广东省东莞2024—2024高二上学期教学质量检查

数学试题

一、单项选择题 本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．请把正确选项在答题卡中的相应位置涂黑．

1. 已知空间直角坐标系$Oxyz$中，点$P(1,3,2)$关于坐标原点的对称点为P_1，则$|PP_1|=$（　　）

A. $\sqrt{14}$　　　　B. $2\sqrt{14}$　　　　C. 14　　　　D. 56

【答案】B

【分析】依据空间直角坐标系中关于原点对称的点的坐标特征可求得P_1，结合空间中两点间距离公式可求得结果．

【详解】$\because$点$P(1,3,2)$关于坐标原点的对称点为$P_1(-1,-3,-2)$，$\therefore |PP_1|=\sqrt{2^2+6^2+4^2}=2\sqrt{14}$．

故选：B．

2. 已知过$A(1,a),B(-a,-4)$两点的直线与直线$y=2x$平行，则$a=$（　　）

A. -7　　　　B. -3　　　　C. -2　　　　D. 2

【答案】D

【分析】由题知$k_{AB}=\dfrac{a+4}{1+a}=2$，再解方程即可得答案．

【详解】解：因为过$A(1,a),B(-a,-4)$两点的直线与直线$y=2x$平行，

所以直线AB的斜率为$k_{AB}=\dfrac{a+4}{1+a}=2$，解得$a=2$，

故选：D

3. 已知等差数列$\{a_n\}$，其前n项和是S_n，若$S_5=25$，则$a_2+a_4=$（　　）

A. 8　　　　B. 9　　　　C. 10　　　　D. 11

【答案】C

【分析】由已知可得$a_1+a_5=10$，依据等差数列的性质即可得出结果．

【详解】由已知可得，$S_5=\dfrac{5(a_1+a_5)}{2}=25$，所以$a_1+a_5=10$．

又$a_1+a_5=a_2+a_4$，所以$a_2+a_4=10$．

故选：C．

4. 已知抛物线$x^2=4y$的焦点为F，点P在抛物线上，若$|PF|=2$，则点P的坐标为（　　）

A. $\left(2,1\right)$

B. $\left(2,1\right)$或$\left(-2,1\right)$

C. $\left(-2,1\right)$

D. $\left(2,-1\right)$或$\left(-2,-1\right)$

【答案】B

【分析】由题知$F\left(0,1\right)$，$p=2$，设$P\left(x_0,y_0\right)$，进而依据焦半径公式得$y_0=1$，再代入$x^2=4y$求解即可得答案

【详解】解：由题知$F\left(0,1\right)$，$p=2$，设$P\left(x_0,y_0\right)$，

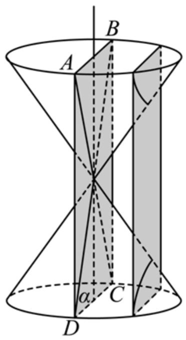
因为点P在抛物线上，所以由焦半径公式得$\left|PF\right|=y_0+\frac{p}{2}=y_0+1=2$，解得$y_0=1$

所以$x_0^2=4y_0=4$，解得$x_0=\pm 2$，

所以，点P的坐标为$\left(2,1\right)$或$\left(-2,1\right)$

故选：B

5. 古希腊数学家阿波罗尼斯在著作《圆锥曲线论》中记载了用平面切割圆锥得到圆锥曲线的方法．如图，将两个完全相同的圆锥对顶放置（两圆锥的轴重合），已知两个圆锥的底面直径均为6，母线长均为5，过圆锥轴的平面α与两个圆锥侧面的交线为AC,BD，用平行于α的平面截圆锥，该平面与两个圆锥侧面的交线为双曲线Γ的一部分，且双曲线Γ的两条渐近线分别平行于AC,BD，则双曲线Γ的离心率为（　　）



A. $\frac{5}{4}$　　B. $\frac{3}{2}$　　C. $\frac{5}{3}$　　D. $\frac{6}{5}$

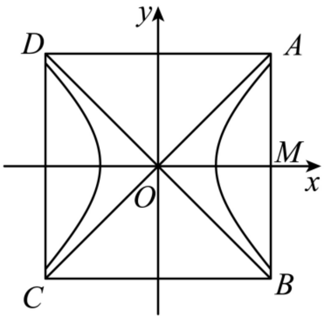
【答案】A

【分析】以矩形$ABCD$的中心为原点，圆锥的轴为x轴建立平面直角坐标系，由题得$\frac{b}{a}=\frac{3}{4}$，从而可得到本题答案.

【详解】以矩形$ABCD$的中心为原点，圆锥的轴为x轴建立平面直角坐标系，

设双曲线的标准方程为$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，

由题，得 $OA=5,AM=3$，则 $OM=\sqrt{5^2-3^2}=4,\tan\angle AOM=\dfrac{3}{4}$，即 $\dfrac{b}{a}=\dfrac{3}{4}$，.



由 $\dfrac{b}{a}=\dfrac{3}{4}$，得离心率 $e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{a^2}}=\sqrt{1+\dfrac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1+\dfrac{9}{16}}=\dfrac{5}{4}$.

故选：A.

6. 已知圆 $C:(x-2)^2+(y-2)^2=8$，点 P 为直线 $l:x+y+4=0$ 上一个动点，过点 P 作圆 C 的切线，切点为 A，则切线长 $|PA|$ 的最小值为（　　）

A. $4\sqrt{2}$　　　　B. $2\sqrt{6}$　　　　C. $2\sqrt{3}$　　　　D. $2\sqrt{2}$

【答案】B

【分析】由已知写出圆心坐标、半径，由 $|PA|^2=|PC|^2-8$ 知，$|PC|$ 最小时，$|PA|$ 最小，即 $CP\perp l$ 时，有最小值.求出圆心到直线的距离即为 $|PC|$ 的最小值，进而求出结果.

【详解】由已知可得，$C(2,2)$，半径 $r=2\sqrt{2}$，所以 $|AC|=r=2\sqrt{2}$.

又 $AC\perp AP$，则在 $\triangle PAC$ 中有 $|PA|^2+|AC|^2=|PC|^2$，即 $|PA|^2=|PC|^2-|AC|^2=|PC|^2-8$.

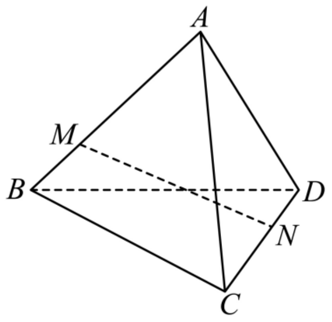
所以，当 $|PC|$ 最小时，$|PA|$ 最小.

因为，当 $CP\perp l$ 时，$|PC|$ 最小，此时 $|PC|=\dfrac{|2+2+4|}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$，此时 $|PA|^2=24$，

所以 $|PA|$ 最小为 $2\sqrt{6}$.

故选：B.

7. 如图，在棱长为 6 的正四面体 $ABCD$ 中，点 M 在线段 AB 上，且满意 $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MB}$，点 N 在线段 CD 上，且满意 $\overrightarrow{CN}=2\overrightarrow{ND}$，则 $|\overrightarrow{MN}|=$（　　）



A. $2\sqrt{5}$　　B. $\sqrt{21}$　　C. $2\sqrt{6}$　　D. $3\sqrt{2}$

【答案】A

【分析】依据空间向量线性运算的性质，结合空间向量数量积的运算性质进行求解即可.

【详解】因为 $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MB}$，$\overrightarrow{CN}=2\overrightarrow{ND}$，

所以 $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC})$，

即 $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$，

$$\left|\overrightarrow{MN}\right|=\sqrt{\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{9}\overrightarrow{AC}^2+\frac{4}{9}\overrightarrow{AB}^2+\frac{4}{9}\overrightarrow{AD}^2-\frac{4}{9}\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}+\frac{4}{9}\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}-\frac{8}{9}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}}$$

因为 $ABCD$ 是棱长为 6 的正四面体，

所以 $\left|\overrightarrow{MN}\right|=\sqrt{\frac{1}{9}\times6^2+\frac{4}{9}\times6^2+\frac{4}{9}\times6^2-\frac{4}{9}\times6\times6\times\frac{1}{2}+\frac{4}{9}\times6\times6\times\frac{1}{2}-\frac{8}{9}\times6\times6\times\frac{1}{2}}=2\sqrt{5}$，

故选：A

8. 已知 a_n 是不大于 $\sqrt{n}$ 的最大正整数，其中 $n\in\mathbf{N}^*$．若 $b_n=a_{n^2+2}$，则 $b_1+b_2+b_3+\cdots+b_{20}=$（　　）

A．200　　B. 210　　C. 400　　D. 420

【答案】B

【分析】依据 $n^2<n^2+2<n^2+2n+1$ 得 $b_n=a_{n^2+2}=n$，进而得数列 $\{b_n\}$ 为等差数列，再依据等差数列的求和公式求解即可.

【详解】解：因为 a_n 是不大于 $\sqrt{n}$ 的最大正整数，其中 $n\in\mathbf{N}^*$．若 $b_n=a_{n^2+2}$，

因为 $n^2<n^2+2<n^2+2n+1$ 对随意的 $n\in\mathbf{N}^*$ 恒成立，

所以 $n<\sqrt{n^2+2}<n+1$ 对随意的 $n\in\mathbf{N}^*$ 恒成立，

所以 $b_n=a_{n^2+2}=n$，

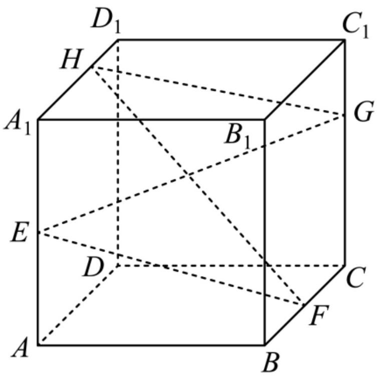
所以 $b_{n+1}-b_n=n+1-n=1$，即数列 $\{b_n\}$ 为等差数列，公差、首项均为 1，

所以，$b_1+b_2+b_3+\cdots+b_{20}=\dfrac{20\left(b_1+b_{20}\right)}{2}=\dfrac{(1+20)\times 20}{2}=210$.

故选：B

二、多项选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分．请把正确选项在答题卡中的相应位置涂黑．

9. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E,F 分别是 AA_1,BC 的中点，G,H 分别在线段 CC_1,A_1D_1 上，且满意 $\overrightarrow{CG}=2\overrightarrow{GC_1}$，$\overrightarrow{A_1H}=2\overrightarrow{HD_1}$，设 $\overrightarrow{AA_1}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{c}$，则下列结论正确的是（　　）



A. $\overrightarrow{EF}=-\dfrac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}+\dfrac{1}{2}\vec{c}$　　　　B. $\overrightarrow{GH}=\dfrac{1}{3}\vec{a}-\vec{b}-\dfrac{1}{6}\vec{c}$

C. $\overrightarrow{FH}=\vec{a}-\vec{b}+\dfrac{1}{3}\vec{c}$　　　　D. $\overrightarrow{EG}=\dfrac{1}{6}\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$

【答案】AD

【分析】依据正方体的性质以及已知，用基向量表示出各个选项中的向量，即可得出正确选项.

【详解】由已知可得，$\overrightarrow{CG}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{CC_1}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AA_1}$，$\overrightarrow{GC_1}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{CC_1}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AA_1}$，$\overrightarrow{A_1H}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{A_1D_1}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{HD_1}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{A_1D_1}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AD}$.

对于 A，$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AD}=-\dfrac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}+\dfrac{1}{2}\vec{c}$，故 A 项正确；

对于 B，$\overrightarrow{GH}=\overrightarrow{GC_1}+\overrightarrow{C_1D_1}+\overrightarrow{D_1H}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AA_1}-\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{3}\vec{a}-\vec{b}-\dfrac{1}{3}\vec{c}$，故 B 错误；

对于 C，$\overrightarrow{FH}=\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{A_1H}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA_1}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AD}=\vec{a}-\vec{b}+\dfrac{1}{6}\vec{c}$，故 C 项错误；

对于 D，$\overrightarrow{EG}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CG}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AA_1}=\dfrac{1}{6}\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$，故 D 项正确.

故选：AD.

10. 已知 $\left\{a_n\right\}$ 是公差为 d 的等差数列，其前 n 项和是 S_n，若 $S_{2021}<S_{2022},S_{2022}=S_{2023}>S_{2024}$，则下列结论正确的是（　　）

A. $d>0$　　　　B. $a_{2024}<0$