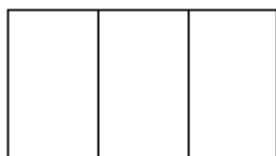


2023 年北京市石景山区中杉学校中考数学一模试卷

一. 选择题（共 8 小题，满分 16 分，每小题 2 分）

1. （2 分）某个立体图形的侧面展开图如图所示，它的底面是正三角形，那么这个立体图形是（ ）



- A. 三棱柱 B. 四棱柱 C. 三棱锥
2. （2 分）“两岸猿声啼不住，轻舟已过万重山”。2023 年 8 月 29 日，华为搭载自研麒麟芯片的 *mate60* 系列低调开售。据统计，截至 2023 年 10 月 21 日，华为 *mate60* 系列手机共售出约 160 万台，将数据 1600000 用科学记数法表示应为（ ）
- A. 0.16×10^7 B. 1.6×10^6 C. 1.6×10^7 D. 16×10^6
3. （2 分）苯分子的环状结构是由德国化学家凯库勒提出的。随着研究的不断深入，发现苯分子中的 6 个碳原子与 6 个氢原子均在同一平面，且所有碳碳键的键长都相等（如图 1），组成了一个完美的六边形（正六边形），图 2 是其平面示意图，则 $\angle 1$ 的度数为（ ）

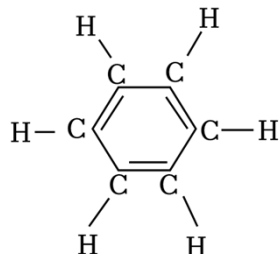


图1

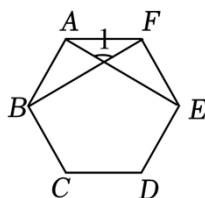
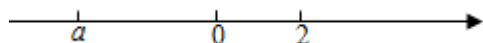
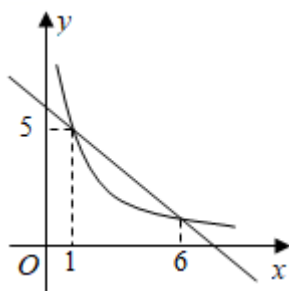


图2

- A. 130° B. 120° C. 110° D. 60°
4. （2 分）实数 a 在数轴上的位置如图所示，若 $|a| > 2$ ，则下列说法不正确的是（ ）



- A. a 的相反数大于 2 B. $-a < 2$
- C. $|a - 2| = 2 - a$ D. $a < -2$
5. （2 分）如图所示的是反比例函数 $y_1 = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 和一次函数 $y_2 = mx + n$ 的图象，则下列结论正确的是（ ）



- A. 反比例函数的解析式是 $y_1 = \frac{6}{x}$
- B. 一次函数的解析式为 $y_2 = -x + 6$
- C. 当 $x > 6$ 时, y_1 最大值为 1
- D. 若 $y_1 < y_2$, 则 $1 < x < 6$

6. (2分) 甲、乙两人 5 次数学考试成绩如表: 则以下判断中正确的是 ()

甲	84	86	85	83	87
乙	84	85	86	85	85

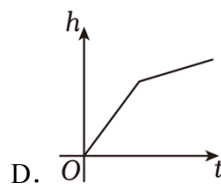
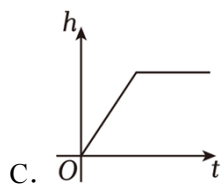
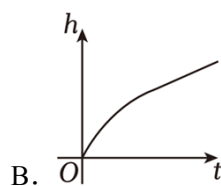
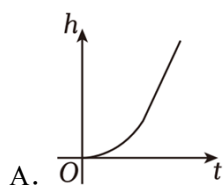
- A. $\overline{x_{\text{甲}}} = \overline{x_{\text{乙}}}$, $S_{\text{甲}}^2 > S_{\text{乙}}^2$
- B. $\overline{x_{\text{甲}}} = \overline{x_{\text{乙}}}$, $S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2$
- C. $\overline{x_{\text{甲}}} < \overline{x_{\text{乙}}}$, $S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2$
- D. $\overline{x_{\text{甲}}} = \overline{x_{\text{乙}}}$, $S_{\text{甲}}^2 = S_{\text{乙}}^2$

7. (2分) 用配方法解方程 $x^2 + \frac{2}{3}x + 1 = 0$ 时, 正确的是 ()

- A. $(x + \frac{1}{3})^2 = \frac{8}{9}$, $x = -\frac{1}{3} \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$
- B. $(x + \frac{1}{3})^2 = -\frac{8}{9}$ 原方程无解
- C. $(x + \frac{2}{3})^2 = \frac{5}{9}$, $x = -\frac{2}{3} \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$
- D. $(x + \frac{2}{3})^2 = -\frac{5}{9}$ 原方程无解



8. (2分) 匀速地向如图所示的一个空瓶里注水, 最后把空瓶注满, 在这个注水过程中, 水面高度 h 与注水时间 t 之间函数关系的大致图象是 ()

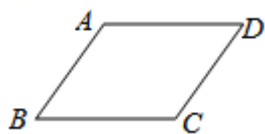


二. 填空题（共 8 小题，满分 16 分，每小题 2 分）

9. （2 分）二次根式 $\sqrt{-5x}$ 中字母 x 的取值范围是_____.

10. （2 分）因式分解： $-3b^2+12a^2=$ _____.

11. （2 分）如图，已知 $\square ABCD$ ，通过测量、计算得到 $\square ABCD$ 的面积约为 cm^2 .（结果保留一位小数）

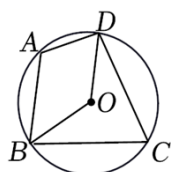


12. （2 分）为庆祝南开中学 84 周年校庆，学校安排 2 位男老师和 3 位女老师筹备校庆晚会，并从中随机挑选出 2 位老师担任主持，则选出的 2 位老师恰好为一男一女的概率为_____.

13. （2 分）列方程组解题：“今有马二、牛一，直金七两；马三、牛二，直金十二两。马、牛各直金几何？”其大意是：2 匹马，1 头牛，一共价值 7 两；3 匹马，2 头牛，一共价值 12 两，问每匹马、每头牛各价值多少两？设每匹马 x 两，每头牛 y 两。根据题意，可列方程组为_____.

14. （2 分）在平面直角坐标系中有 A, B, C 三个点，点 B 的坐标是 $(2, 3)$ ，点 A ，点 C 关于点 B 中心对称，若将点 A 往右平移 4 个单位，再往上 10 个单位，则与 C 重合，则点 A 的坐标是_____.

15. （2 分）如图， $\odot O$ 的内接四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = 120^\circ$ ，则 $\angle BOD$ 等于_____.



16. (2分) 如图, 小明将 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 分别填入九个空格内, 使每行、每列、每条对角线上的三个数之和相等. 若 a, b, c 分别表示其中的一个数, 则 $a - b - c$ 的值为 _____.

-2	a	0
3	1	b
c	-3	4

三. 解答题 (共 12 小题, 满分 68 分)

17. (5分) 计算: $(-1)^{2019} + (-\frac{1}{2})^{-2} - |2 - \sqrt{12}| + 4\sin 60^\circ$.

18. (5分) 解不等式组:
$$\begin{cases} 2(x+1) \geq 3x-5 \\ \frac{4x+1}{3} > x \end{cases}$$
.

19. (5分) 已知实数 a 是 $x^2 - 5x - 17 = 0$ 的根, 不解方程, 求 $(a-1)(2a-1) - (a+1)^2 + 1$ 的值.

20. (5分) 我们学习利用尺规作图平分任意一个角, 而“利用尺规作图三等分任意一个角”曾是数学史上一大难题, 之后被数学家证明是不可能完成的. 人们根据实际需要, 发明了一种简易操作工具——三分角器. 如图 1 是它的示意图, 其中 AB 与半圆 O 的直径 BC 在同一直线上, 且 AB 的长度与半圆的半径相等; DB 与 AC 垂直于点 B , DB 足够长. 三分角器的使用方法如图 2 所示, 若要把 $\angle MEN$ 三等分, 只需适当放置三分角器, 使 DB 经过 $\angle MEN$ 的顶点 E , 点 A 落在边 EM 上, 半圆 O 与另一边 EN 恰好相切, 切点为 F , 则 EB, EO 就把 $\angle MEN$ 三等分了.

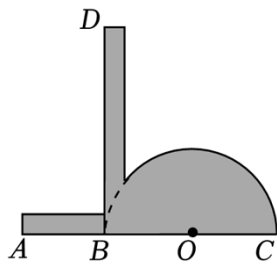


图1

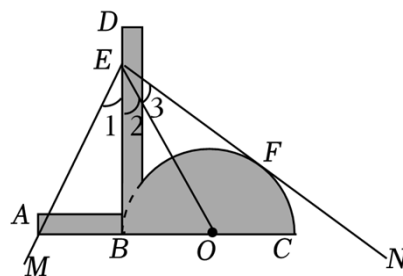


图2

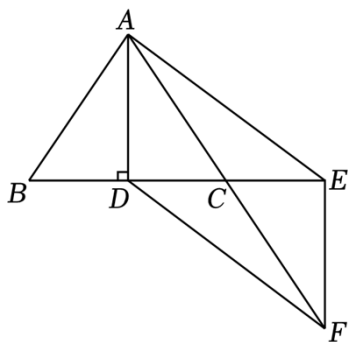
根据该操作过程, 回答问题:

- (1) 直线 DE 与圆 O 的位置关系是 _____, 依据是 _____;
- (2) 求证: $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$;
- (3) 若被测量的 $\angle MEN = 3\alpha$, $AB = m$, 则 DB 的长度至少为 _____

，才能保证该三分角器能够三等分该角．（用含有 α ， m 的代数式表示）

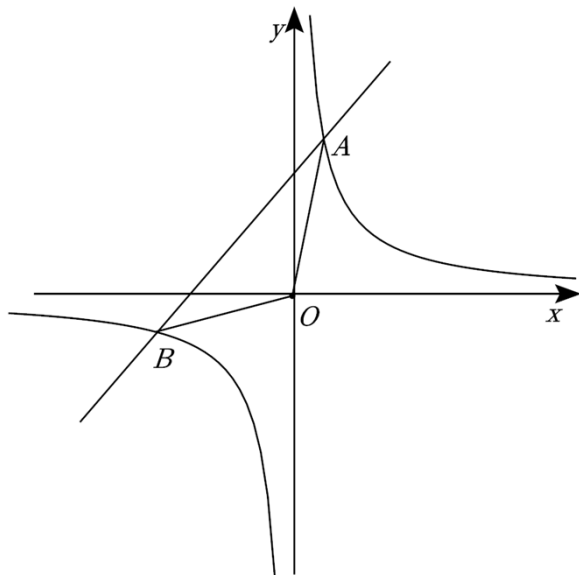
21. （5分）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $AD \perp BC$ 于点 D ，延长 DC 到点 E ，使 $CE=CD$ ．过点 E 作 $EF \parallel AD$ 交 AC 的延长线于点 F ，连接 AE ， DF ．

- （1）求证：四边形 $ADFE$ 是平行四边形；
（2）过点 E 作 $EG \perp DF$ 于点 G ，若 $BD=2$ ， $AE=5$ ，求 EG 的长．



22. （5分）如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 的图象交于 $A(2, n)$ ， $B(-4, -2)$ 两点．

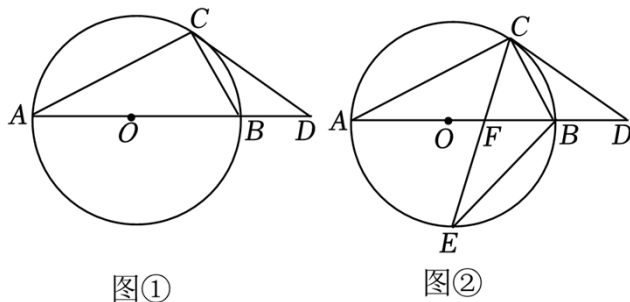
- （1）求一次函数的解析式；
（2）直接写出关于 x 的不等式 $kx+b > \frac{m}{x}$ 的解集．



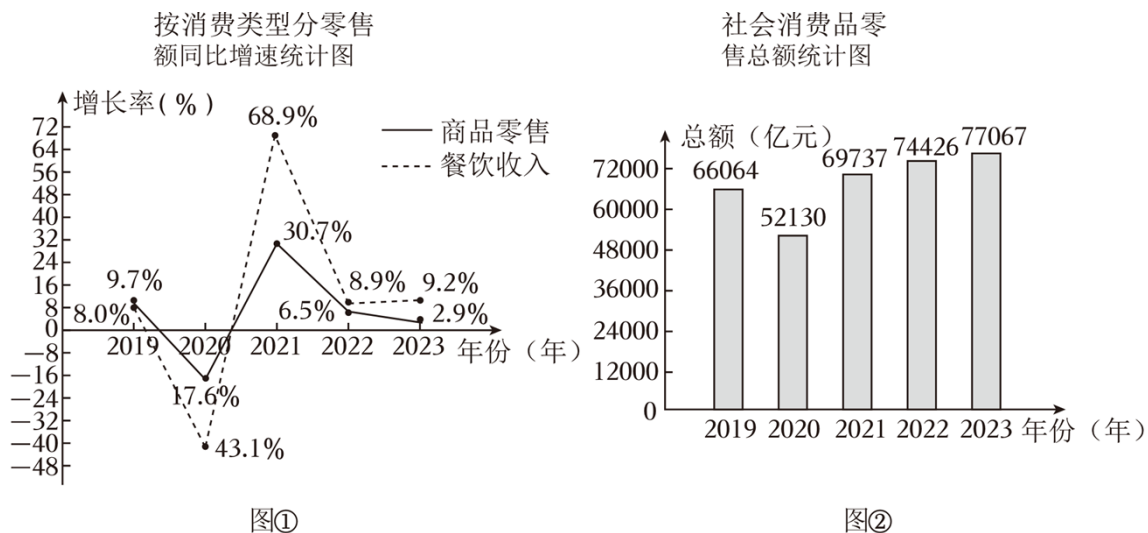
23. （6分）如图①， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆，点 O 在 AB 上，延长 AB 至点 D ，使得 $\angle DCB = \angle CAB$ ．

- （1）求证： DC 为 $\odot O$ 的切线；
（2）若 $\angle ACB$ 的角平分线 CE 交线段 AB 于点 F ，交 $\widehat{AB}$ 于点 E ，连接 BE ，如图②

，其中 $CD=4$ ， $\tan \angle CEB = \frac{1}{2}$ ，求 $CF \cdot CE$ 。



24. (6分) 社会消费品零售总额按消费类型可划分为商品零售和餐饮收入，它是表现国内消费需求最直接的数据，也是研究国内零售市场变动情况、反映经济景气程度的重要指标. 如图是我国 2019 年 1 - 2 月 - 2023 年 1 - 2 月按消费类型分零售额同比增速以及社会消费品零售总额的统计图.



请根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 2019 年 1 - 2 月 - 2023 年 1 - 2 月我国社会消费品零售总额的中位数是亿元；
 - (2) 根据国家统计局数据显示，2022 年 1 - 2 月我国商品零售 66708 亿元，则 2023 年 1 - 2 月我国的餐饮收入为 _____ 亿元；（结果保留整数）
 - (3) 写出一条关于我国 2019 年 1 - 2 月 - 2023 年 1 - 2 月期间我国社会消费品零售总额变化趋势的信息.
25. (6分) 如图 1 是一座抛物线型拱桥侧面示意图. 水面宽 AB 与桥长 CD 均为 $24m$ ，在距离 D 点 $6m$ 的点 E 处，测得桥面到桥拱的距离 EF 为 $1.5m$ ，以桥拱顶点 O 为原点，桥面为 x 轴建立平面直角坐标系.

(1) 求桥拱顶部点 O 离水面的距离；

(2) 如图 2，桥面上方有 3 根高度均为 $4m$ 的支柱 CG ， OH ， DI ，过相邻两根支柱顶端的钢缆呈形状相同的抛物线，其最低点到桥面距离为 $1m$ 。

① 求出其中一条钢缆抛物线的函数表达式；

② 为庆祝节日，在钢缆和桥拱之间竖直装饰若干条彩带，设其中一条彩带与支柱 OH 的水平距离为 dm ，当这条彩带的长度小于 $\frac{20}{9}m$ 时，求 d 的取值范围。

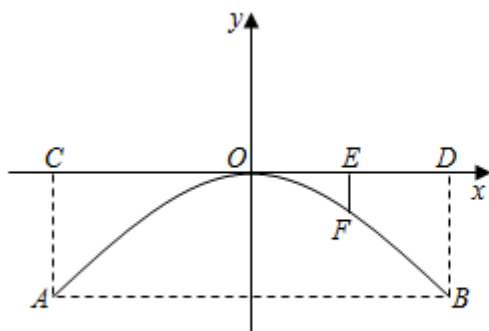


图 1

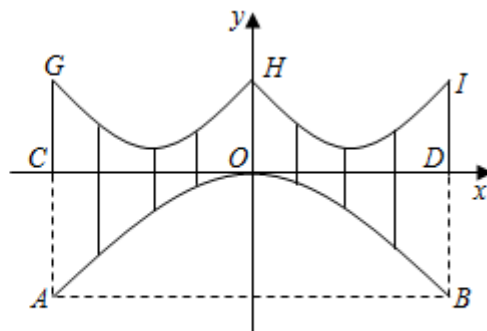


图 2

26. (6 分) 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $(1, m)$ 和点 $(3, n)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx$ ($a > 0$) 上。

(1) 若 $m = 3$ ， $n = 15$ ，求该抛物线的对称轴；

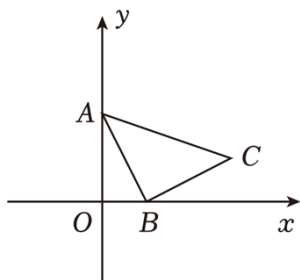
(2) 已知点 $(-1, y_1)$ ， $(2, y_2)$ ， $(4, y_3)$ 在该抛物线上。若 $mn < 0$ ，比较 y_1 ， y_2 ， y_3 的大小，并说明理由。

27. (7 分) 综合与探究：如图，在平面直角坐标系中，已知 $A(0, a)$ ， $B(b, 0)$ ，其中 a, b 满足 $|a-2| + \sqrt{(b-1)^2} = 0$ ，点 C 是第一象限内的点， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = BC$ 。

(1) 分别求出点 A 、 B 、 C 的坐标。

(2) 如果在第二象限内有一点 $P(m, 1)$ ，是否存在点 P ，使得 $\triangle ABP$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积？若存在，请求出点 P 的坐标；若不存在，说明理由。

(3) 在平面直角坐标系是否存在点 E ，使 $\triangle ABE$ 与 $\triangle ABC$ 全等，若存在，请直接写出点 E 的坐标；若不存在，请说明理由。



28. (7分) 在平面直角坐标系 xOy 中, O 为原点, 对于两个图形 X, Y 和直线 $y=m$, 若在图形 X 上存在点 A , 在图形 Y 上存在点 B , 使得点 A 和点 B 关于直线 $y=m$ 对称, 就称图形 X 和 Y 互为 m 关联图形.

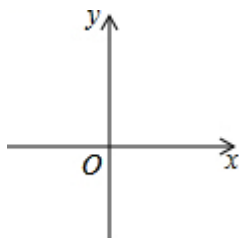
(1) 已知点 P 的坐标为 $(0, 3)$,

①点 P 与点 Q 互为 -1 关联图形, 则点 Q 的坐标为 _____;

②若 $\odot O$ 的半径为 1 , 点 P 与 $\odot O$ 互为 m 关联图形, 则 m 的值为 _____;

(2) 已知点 $A(3, 4)$, 射线 OA 与线段 $l: y = -2 (-1 \leq x \leq 2)$ 互为 t 关联图形, 求 t 的取值范围.

(3) 已知 $\odot O$ 的半径为 2 , 直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 1$ 与 x 轴, y 轴分别交于 C, D , 若 $\odot O$ 关于 $y = m$ 对称的图形 S 与点 C 互为 $2m$ 关联图形, 直接写出 m 的值及点 D 与图形 S 的位置关系.



参考答案与试题解析

一. 选择题（共 8 小题，满分 16 分，每小题 2 分）

1. 解：由底面是正三角形，侧面是三个矩形，因此这个立体图形为三棱柱，

故选：A.

2. 解：1600000 = 1.6×10^6 ，

故选：B.

3. 解：如图 2， $\because$ 六边形 $ABCDEF$ 是正六边形，

$$\therefore AB = AF = EF, \angle BAF = \frac{(6-2) \times 180^\circ}{6} = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle ABF = \angle AFB = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ,$$

同理 $\angle EAF = 30^\circ$ ，

$$\therefore \angle 1 = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ,$$

故选：B.

4. 解：由图得 $a < 0$ ，且 $|a| > 2$ ，

$\therefore a < -2$ ，D 正确，不符合题意；

$\therefore a$ 的相反数大于 2，故 A 正确，不符合题意；

a 的相反数大于 2 即是 $-a > 2$ ，故 B 不正确，符合题意；

$\because a < 2$ ，

$\therefore |a - 2| = 2 - a$ ，故 C 正确，不符合题意；

故选：B.

5. 解：A、 $\because$ 反比例函数 $y_1 = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象过点 (1, 5)，

$$\therefore k = 1 \times 5 = 5,$$

$\therefore$ 反比例函数的解析式是 $y_1 = \frac{5}{x}$ ，故结论错误；

B、把 $x = 6$ 代入 $y_1 = \frac{5}{x}$ 得， $y = \frac{5}{6}$ ，

$\therefore$ 反比例函数 $y_1 = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 和一次函数 $y_2 = mx + n$ 的图象另一个交点为 $(6, \frac{5}{6})$ ，

把点 (1, 5)， $(6, \frac{5}{6})$ 分别代入 $y_2 = mx + n$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/587156160113006063>