is a positive integer greater than 1 that has more than two divisors.

\* The numbers 1 is neither prime nor composite, 2 is the only even prime number.

### 4. factor(divisor) & prime factor 因子和质因子

\* 一个数能被哪些数整除, 这些数就叫它的因子(因数、约数)。

\* 因子中的质数叫质因子(数)。

例 1: If  $n=4p$ , where  $p$  is a prime number greater than 2, how many different positive even divisors does  $n$  have, including  $n$ ?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 8

例 2: If the integer  $n$  has exactly three positive divisors, including 1 and  $n$ , how many positive divisors does  $n^2$  have?

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 9

例 3: 1225 有几个因子?

例: What is the greatest prime factor of  $2^{100}-2^9$ ? (A) 2  
(B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 11

例: A positive integer  $n$  is said to be "prime-saturated" if the product of all the different positive prime factors of  $n$  is less than the square root of  $n$ . What is the greatest two-digit prime-saturated integer?

- (A) 99 (B) 98 (C) 97 (D) 96 (E) 95

### 5. the greatest common divisor (GCD) & the least common multiple (LCM) 最大公约数和最小公倍数

例: If  $M$  is the least common multiple of 90, 196, and 300, which of the following is NOT a factor of  $M$ ?

- (A) 600 (B) 700 (C) 900 (D) 2,100 (E) 4,900

例: What is the lowest positive integer that is divisible by each of the integers 1 through 7, inclusive?

- (A) 420 (B) 840 (C) 1,260 (D) 2,520 (E) 5,040

### 6. decimals & fractions 小数和分数

\* 相关词汇: **reaccurring decimal ; terminating decimal ; numerator ; denominator ; improper fracion ; mixed number**

\* 整数位与分位: 后面加 s 的是整数位 (小数点前面的某位), 加 th 或 ths 的是分位 (小数点后面的某位), 如 tens 是十位数, 而 tenth 是十分位

\* What is the fractional part of ... 这样的表达法意为 “谁的几分之几”

\* 小数和分数的互相转换:

例 1:  $0.373737\dots=?$  (将其转换成一个分数)

例 2: Which of the following fractions has a decimal equivalent that is a terminating decimal? (A)  $10/189$  (B)  $15/196$  (C)  $16/225$  (D)  $25/144$  (E)  $39/128$

## 7. consecutive numbers 连续数

例 1: In an increasing sequence of 10 consecutive integers, the sum of the first 5 integers is 560.

What is the sum of the last 5 integers in the sequence? (A) 585

(B) 580 (C) 575 (D) 570 (E) 565

例 2: If  $n$  is an integer greater than 6, which of the following must be divisible by 3? (A)  $n(n+1)(n-$

$4)$  (B)  $n(n+2)(n-1)$  (C)  $n(n+3)(n-5)$

(D)  $n(n+4)(n-2)$  (E)  $n(n+5)(n-6)$

## 8. divisibility & remainder 整除及余数问题

\* 一个数是否能够被 5 整除, 只要看它的最后一位 (是 0 或 5)。

\* 一个数是否能够被 4 整除, 只要看它的后两位 (是否是 4 的倍数)。

\* 一个数是否能够被 8 整除, 只要看它的后三位 (是否是 8 的倍数)。

\* 一个数能否被 3 整除, 取决于各位之和能否被 3 整除。

\* 一个数能否被 9 整除, 也取决于各位之和能否被 9 整除。

\* 0 能被所有数整除。

\* 余数包括 0, 如 24 除以 6, 商为 4 余数为 0。

例: 1912257 的个位数字是几?

例: If  $s$  and  $t$  are positive integers such that  $\frac{s}{t} = 64.12$ , which of the following could be the

remainder when  $s$  is divided by  $t$ ?

(A) 2 (B) 4 (C) 8 (D) 20 (E) 45

## 9. 数字问题

例: 1001 位数字组成的数, 任意相邻的两位数字组成的数能被 17 或 23 整除, 这个 1001 位的数字以 6 开头, 则它的最后六位是 ( )

## 10. 算术部分的几种常用方法

\* 参数法

例: 两个两位数个位与十位恰好颠倒, 问下面哪个不能是两数之和?

A. 181, B. 121, C. 77, D. 132, E. 154

解法: 设两数分别为  $ab$  和  $ba$ , 则  $(ab)+(ba)=(10a+b)+(10b+a)=11(a+b)$ , 即和必为 11 的倍数, 答案为 A。

\* 代数法

\* 试错法

例:

$$\begin{array}{r} \square \triangle \\ \times \triangle \square \\ \hline \end{array}$$

The product of the two-digit numbers above is the three-digit number  $\square \diamond \square$ , where  $\square$ ,  $\triangle$ , and  $\diamond$  are three different non-zero digits. If  $\square \times \triangle < 10$ , what is the two-digit number  $\triangle$ ? □

(A) 11    (B) 12    (C) 13    (D) 21    (E) 31

## 第二章 代数

### 1. Quadratic equations: 一元二次方程

$$ax^2+bx+c=0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

但一般更常用的是因式分解法:

$$x^2-2x-3=0 \quad (x-3)(x+1)=0 \quad x_1=3, x_2=-1$$

### 2. Simultaneous linear equations: 多元一次方程组

\* 基本方法: 消元法。

$$\text{例 1: } 3x+y=5 \quad (1)$$

$$2x+y=4 \quad (2)$$

(1)-(2), 消去 y, 得  $x=1, y=2$

\* 注意: 并不是任何二元一次方程组都有唯一解。

$$\text{例 2: } 3x+y=5 \quad (1)$$

$$6x+2y=10 \quad (2)$$

上述方程有无穷多组解。

因此, 方程的数量须等于未知数的数量, 此时多元一次方程有唯一的一组解。

### 3. Simultaneous quadratic equations: 二元二次方程组

一般只考如下形式:

$$a_1x+b_1y=c_1 \quad (1)$$

$$a_2x^2+b_2x+a_3y^2+b_3y=c_2 \quad (2)$$

即其中一个方程为一次。这种形式等价于一元二次方程, 把 (1) 代入 (2) 即可。

### 4. Inequalities: 不等式

\* 不等式部分不会像中国高考那样考推导、证明, 注意两边乘以负数变号等基本原则即可。

### 5. Arithmetic sequence: 等差数列

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$s_n = (a_1 + a_n)n/2$$

$$n = (a_n - a_1)/d + 1$$

### 1. **Geometric sequence:** 等比数列

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

$$s_n = a_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$$

当  $|q| < 1$  时,  $s_\infty = \frac{a_1}{1-q}$

例:  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^\infty} = ?$

例:  $0.373737\dots = ?$  (将其转换成一个分数)  $\frac{7}{17}$

### **Sets:** 集合

例 1: 全班 50 个人, 选音乐课的有 20 人, 选体育课的有 18 人, 两课都选的有 5 人, 问两课都没选的几人?

例 2: A marketing firm determined that, of 200 households surveyed, 80 used neither Brand A nor Brand B soap, 60 used only Brand A soap, and for every household that used both brands of soap, 3 used only Brand B soap. How many of the 200 households surveyed used both brands of soap?

(A) 15 (B) 20 (C) 30 (D) 40 (E) 45

例 3: 五个人排队, 甲不能在首位, 乙不能在末位, 有几种不同的排法?

## 第三章 几何

### 1. **Lines & planes** 直线与平面

\* 两直线平行并为第三条直线所截后, 相应角的关系。

\* 直线与平面的关系。

例: If  $n$  distinct planes intersect in a line, and another line  $L$  intersects one of these planes in a single point, what is the least number of these  $n$  planes that  $L$  could intersect?

(A)  $n$  (B)  $n-1$  (C)  $n-2$  (D)  $n/2$  (E)  $(n-1)/2$

### 2. **Triangles** 三角形

\* 勾股定理:  $a^2 + b^2 = c^2$

\* 构成三角形的条件: 两边之和大于第三边。

\* 三角形内部边和角的关系: 大边对大角。

### 3. **Quadrilaterals** 四边形

\* **parallelogram**(平行四边形): 面积= $a \times h$ ; 周长= $2(a+b)$

\* **rectangle**(矩形): 面积= $a \times h$ ; 周长= $2(a+b)$

\* **square**(正方形): 面积= $a^2$  ; 周长= $4a$

\* **trapezoid**(梯形): 面积= $(a+b) \times h/2$

#### 4. **Circles** 圆

\* 面积= $\pi R^2$

\* 周长= $2 \pi R$

#### 5. **Polygons** 多边形

\* 多边形内角和:  $(n-2) 180^\circ$

#### 6. **Rectangular Solids** 长方体

\* 体积= $a \times b \times c$

\* 表面积= $2(a \times b + b \times c + c \times a)$

#### 7. **Cubes** 正方体

\* 体积= $a^3$

\* 表面积= $6a^2$

#### 8. **Cylinders** 圆柱

\* 体积= $\pi R^2 h$

\* 表面积= $2 \pi R^2 + 2 \pi R \times h$

例: 一个圆锥内接于一个半球, 圆锥的底面与半球的底面重合, 则圆锥的高与半球的半径的比是多少?

### 9. **Coordinate Geometry** 解析几何

\* 直线的标准方程:  $y=kx+b$  ; 即斜截式, 其中k为斜率 slope, b为y轴截距 y-intercept

\* 斜率的计算:  $K=(Y_2-Y_1)/(X_2-X_1)$

\* 两点或一点加斜率确定一条直线。

\* 两直线垂直, 其斜率的乘积为-1。

## 第四章 统计

### 1. **arithmetic mean (average)** 算术平均值

$$E = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_i$$

## 2. **median** 中位数

\* The median is the middle value of a list when the numbers are in order.

\* 先排序，后取中。

## 3. **mode** 众数

\* The mode of a list of numbers is the number that occurs most frequently in the list.

\* A list of numbers may have more than one mode.

## 4. **expectation** 期望

\* 期望就是算术平均值。

## 5. **deviation** 偏差

$$d_i = a_i - E$$

## 6. **variance** 方差

$$D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (a_i - E)^2$$

## 7. **standard deviation** 标准差

$$\sigma = \sqrt{D}$$

例： I .72,73,74,75,76 II .74,74,74,74,74

III.62,74,74,74,89

The datasets I , II ,and III above are ordered from greatest standard deviation to least standard deviation in which of the following ?

(A) I , II , III (B) I , III, II (C) II , III, I (D) III, I , II (E) III, II , I

## 8. **range** 范围

\* 最大数减去最小数所得的差就是该组数据的范围。

例 1： 150, 200, 250, n

Which of the following could be the median of the 4 integers listed above?

I . 175          II . 215          III. 235

(A) I only (B) II only (C) I and II only (D) II and III only (E) I , II ,and III

例 2： The least and greatest numbers in a list of 7 real numbers are 2 and 20, respectively. The median of the list is 6, and the number 3 occurs most often in the list. Which of the following could be the average of the numbers in the list?

- I. 7      II. 8.5      III. 10.5  
(A) I only (B) I and II only    (C) I and III only    (D) II and III only (E) I, II, and III

## 第五章 数据充分性题

\*每道 DS 题的选项都是固定的:

- A Statement(1)ALONEissufficient,butstatement(2)aloneisnotsufficient. B  
Statement(2)ALONEissufficient,butstatement(1)aloneisnotsufficient.  
C BOTH statements TOGETHER are sufficient, but NEITHER statement ALONE is sufficient.  
D Each statement ALONE is sufficient.  
E Statement(1)and(2)TOGETHER are not sufficient.(additional data are needed).

\* DS 题的本质是一种判断型的选择題，并非判断正誤，而是判断根据条件给的信息能否回答主题干里提出的问题。

\*要注意的几大问题:

<1> 唯一性

例:  $x=?$

(1)  $x=2$

(2)  $x^2=4$

<2> 否定性

例:  $x>0?$

(1)  $x^2>0$

(2)  $x^3<0$

<3> 不矛盾性

例: A, B 两车在长直道路上相对行驶, 现距离为 500 英里, 问多长时间后相遇?

(1) 其中一辆速度为 200 英里每小时。

(2) 其中一辆速度为 300 英里每小时。

<4> 独立性

例:  $x>0?$

(1)  $\sqrt{x}=5$

(2)  $x^3<0$

<1> If  $n$  is an integer, is  $n+1$  odd?

(1)  $n+2$  is an even integer.

(2)  $n-1$  is an odd integer.

<2> In  $\triangle PQR$ , if  $PQ=x$ ,  $QR=x+2$ ,  $PR=y$ , which of the three angles of  $\triangle PQR$  has the



greatest degree measure?

- (1)  $y=x+3$
- (2)  $x=2$

<3> Tom, Jane, and Sue each purchased a new house. The average (arithmetic mean) price of the three houses was \$120,000. What was the median price of the three houses?

- (1) The price of Tom's house was \$110,000.
- (2) The price of Jane's house was \$120,000.

<4>  $3.2 \square \triangle 6$ ,  $\square = ?$

- (1)  $3.2 \square \triangle 6$  四舍五入到十分位后是 3.2。
- (2)  $3.2 \square \triangle 6$  四舍五入到百分位后是 3.24。

<5> If  $\circ$  represents one of the operations  $+$ ,  $-$ , and  $\times$ , is  $k \circ (l+m) = (k \circ l) + (k \circ m)$  for all numbers  $k$ ,  $l$ , and  $m$ ?

- (1)  $k \circ 1$  is not equal to  $1 \circ k$  for some numbers  $k$ .
- (2)  $\circ$  represents subtraction.

<6> On Jane's credit card account, the average daily balance for a 30-day billing cycle is the average of the daily balances at the end of each of 30 days. At the beginning of a certain 30-day billing cycle, Jane's credit card account had a balance of \$600. Jane made a payment of \$300 on the account during the billing cycle. If no other amounts were added to or subtracted from the account during the billing cycle, what was the average daily balance on Jane's account for the billing cycle?

- (1) Jane's payment was credited on the 21st day of the billing cycle.
- (2) The average daily balance through the 25th day of the billing cycle was \$540.

## 第六章 排列组合与概率

### 1. Permutation & combination:

### 排列与组合

$$* P_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}$$

$P_m^n$  从  $m$  个元素中挑出  $n$  个并进行排列（需要考虑  $n$  个元素的内部顺序）的所有情况的数量。

$$* C_m^n = \frac{m!}{(m-n)!n!} = \frac{P_m^n}{n!}$$

$C_m^n$  从  $m$  个元素中挑出哪  $n$  个元素（不考虑  $n$  个元素的内部顺序）的所有情况的数量。

$$* C_m^n = C_m^{m-n}$$

## 2. Probability: 概率

\* 概率的古典定义:  $P(A) = \frac{A \text{ 所包含的基本事件数}}{\text{基本事件总数}}$ 。

例: 掷一个骰子, 掷出的是个奇数的概率是多少?

练习题:

<1> 一只袋中装有五只乒乓球, 其中三只白色, 两只红色。现从袋中取球两次, 每次一只, 取出后不再放回。

求: ①两只球都是白色的概率; ②两只球颜色不同的概率; ③至少有一只白球的概率。

<2> 从 5 位男同学和 4 位女同学中选出 4 位参加一个座谈会, 要求与会成员中既有男同学又有女同学, 有几种不同的选法?

<3> 电话号码由四个数字组成, 每个数字可以是 0,1,2, ..., 9 中的任一个数, 求电话号码是由完全不同的数字组成的概率。

<4> 晚会上有 5 个不同的唱歌节目和 3 个不同的舞蹈节目, 问: 分别按以下要求各可排出几种不同的节目单?

\* 3 个舞蹈节目排在一起;

\* 3 个舞蹈节目彼此隔开;

\* 3 个舞蹈节目先后顺序一定。

<5> 6 张同排连号的电影票, 分给 3 名男生和 3 名女生, 如欲男女相间而坐, 则不同的分法数为多少?

<6> 用 0,2,4,6,9 这五个数字可以组成数字不重复的五位偶数共有多少个?

<7> 从 6 双不同的手套中任取 4 只, 求其中恰有一双配对的概率。

<8> 3 封不同的信, 有 4 个信箱可供投递, 共有多少种投信的方法?

<9> 3 个打字员为 4 家公司服务, 现在每家公司各有 1 份文件需要录入, 问每个打字员都收到文件的概率?

<10> A certain roller coaster has 3 cars, and a passenger is equally likely to ride in any 1 of the 3 cars each time that passenger rides the roller coaster. If a certain passenger is to ride the roller coaster 3 times, what is the probability that the passenger will ride in each of the 3 cars?

(A) 0 (B) 1/9 (C) 2/9 (D) 1/3 (E) 1

<11> A gardener is going to plant 2 red rosebushes and 2 white rosebushes. If the gardener is to select each of the bushes at random, one at a time, and plant them in a row, what is the probability that the 2 rosebushes in the middle of the row will be the red rosebushes?

(A) 1/12 (B) 1/6 (C) 1/5 (D) 1/3 (E) 1/2

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：  
<https://d.book118.com/586112012045010145>