2021年普通高等学校招生全国统一考试

理科数学

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.设2（z+$\bar{z}$）+3(z-$\bar{z}$)=4+6i，则z=( ).

A.1-2i　　B.1+2i　　C.1+I　　D.1-i

正确答案 C

解析 设$z=a+bi$，利用共轭复数的定义以及复数的加减法可得出关于a、b的等式，解出这两个未知数的值，即可得出复数z.

【详解】设$z=a+bi$，则$\bar{z}=a-bi$，则$2\left(z+\bar{z}\right)+3\left(z-\bar{z}\right)=4a+6bi=4+6i$，

所以，$\begin{cases}4a=4\\6b=6\end{cases}$，解得$a=b=1$，因此，$z=1+i$.

故选：C.

2.已知集合S={s|s=2n+1,n∈Z}，T={t|t=4n+1,n∈Z}，则S∩T=( )

A.∅

B.S

C.T

D.Z

正确答案 C

解析

分析可得$T \subseteq S$，由此可得出结论.

【详解】任取$t \in T$，则$t = 4n + 1 = 2 \cdot (2n) + 1$，其中$n \in Z$，所以，$t \in S$，故$T \subseteq S$，因此，$S \cap T = T$.

故选：C.

3. 已知命题 p：∃x∈R，sinx＜1；命题 q：∀x∈R，$e^{|x|} \geqslant 1$，则下列命题中为真命题的是（ ）

A. p∧q

B. ¬p∧q

C. p∧ ¬q

D. ¬(pVq)

正确答案 A

解析由正弦函数的有界性确定命题 p 的真假性，由指数函数的知识确定命题 q 的真假性，由此确定正确选项.

【详解】由于 sin0=0，所以命题 p 为真命题；

由于$y = e^x$在 R 上为增函数，$|x| \geq 0$，所以$e^{|x|} \geq e^0 = 1$，所以命题 q 为真命题；

所以$p \wedge q$为真命题，$\neg p \wedge q$、$p \wedge \neg q$、$\neg (p \vee q)$为假命题.

故选：A .

4. 设函数 f(x)=$\frac{1-x}{1+x}$，则下列函数中为奇函数的是（ ）

A. f(x-1)-1

B. f(x-1)+1

C. f(x+1)-1

D. f(x+1)+1

正确答案 B

解析分别求出选项的函数解析式，再利用奇函数的定义即可.

【详解】由题意可得 $f(x)=\frac{1-x}{1+x}=-1+\frac{2}{1+x}$ ，

对于 A，$f(x-1)-1=\frac{2}{x}-2$ 不是奇函数；

对于 B，$f(x-1)+1=\frac{2}{x}$ 是奇函数；

对于 C，$f(x+1)-1=\frac{2}{x+2}-2$ ，定义域不关于原点对称，不是奇函数；

对于 D，$f(x+1)+1=\frac{2}{x+2}$ ，定义域不关于原点对称，不是奇函数.

故选：B

5. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，P 为 B_1D_1 的中点，则直线 PB 与 AD_1 所成的角为（ ）

A. $\frac{\pi}{2}$

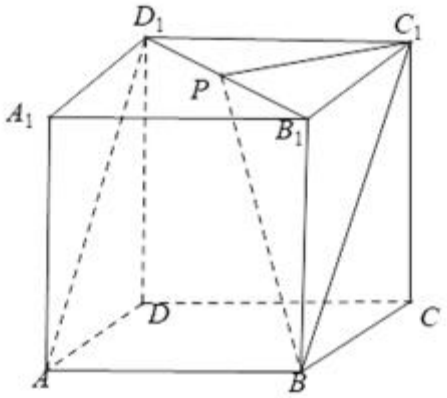
B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. $\frac{\pi}{6}$

正确答案 D

解析平移直线AD_1至BC_1，将直线PB与AD_1所成的角转化为PB与BC_1所成的角，解三角形即可.



【详解】

如图，连接BC_1, PC_1, PB，因为$AD_1 \parallel BC_1$，

所以$\angle PBC_1$或其补角为直线PB与AD_1所成的角，

因为$BB_1 \perp$平面$A_1B_1C_1D_1$，所以$BB_1 \perp PC_1$，又$PC_1 \perp B_1D_1$，$BB_1 \cap B_1D_1 = B_1$，

所以$PC_1 \perp$平面PBB_1，所以$PC_1 \perp PB$，

设正方体棱长为 2，则$BC_1 = 2\sqrt{2}, PC_1 = \frac{1}{2}D_1B_1 = \sqrt{2}$，

$\sin \angle PBC_1 = \frac{PC_1}{BC_1} = \frac{1}{2}$，所以$\angle PBC_1 = \frac{\pi}{6}$.

故选：D

6. 将 5 名北京冬奥会志愿者分配到花样滑冰、短道速滑、冰球和冰壶 4 个项目进行培训，每名志愿者只分到 1 个项目，每个项目至少分配 1 名志愿者，则不同的分配方案共有（ ）

A. 60 种

B. 120 种

C. 240 种

D. 480 种

正确答案 C

解析

先确定有一个项目中分配 2 名志愿者，其余各项目中分配 1 名志愿者，然后利用组合，排列，乘法原理求得.

【详解】根据题意，有一个项目中分配 2 名志愿者，其余各项目中分配 1 名志愿者，可以先从 5 名志愿者中任选 2 人，组成一个小组，有 C_5^2 种选法；然后连同其余三人，看成四个元素，四个项目看成四个不同的位置，四个不同的元素在四个不同的位置的排列方法数有 4！种，根据乘法原理，完成这件事，共有 $C_5^2 \times 4! = 240$ 种不同的分配方案，

故选：C.

7. 把函数 y=f(x)图象上所有点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$倍，纵坐标不变，再把所得曲线向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度，得到函数 y=sin(x−$\frac{\pi}{4}$)的图像，则 f(x)=（ ）

A. $\sin(\frac{x}{2}-\frac{7\pi}{12})$

B. $\sin(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{12})$

C. $\sin(2x-\frac{7\pi}{12})$

D. $\sin(2x+\frac{\pi}{12})$

正确答案 B

解析

解法一：从函数$y=f(x)$的图象出发，按照已知的变换顺序，逐次变换，得到$y=f\left[2\left(x-\frac{\pi}{3}\right)\right]$，即得$f\left[2\left(x-\frac{\pi}{3}\right)\right]=\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$，再利用换元思想求得$y=f(x)$的解析表达式；

解法二：从函数$y=\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$出发，逆向实施各步变换，利用平移伸缩变换法则得到$y=f(x)$的解析表达式.

【详解】解法一：函数$y=f(x)$图象上所有点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$倍，纵坐标不变，得到$y=f(2x)$的图象，再把所得曲线向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度，应当得到$y=f\left[2\left(x-\frac{\pi}{3}\right)\right]$的图象，

根据已知得到了函数$y=\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$的图象，所以$f\left[2\left(x-\frac{\pi}{3}\right)\right]=\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$，

令$t=2\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$，则$x=\frac{t}{2}+\frac{\pi}{3},x-\frac{\pi}{4}=\frac{t}{2}+\frac{\pi}{12}$，

所以$f(t)=\sin\left(\frac{t}{2}+\frac{\pi}{12}\right)$，所以$f(x)=\sin\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{12}\right)$；

解法二：由已知的函数$y=\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$逆向变换，

第一步：向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度，得到$y=\sin\left(x+\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(x+\frac{\pi}{12}\right)$的图象，

第二步：图象上所有点的横坐标伸长到原来的 2 倍，纵坐标不变，得到$y=\sin\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{12}\right)$的图象，

即为$y=f(x)$的图象，所以$f(x)=\sin\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{12}\right)$.

故选：B.

8.在区间（0,1）与（1,2）中各随机取 1 个数，则两数之和大于$\frac{7}{4}$的概率为（ ）

A. $\frac{7}{4}$

B. $\frac{23}{32}$

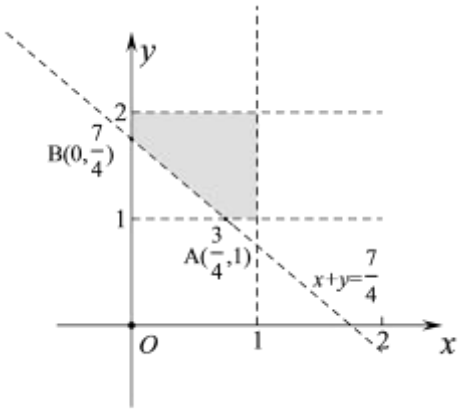
C. $\frac{9}{32}$

D. $\frac{2}{9}$

正确答案 B

解析

设从区间$(0,1),(1,2)$中随机取出的数分别为x,y，则实验的所有结果构成区域为$\Omega=\{(x,y)|0<x<1,1<y<2\}$，设事件 A 表示两数之和大于$\frac{7}{4}$，则构成的区域为$A=\left\{(x,y)|0<x<1,1<y\langle 2,x+y\rangle\frac{7}{4}\right\}$，分别求出$\Omega,A$对应的区域面积，根据几何概型的的概率公式即可解出．



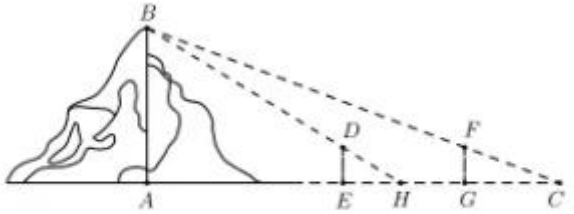
【详解】如图所示：

设从区间$(0,1),(1,2)$中随机取出的数分别为x,y，则实验的所有结果构成区域为$\Omega=\{(x,y)|0<x<1,1<y<2\}$，其面积为$S_\Omega=1\times1=1$.

设事件A表示两数之和大于$\frac{7}{4}$，则构成的区域为$A=\left\{(x,y)\middle|0<x<1,1<y\langle2,x+y\rangle\frac{7}{4}\right\}$，即图中的阴影部分，其面积为$S_A=1-\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{23}{32}$，所以$P(A)=\frac{S_A}{S_\Omega}=\frac{23}{32}$.

故选：B.

9.魏晋时期刘徽撰写的《海岛算经》是关于测量的数学著作，其中第一题是测量海盗的高。如图，点E,H,G在水平线AC上，DE和FG是两个垂直于水平面且等高的测量标杆的高度，称为“表高”，EG称为“表距”，GC和EH都称为“表目距”，GC与EH的差称为“表目距的差”。则海岛的高AB=（ ）.



(第9题图)

A：$\frac{表高\times表距}{表目距的差}+表高$

B：$\frac{表高\times表距}{表目距的差}-表高$

C：$\frac{表高\times表距}{表目距的差}+表距$

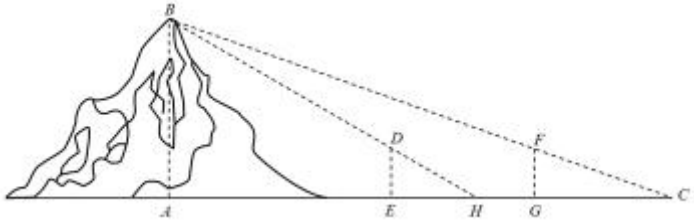
D：$\frac{表高\times表距}{表目距的差}-表距$

正确答案 A

解析

利用平面相似的有关知识以及合分比性质即可解出．

【详解】如图所示：



由平面相似可知，$\frac{DE}{AB}=\frac{EH}{AH},\frac{FG}{AB}=\frac{CG}{AC}$，而$DE=FG$，所以

$\frac{DE}{AB}=\frac{EH}{AH}=\frac{CG}{AC}=\frac{CG-EH}{AC-AH}=\frac{CG-EH}{CH}$，而$CH=CE-EH=CG-EH+EG$，

即$AB=\frac{CG-EH+EG}{CG-EH}\times DE=\frac{EG\times DE}{CG-EH}+DE$ = $\frac{\text{表高}\times\text{表距}}{\text{表目距的差}}+\text{表高}$.

故选：A.

10. 设 a≠0，若 x=a 为函数$f(x)=a(x-a)^2(x-b)$的极大值点，则（ ）.

A：a＜b

B：a＞b

C：ab＜a^2

D：ab＞a^2

正确答案 D

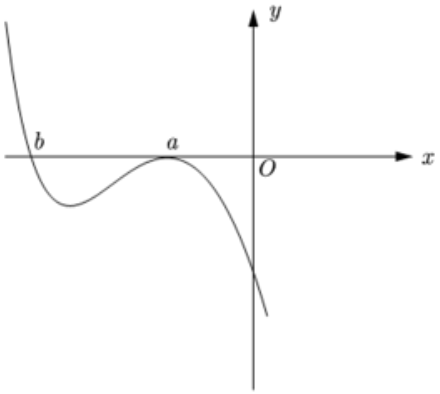
解析

先考虑函数的零点情况，注意零点左右附近函数值是否编号，结合极大值点的性质，对 a 进行分类讨论，画出 f(x)图象，即可得到 a,b 所满足的关系，由此确定正确选项.

【详解】若 a=b，则$f(x)=a(x-a)^3$为单调函数，无极值点，不符合题意，故$a\neq b$.

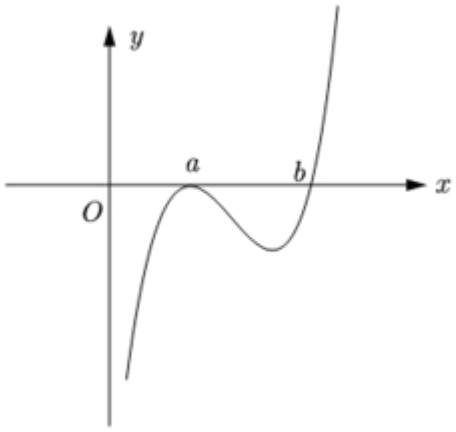
$\therefore f(x)$ 有 x=a 和 x=b 两个不同零点，且在 x=a 左右附近是不变号，在 x=b 左右附近是变号的.依题意，x=a 为函数 $f(x)=a(x-a)^2(x-b)$ 的极大值点，$\therefore$ 在 x=a 左右附近都是小于零的.

当 a<0 时，由 x>b，　　，画出 f(x)的图象如下图所示：



由图可知 b<a，a<0，故 $ab>a^2$.

当 a>0 时，由 x>b 时，f(x)>0，画出 f(x)的图象如下图所示：



由图可知 b>a，a>0，故 $ab>a^2$.

综上所述，$ab>a^2$ 成立.

故选：D

11. 设 B 是椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的上顶点，若 C 上的任意一点 P 都满足

$|PB| \leq 2b$，则 C 的离心率的取值范围是（ ）.

A：$\left[\frac{\sqrt{2}}{2},1\right)$

B：$\left[\frac{1}{2},1\right)$

C：$\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

D：$\left(0,\frac{1}{2}\right]$

正确答案 C

解析

设$P\left(x_0,y_0\right)$，由$B\left(0,b\right)$，根据两点间的距离公式表示出$\left|PB\right|$，分类讨论求出$\left|PB\right|$的最大值，再构建齐次不等式，解出即可．

【详解】设$P\left(x_0,y_0\right)$，由$B\left(0,b\right)$，因为$\frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}=1$，$a^2=b^2+c^2$，所以

$$\left|PB\right|^2=x_0^2+\left(y_0-b\right)^2=a^2\left(1-\frac{y_0^2}{b^2}\right)+\left(y_0-b\right)^2=-\frac{c^2}{b^2}\left(y_0+\frac{b^3}{c^2}\right)^2+\frac{b^4}{c^2}+a^2+b^2,$$

因为$-b\leq y_0\leq b$，当$-\frac{b^3}{c^2}\leq -b$，即$b^2\geq c^2$时，$\left|PB\right|_{\max}^2=4b^2$，即$\left|PB\right|_{\max}=2b$，符合题意，由$b^2\geq c^2$可得$a^2\geq 2c^2$，即$0<e\leq\frac{\sqrt{2}}{2}$；

当$-\frac{b^3}{c^2}>-b$，即$b^2<c^2$时，$\left|PB\right|_{\max}^2=\frac{b^4}{c^2}+a^2+b^2$，即$\frac{b^4}{c^2}+a^2+b^2\leq 4b^2$，

化简得，$\left(c^2-b^2\right)^2\leq 0$，显然该不等式不成立．

故选：C．

12. 设$a=2\ln 1.01$，$b=\ln 1.02$，$c=\sqrt{1.04}-1$，则（ ）．

A：a＜b＜c

B：b＜c＜a

C：b＜a＜c

D：c＜a＜b

正确答案 B

解析

利用对数的运算和对数函数的单调性不难对 *a*,*b* 的大小作出判定，对于 *a* 与 *c*，*b* 与 *c* 的大小关系，将 0.01 换成 *x*,分别构造函数 $f(x)=2\ln(1+x)-\sqrt{1+4x}+1$，$g(x)=\ln(1+2x)-\sqrt{1+4x}+1$，利用导数分析其在 0 的右侧包括 0.01 的较小范围内的单调性，结合 *f*(0)=0,*g*(0)=0 即可得出 *a* 与 *c*，*b* 与 *c* 的大小关系.

[详解] $a=2\ln 1.01=\ln 1.01^2=\ln(1+0.01)^2=\ln(1+2\times 0.01+0.01^2)>\ln 1.02=b$，所以 $b<a$；

下面比较 C 与 a,b 的大小关系.

记 $f(x)=2\ln(1+x)-\sqrt{1+4x}+1$,则 $f(0)=0$，$f'(x)=\frac{2}{1+x}-\frac{2}{\sqrt{1+4x}}=\frac{2\left(\sqrt{1+4x}-1-x\right)}{(1+x)\sqrt{1+4x}}$，

由于 $1+4x-(1+x)^2=2x-x^2=x(2-x)$

所以当 0<x<2 时，$1+4x-(1+x)^2>0$,即$\sqrt{1+4x}>(1+x)$，$f'(x)>0$，

所以$f(x)$在$[0,2]$上单调递增，

所以$f(0.01)>f(0)=0$,即$2\ln 1.01>\sqrt{1.04}-1$,即 a>c;

令$g(x)=\ln(1+2x)-\sqrt{1+4x}+1$,则

$g(0)=0$，$g'(x)=\frac{2}{1+2x}-\frac{2}{\sqrt{1+4x}}=\frac{2\left(\sqrt{1+4x}-1-2x\right)}{(1+x)\sqrt{1+4x}}$，

由于$1+4x-(1+2x)^2=-4x^2$，在 x>0 时，$1+4x-(1+2x)^2<0$，

所以$g'(x)<0$,即函数 g(x)在[0,+∞)上单调递减，所以$g(0.01)<g(0)=0$,即

$\ln 1.02<\sqrt{1.04}-1$,即 b<c;

综上，$b<c<a$，

故选：B.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知双曲线 C：$\frac{x^2}{m}-y^2=1$（m>0）的一条渐近线为$\sqrt{3}x$+my=0，则 C 的焦距为_____.

正确答案 4

解析

将渐近线方程化成斜截式，得出 a,b 的关系，再结合双曲线中a^2,b^2对应关系，联立求解 m，再由关系式求得 c，即可求解.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/586211152204011052