# 2020年普通高等学校招生全国统一考试

## 理科数学

**注意事项：**

**1.答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、座位号填写在答题卡上.本试卷满分150分.**

**2.作答时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.**

**3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.**

**一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1.已知集合 $U$={−2，−1，0，1，2，3}，$A$={−1，0，1}，$B$={1，2}，则$\complement_U(A\cup B)=$（　　）

A. {−2，3}　　B. {−2，2，3}　　C. {−2，−1，0，3}　　D. {−2，−1，0，2，3}

【答案】A

【解析】

【分析】

首先进行并集运算，然后计算补集即可.

【详解】由题意可得：$A\cup B=\{-1,0,1,2\}$，则$\complement_U(A\cup B)=\{-2,3\}$.

故选：A.

【点睛】本题主要考查并集、补集的定义与应用，属于基础题.

2.若 $\alpha$ 为第四象限角，则（　　）

A. $\cos2\alpha>0$　　B. $\cos2\alpha<0$　　C. $\sin2\alpha>0$　　D. $\sin2\alpha<0$

【答案】D

【解析】

【分析】

由题意结合二倍角公式确定所给的选项是否正确即可.

【详解】当$\alpha=-\dfrac{\pi}{6}$时，$\cos2\alpha=\cos\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)>0$，选项B错误；

当$\alpha=-\dfrac{\pi}{3}$时，$\cos2\alpha=\cos\left(-\dfrac{2\pi}{3}\right)<0$，选项A错误；

由$\alpha$在第四象限可得：$\sin\alpha<0,\cos\alpha>0$，则$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha<0$，选项C错误，选项D正确；

故选：D.

【点睛】本题主要考查三角函数的符号，二倍角公式，特殊角的三角函数值等知识，意在考查学生的转化能力和计算求解能力.

3.在新冠肺炎疫情防控期间，某超市开通网上销售业务，每天能完成1200份订单的配货，由于订单量大幅增加，导致订单积压.为解决困难，许多志愿者踊跃报名参加配货工作.已知该超市某日积压500份订单未配货，预计第二天的新订单超过1600份的概率为0.05，志愿者每人每天能完成50份订单的配货，为使第二天完成积压订单及当日订单的配货的概率不小于0.95，则至少需要志愿者（　　）

A. 10名　　B. 18名　　C. 24名　　D. 32名

【答案】B

【解析】

【分析】

算出第二天订单数，除以志愿者每天能完成的订单配货数即可.

【详解】由题意，第二天新增订单数为$500+1600-1200=900$，

故需要志愿者$\dfrac{900}{50}=18$名.

故选：B

【点睛】本题主要考查函数模型的简单应用，属于基础题.

4.北京天坛的圜丘坛为古代祭天的场所，分上、中、下三层，上层中心有一块圆形石板(称为天心石)，环绕天心石砌9块扇面形石板构成第一环，向外每环依次增加9块，下一层的第一环比上一层的最后一环多9块，向外每环依次也增加9块，已知每层环数相同，且下层比中层多729块，则三层共有扇面形石板(不含天心石)（ ）

A. 3699块　　B. 3474块　　C. 3402块　　D. 3339块

【答案】C

【解析】

【分析】

第 $n$ 环天石心块数为 $a_n$，第一层共有 $n$ 环，则 $\{a_n\}$ 是以 9 为首项，9 为公差的等差数列，

设 $S_n$ 为 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和，由题意可得 $S_{3n}-S_{2n}=S_{2n}-S_n+729$，解方程即可得到 $n$，进一步得到 $S_{3n}$.

【详解】设第 $n$ 环天石心块数为 $a_n$，第一层共有 $n$ 环，

则 $\{a_n\}$ 是以 9 为首项，9 为公差的等差数列，$a_n=9+(n-1)\times 9=9n$，

设 $S_n$ 为 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和，则第一层、第二层、第三层的块数分

别为 $S_n, S_{2n}-S_n, S_{3n}-S_{2n}$，因为下层比中层多 729 块，

所以 $S_{3n}-S_{2n}=S_{2n}-S_n+729$，

即 $\dfrac{3n(9+27n)}{2}-\dfrac{2n(9+18n)}{2}=\dfrac{2n(9+18n)}{2}-\dfrac{n(9+9n)}{2}+729$

即 $9n^2=729$，解得 $\boldsymbol{n=9}$，

所以 $S_{3n}=S_{27}=\dfrac{27(9+9\times 27)}{2}=3402$.

故选：C

【点睛】本题主要考查等差数列前 $n$ 项和有关的计算问题，考查学生数学运算能力，是一道容易题.

5.若过点（2，1）的圆与两坐标轴都相切，则圆心到直线 $2x-y-3=0$ 的距离为（　　）

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　C. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

【答案】B

【解析】

【分析】

由题意可知圆心在第一象限，设圆心的坐标为 $(a,a), a>0$，可得圆的半径为 $a$，写出圆的标准方程，利用点 $(2,1)$ 在圆上，求得实数 $a$ 的值，利用点到直线的距离公式可求出圆心到直线 $2x-y-3=0$ 的距离.

【详解】由于圆上的点 $(2,1)$ 在第一象限，若圆心不在第一象限，

则圆与至少与一条坐标轴相交，不合乎题意，所以圆心必在第一象限，

设圆心的坐标为 $(a,a)$，则圆的半径为 $a$，

圆的标准方程为 $(x-a)^2+(y-a)^2=a^2$.

由题意可得 $(2-a)^2+(1-a)^2=a^2$，

可得 $a^2-6a+5=0$，解得 $a=1$ 或 $a=5$，

所以圆心的坐标为 $(1,1)$ 或 $(5,5)$，

圆心到直线 $2x-y-3=0$ 的距离均为 $d=\dfrac{|-2|}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$；

所以，圆心到直线 $2x-y-3=0$ 的距离为 $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

故选：B.

【点睛】本题考查圆心到直线距离的计算，求出圆的方程是解题的关键，考查计算能力，属于中等题.

6.数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=2$，$a_{m+n}=a_m a_n$，若 $a_{k+1}+a_{k+2}+\cdots+a_{k+10}=2^{15}-2^5$，则 $k=$（　　）

A. 2　　　　B. 3　　　　C. 4　　　　D. 5

【答案】C

【解析】

【分析】

取 $m=1$，可得出数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，求得数列 $\{a_n\}$ 的通项公式，利用等比数列求和公式可得出关于 $k$ 的等式，由 $k\in\mathbf{N}^*$ 可求得 $k$ 的值.

【详解】在等式 $a_{m+n}=a_m a_n$ 中，令 $m=1$，可得 $a_{n+1}=a_n a_1=2a_n$，$\therefore \dfrac{a_{n+1}}{a_n}=2$，

所以，数列 $\{a_n\}$ 是以 2 为首项，以 2 为公比的等比数列，则 $a_n=2\times 2^{n-1}=2^n$，

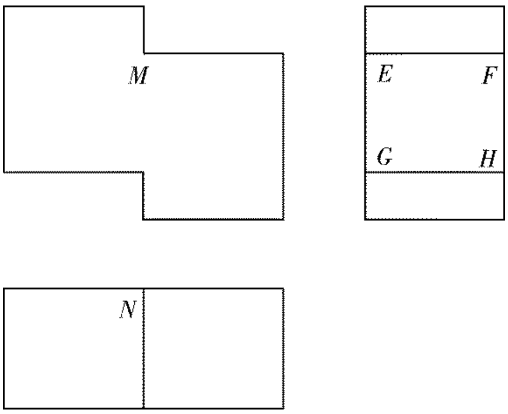
$$\therefore a_{k+1}+a_{k+2}+\cdots+a_{k+10}=\frac{a_{k+1}\cdot\left(1-2^{10}\right)}{1-2}=\frac{2^{k+1}\cdot\left(1-2^{10}\right)}{1-2}=2^{k+1}\left(2^{10}-1\right)=2^5\left(2^{10}-1\right),$$

$\therefore 2^{k+1}=2^5$，则 $k+1=5$，解得 $k=4$.

故选：C.

【点睛】本题考查利用等比数列求和求参数的值，解答的关键就是求出数列的通项公式，考查计算能力，属于中等题.

7.如图是一个多面体的三视图，这个多面体某条棱的一个端点在正视图中对应的点为 $M$，在俯视图中对应的点为 $N$，则该端点在侧视图中对应的点为（　　）




A. $E$　　B. $F$　　C. $G$　　D. $H$

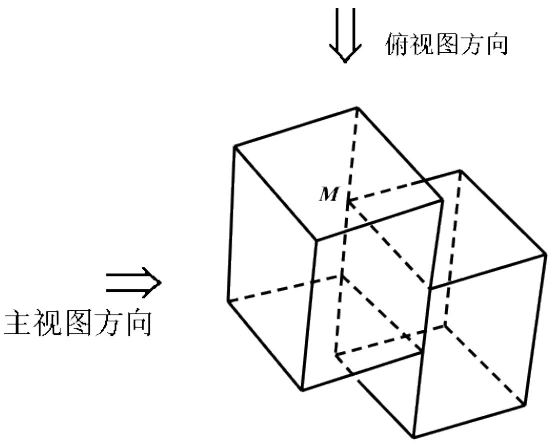
【答案】A

【解析】

【分析】

根据三视图，画出多面体立体图形，即可求得$M$ 点在侧视图中对应的点.

【详解】根据三视图，画出多面体立体图形，




图中标出了根据三视图$M$ 点所在位置，

可知在侧视图中所对应的点为$E$

故选：A

【点睛】本题主要考查了根据三视图判断点的位置，解题关键是掌握三视图的基础知识和根据三视图能还原立体图形的方法，考查了分析能力和空间想象，属于基础题.

8.设$O$为坐标原点，直线$x=a$与双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的两条渐近线分别交于$D,E$两点，若$\triangle ODE$的面积为8，则$C$的焦距的最小值为（　　）

A. 4　　B. 8　　C. 16　　D. 32

【答案】B

【解析】

【分析】

因为$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，可得双曲线的渐近线方程是$y=\pm\dfrac{b}{a}x$，与直线$x=a$联立方程求得$D$，$E$两点坐标，即可求得$|ED|$，根据$\triangle ODE$的面积为$8$，可得$ab$值，根据$2c=2\sqrt{a^2+b^2}$，结合均值不等式，即可求得答案.

【详解】$\because C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$

$\therefore$双曲线的渐近线方程是$y=\pm\dfrac{b}{a}x$

$\because$直线$x=a$与双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的两条渐近线分别交于$D$，$E$两点

不妨设$D$为在第一象限，$E$在第四象限

联立$\begin{cases}x=a\\ y=\dfrac{b}{a}x\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=a\\ y=b\end{cases}$

故$D(a,b)$

联立$\begin{cases}x=a\\ y=-\dfrac{b}{a}x\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=a\\ y=-b\end{cases}$

故$E(a,-b)$

$\therefore |ED|=2b$

$\therefore \triangle ODE$面积为：$S_{\triangle ODE}=\dfrac{1}{2}a\times 2b=ab=8$

$\because$双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$

$\therefore$其焦距为$2c=2\sqrt{a^2+b^2}\geq 2\sqrt{2ab}=2\sqrt{16}=8$

当且仅当$a=b=2\sqrt{2}$取等号

$\therefore C$的焦距的最小值：8

故选：B.

【点睛】本题主要考查了求双曲线焦距的最值问题，解题关键是掌握双曲线渐近线的定义和均值不等式求最值方法，在使用均值不等式求最值时，要检验等号是否成立，考查了分析能力和计算能力，属于中档题.

9.设函数$f(x)=\ln|2x+1|-\ln|2x-1|$，则$f(x)$（　　）

A. 是偶函数，且在$(\frac{1}{2},+\infty)$单调递增 B. 是奇函数，且在$(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$单调递减

C. 是偶函数，且在$(-\infty,-\frac{1}{2})$单调递增 D. 是奇函数，且在$(-\infty,-\frac{1}{2})$单调递减

【答案】D

【解析】

【分析】

根据奇偶性的定义可判断出$f\left(x\right)$为奇函数，排除AC；当$x\in\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$时，利用函数单调性的性质可判断出$f\left(x\right)$单调递增，排除B；当$x\in\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$时，利用复合函数单调性可判断出$f\left(x\right)$单调递减，从而得到结果.

【详解】由$f\left(x\right)=\ln\left|2x+1\right|-\ln\left|2x-1\right|$得$f\left(x\right)$定义域为$\left\{x\middle|x\neq\pm\frac{1}{2}\right\}$，关于坐标原点对称，

又$f\left(-x\right)=\ln\left|1-2x\right|-\ln\left|-2x-1\right|=\ln\left|2x-1\right|-\ln\left|2x+1\right|=-f\left(x\right)$，

$\therefore f\left(x\right)$为定义域上的奇函数，可排除AC；

当$x\in\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$时，$f\left(x\right)=\ln\left(2x+1\right)-\ln\left(1-2x\right)$，

$\because y=\ln\left(2x+1\right)$在$\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$上单调递增，$y=\ln\left(1-2x\right)$在$\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$上单调递减，

$\therefore f\left(x\right)$在$\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$上单调递增，排除B；

当$x\in\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$时，$f\left(x\right)=\ln\left(-2x-1\right)-\ln\left(1-2x\right)=\ln\frac{2x+1}{2x-1}=\ln\left(1+\frac{2}{2x-1}\right)$，

$\because \mu=1+\frac{2}{2x-1}$在$\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$上单调递减，$f\left(\mu\right)=\ln\mu$在定义域内单调递增，

根据复合函数单调性可知：$f\left(x\right)$在$\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$上单调递减，D正确.

故选：D.

【点睛】本题考查函数奇偶性和单调性的判断；判断奇偶性的方法是在定义域关于原点对称的前提下，根据$f\left(-x\right)$与$f\left(x\right)$的关系得到结论；判断单调性的关键是能够根据自变量的范围化简函数，根据单调性的

性质和复合函数“同增异减”性得到结论.

10.已知△$ABC$是面积为$\frac{9\sqrt{3}}{4}$的等边三角形，且其顶点都在球$O$的球面上.若球$O$的表面积为16$\pi$，则$O$到平面$ABC$的距离为（　　）

A. $\sqrt{3}$　　B. $\frac{3}{2}$　　C. 1　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】

根据球$O$的表面积和$\triangle ABC$的面积可求得球$O$的半径$R$和$\triangle ABC$外接圆半径$r$，由球的性质可知所求距离$d=\sqrt{R^2-r^2}$.

【详解】设球$O$的半径为$R$，则$4\pi R^2=16\pi$，解得：$R=2$.

设$\triangle ABC$外接圆半径为$r$，边长为$a$，

$\because \triangle ABC$是面积为$\frac{9\sqrt{3}}{4}$的等边三角形，

$\therefore \frac{1}{2}a^2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{9\sqrt{3}}{4}$，解得：$a=3$，$\therefore r=\frac{2}{3}\times\sqrt{a^2-\frac{a^2}{4}}=\frac{2}{3}\times\sqrt{9-\frac{9}{4}}=\sqrt{3}$，

$\therefore$球心$O$到平面$ABC$的距离$d=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{4-3}=1$.

故选：C.

【点睛】本题考查球的相关问题的求解，涉及到球的表面积公式和三角形面积公式的应用；解题关键是明确球的性质，即球心和三角形外接圆圆心的连线必垂直于三角形所在平面.

11.若$2^x-2^y<3^{-x}-3^{-y}$，则（　　）

A. $\ln(y-x+1)>0$　　B. $\ln(y-x+1)<0$　　C. $\ln|x-y|>0$　　D. $\ln|x-y|<0$

【答案】A

【解析】

【分析】

将不等式变为$2^x-3^{-x}<2^y-3^{-y}$，根据$f(t)=2^t-3^{-t}$的单调性知$x<y$，以此去判断各个选项中真数与1的大小关系，进而得到结果.

【详解】由$2^x-2^y<3^{-x}-3^{-y}$得：$2^x-3^{-x}<2^y-3^{-y}$，

令 $f(t)=2^t-3^{-t}$，

$\because y=2^x$ 为 $R$ 上的增函数，$y=3^{-x}$ 为 $R$ 上的减函数，$\therefore f(t)$ 为 $R$ 上的增函数，

$\therefore x<y$，

Q $y-x>0$，$\therefore y-x+1>1$，$\therefore \ln(y-x+1)>0$，则 A 正确，B 错误；

Q $|x-y|$ 与 $1$ 的大小不确定，故 CD 无法确定.

故选：A.

【点睛】本题考查对数式的大小的判断问题，解题关键是能够通过构造函数的方式，利用函数的单调性得到 $x,y$ 的大小关系，考查了转化与化归的数学思想.

12.0-1 周期序列在通信技术中有着重要应用.若序列 $a_1a_2\cdots a_n\cdots$ 满足 $a_i\in\{0,1\}(i=1,2,\cdots)$，且存在正整数 $m$，使得 $a_{i+m}=a_i(i=1,2,\cdots)$ 成立，则称其为 0-1 周期序列，并称满足 $a_{i+m}=a_i(i=1,2,\cdots)$ 的最小正整数 $m$ 为这个序列的周期.对于周期为 $m$ 的 0-1 序列 $a_1a_2\cdots a_n\cdots$，$C(k)=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}a_ia_{i+k}(k=1,2,\cdots,m-1)$ 是描述其性质的重要指标，下列周期为 5 的 0-1 序列中，满足 $C(k)\le\frac{1}{5}(k=1,2,3,4)$ 的序列是（　　）

A. $11010\cdots$　　B. $11011\cdots$　　C. $10001\cdots$　　D. $11001\cdots$

【答案】C

【解析】

【详解】由 $a_{i+m}=a_i$ 知，序列 $a_i$ 的周期为 $m$，由已知，$m=5$，

$$C(k)=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}a_ia_{i+k},k=1,2,3,4$$

对于选项 A，

$$C(1)=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}a_ia_{i+1}=\frac{1}{5}(a_1a_2+a_2a_3+a_3a_4+a_4a_5+a_5a_6)=\frac{1}{5}(1+0+0+0+0)=\frac{1}{5}\le\frac{1}{5}$$

$$C(2)=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}a_ia_{i+2}=\frac{1}{5}(a_1a_3+a_2a_4+a_3a_5+a_4a_6+a_5a_7)=\frac{1}{5}(0+1+0+1+0)=\frac{2}{5}$$，不满足；

对于选项 B，

$$C(1)=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}a_ia_{i+1}=\frac{1}{5}(a_1a_2+a_2a_3+a_3a_4+a_4a_5+a_5a_6)=\frac{1}{5}(1+0+0+1+1)=\frac{3}{5}$$，不满足；

对于选项 D，

$C(1)=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}a_ia_{i+1}=\frac{1}{5}(a_1a_2+a_2a_3+a_3a_4+a_4a_5+a_5a_6)=\frac{1}{5}(1+0+0+0+1)=\frac{2}{5}$，不满足；

故选：C

【点睛】本题考查数列的新定义问题，涉及到周期数列，考查学生对新定义的理解能力以及数学运算能力，是一道中档题.

**二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.**

13.已知单位向量 $a$，$b$ 的夹角为 45°，$ka-b$ 与 $a$ 垂直，则 $k$=__________.

【答案】$\frac{\sqrt{2}}{2}$

【解析】

【分析】

首先求得向量的数量积，然后结合向量垂直的充分必要条件即可求得实数 $k$ 的值.

【详解】由题意可得：$\vec{a}\cdot\vec{b}=1\times1\times\cos 45^{\circ}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

由向量垂直的充分必要条件可得：$\left(k\vec{a}-\vec{b}\right)\cdot\vec{a}=0$，

即：$k\times\vec{a}^2-\vec{a}\cdot\vec{b}=k-\frac{\sqrt{2}}{2}=0$，解得：$k=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

故答案为：$\frac{\sqrt{2}}{2}$.

【点睛】本题主要考查平面向量的数量积定义与运算法则，向量垂直的充分必要条件等知识，意在考查学生的转化能力和计算求解能力.

14.4 名同学到 3 个小区参加垃圾分类宣传活动，每名同学只去 1 个小区，每个小区至少安排 1 名同学，则不同的安排方法共有__________种.

【答案】36

【解析】

【分析】

根据题意，采用捆绑法，先取 2 名同学看作一组，现在可看成是 3 组同学分配到 3 个小区，即可求得答案.

【详解】∵4 名同学到 3 个小区参加垃圾分类宣传活动，每名同学只去 1 个小区，每个小区至少安排 1 名同学

∴先取 2 名同学看作一组，选法有：$C_4^2=6$

现在可看成是 3 组同学分配到 3 个小区，分法有：$A_3^3=6$

根据分步乘法原理，可得不同的安排方法$6\times6=36$种

故答案为：$36$.

【点睛】本题主要考查了计数原理的实际应用，解题关键是掌握分步乘法原理和捆绑法的使用，考查了分析能力和计算能力，属于中档题.

15.设复数$z_1$，$z_2$满足$|z_1|=|z_2|=2$，$z_1+z_2=\sqrt{3}+\mathrm{i}$，则$|z_1-z_2|=$__________.

【答案】$2\sqrt{3}$

【解析】

【分析】

令 $z_1=2\cos\theta+2\sin\theta\cdot i$，$z_2=2\cos\alpha+2\sin\alpha\cdot i$，根据复数的相等可求得$\cos\theta\cos\alpha+\sin\theta\sin\alpha=-\dfrac{1}{2}$，代入复数模长的公式中即可得到结果.

【详解】$\because |z_1|=|z_2|=2$，可设$z_1=2\cos\theta+2\sin\theta\cdot i$，$z_2=2\cos\alpha+2\sin\alpha\cdot i$，

$\therefore z_1+z_2=2(\cos\theta+\cos\alpha)+2(\sin\theta+\sin\alpha)\cdot i=\sqrt{3}+i$，

$\therefore\begin{cases}2(\cos\theta+\cos\alpha)=\sqrt{3}\\2(\sin\theta+\sin\alpha)=1\end{cases}$，两式平方作和得：$4(2+2\cos\theta\cos\alpha+2\sin\theta\sin\alpha)=4$，

化简得：$\cos\theta\cos\alpha+\sin\theta\sin\alpha=-\dfrac{1}{2}$

$\therefore|z_1-z_2|=|2(\cos\theta-\cos\alpha)+2(\sin\theta-\sin\alpha)\cdot i|$

$=\sqrt{4(\cos\theta-\cos\alpha)^2+4(\sin\theta-\sin\alpha)^2}=\sqrt{8-8(\cos\theta\cos\alpha+\sin\theta\sin\alpha)}=\sqrt{8+4}=2\sqrt{3}$.

故答案为：$2\sqrt{3}$.

【点睛】本题考查复数模长的求解，涉及到复数相等的应用；关键是能够采用假设的方式，将问题转化为三角函数的运算问题.

16.设有下列四个命题：

$p_1$：两两相交且不过同一点的三条直线必在同一平面内.

$p_2$：过空间中任意三点有且仅有一个平面.